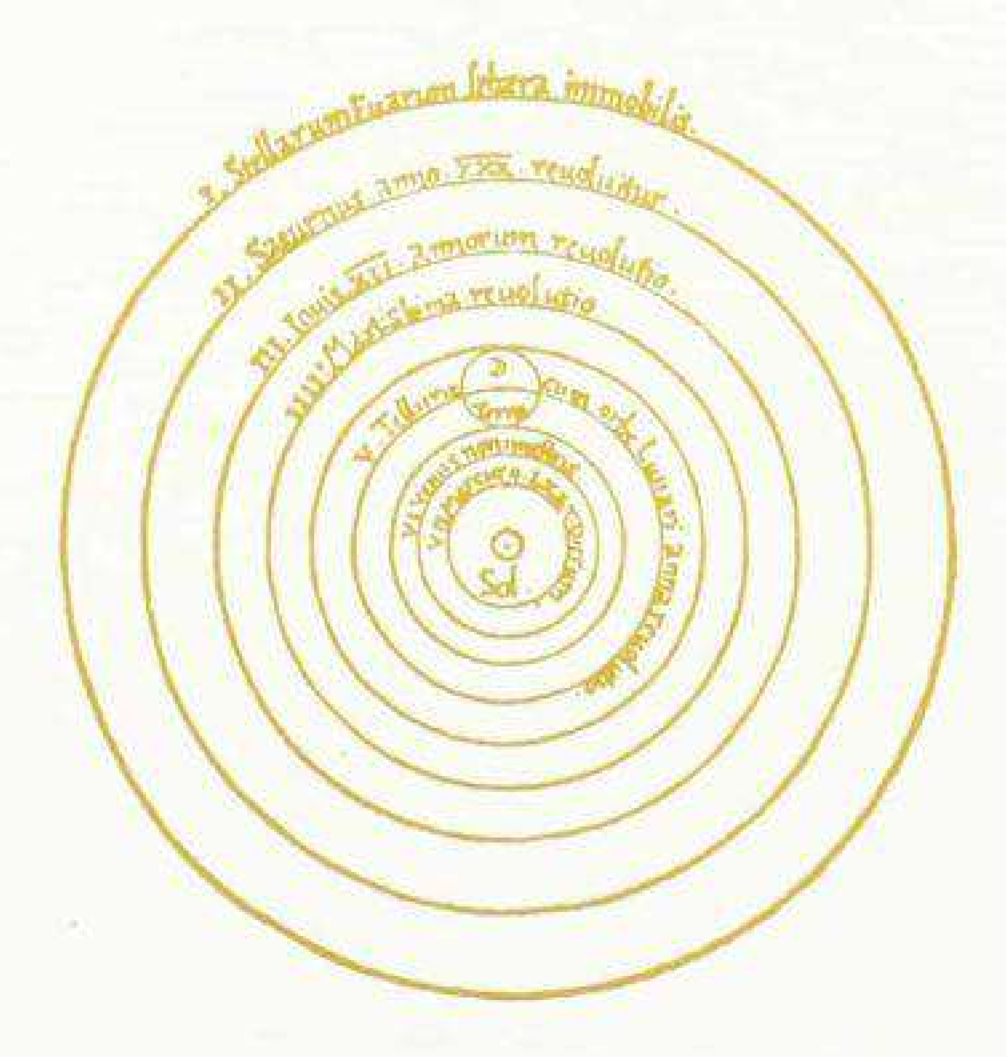
INTRODUCCIÓN A LOS CONCEPTOS Y TEORÍAS DE LAS CIENCIAS FÍSICAS

GERALD HOLTON Revisada y ampliada por STEPHEN G. BRUSH

''2º edición corregida y revisada''



editorial reverté, s.a.

Introducción a los conceptos y teorías de las ciencias físicas

"2º edición corregida y revisada"

Introducción a los conceptos y teorías de las ciencias físicas

"2º edición corregida y revisada"

POR GERALD HOLTON
Harvard University

Revisada y ampliada por

STEPHEN G. BRUSH
University of Maryland



EDITORIAL REVERTÉ, S. A.
Barcelona-Bogotá-Buenos Aires-Caracas-México

Título de la obra original:
Introduction to Concepts and Theories in Physical Science, Second Edition.

Edición original en lengua inglesa publicada por:
Addison-Wesley Publishing Company, Reading, Massachusetts

Versión española por:
Dr. J. Aguilar Peris
Catedrático de Termodinámica de la Facultad de Ciencias de la Universidad Complutense de Madrid

Propiedad de:
EDITORIAL REVERTÉ, S. A.
Loreto, 13-15, Local B
08029 Barcelona

Impreso en España - Printed in Spain

ISBN - 84 - 291 - 4323 - 8
Depósito Legal: B - 16059 - 1993

Impreso por GERSA, Industria Gráfica
Tambor del Bruc, 6
08970 Sant Joan Despí (Barcelona)

A E.C.K.
colega y maestro



Introducción a la segunda edición

La publicación en 1952 de la primera edición de este libro fue un jalón en la enseñanza de las ciencias. Como el profesor Holton indicaba en su Introducción, el libro estaba inspirado, en gran parte, en los estudios del papel de la ciencia en la educación general durante la década anterior. En diversos puntos reconocía el mérito de sus colegas de Harvard y otras Universidades por la información suministrada y por sus sugerencias acerca de la presentación de determinados temas. Sin embargo, la originalidad del libro era evidente: se trataba del primer texto moderno de física que verificaba un uso completo y eficaz de la historia y filosofía de la ciencia destinado a presentar, tanto al alumno en general como al estudiante especializado en ciencias, una exposición de la naturaleza de las ciencas físicas.

Durante las últimas dos décadas se ha reconocido ampliamente la importancia del estudio de las ciencias en la educación general; muchas universidades y centros universitarios han iniciado cursos de «física para el no científico», y otros tantos de estos cursos han utilizado este libro como texto primario o secundario para dar a los futuros científicos la orientación apropiada a su formación. La necesidad de enseñar física a los alumnos con intereses y capacidades ampliamente distintas, ha motivado la publicación de numerosos libros de texto. [Algunos de ellos han seguido la pauta del libro **Conceptos y teorías**, de Holton, intentando un enfoque histórico con una serie de temas más o menos semejantes seleccionados de física, astronomía y química. Otros se han apartado, francamente, del método histórico y se han enfocado sobre temas completamente distintos. Esta divergencia señala, simplemente, que los propios estudiantes se sienten atraídos o repelidos por distintos modos de presentación de la ciencia y que ningún enfoque, en particular, puede ser universalmente reconocido como el mejor.]

En 1958 Holton, en colaboración con Duane H. D. Roller, publicó un nuevo libro: **Fundamentos de la Física Moderna**, que ha sido considerado, a veces, como una «segunda edición» del libro **Conceptos y teorías**. Aunque utiliza parte del mismo material, los **Fundamentos** están, en realidad, dirigidos hacia una audiencia li-

geramente distinta e intenta un tratamiento más extenso (si bien introductorio) de las ciencias físicas añadiendo nuevos temas, pero sin introducir algunos de los análisis más profundos que han caracterizado los **Conceptos y teorías**. El primer libro, lejos de ser reemplazado por el segundo, continuó en demanda y se ha reimprimido varias veces, engrendrando un grupo notablemente leal de profesores y alumnos. La amplia influencia de ambos libros puede juzgarse por el gran número de referencias existentes en libros tan desiguales como los textos de universidad, de enseñanza media y trabajos de historia o filosofía de la ciencia.

Entre paréntesis, es interesante indicar que un descendiente de estos libros fue un nuevo curso de física de uso nacional diseñado por un grupo de trabajo en Harvard, bajo la dirección de Gerald Holton, James Rutherford y Fletcher Watson con ayuda financiera del Gobierno y fundaciones privadas. Esta empresa de elaborar un curso para uso nacional, conocido como Harvard Project Physics, comenzó en 1962 con un grupo de físicos, educadores, profesores de centros universitarios e historiadores de las ciencias que tomaron los textos del profesor Holton como punto de partida, añadiendo nuevos materiales e introduciendo innovaciones en los métodos de enseñanza y equipo. De este modo desarrollaron una combinación integrada de textos, experimentos de laboratorio, películas, diapositivas y libros de recursos para el profesor, que en 1970 fue publicado en la versión «high school» con el nombre de **The Project Physics Course**, por Holt, Rinehart y Winston, y otra versión de nivel preuniversitario. Mi propia implicación en la educación general en ciencias es un resultado directo de mi participación en el trabajo del Harvard Project Physics y varias ideas usadas en la presente revisión de **Conceptos y teorías** fueron desarrolladas en discusiones con Gerald Holton y el personal del Project Physics.

Al valorar el propósito de una segunda edición del libro **Conceptos y teorías** fue necesario tener en cuenta la existencia actual de los numerosos libros destinados a estudiantes no científicos, libros que, en cierta extensión, satisfacen la demanda creada por el éxito del movimiento de educación general (y en parte por el éxito de la primera edición de este libro). Llegamos a la conclusión de que el libro **Conceptos y teorías** tenía ciertas cualidades que son todavía únicas y que una nueva edición quedaría justificada si estas cualidades fueran reforzadas y mantenidas en primera línea a pesar de los cambios que se necesitarían para poner el libro al día.

Quizás la característica más sorprendente de este libro es el énfasis que pone en la naturaleza del descubrimiento, el razonamiento y la formación de conceptos presentándolos como un tema fascinante. Esto significa que los aspectos históricos y filosóficos de la exposición no son meramente un ingrediente «dulzón» para conseguir que el lector digiera el texto lo más fácilmente posible, sino que se presentan por su propio interés intrínseco. Ciertamente, éste no trata de ser un libro fácil; no pretende que la física sea entendida sin matemáticas o sin razonamientos lógicos. Al mismo tiempo no pretende «cubrir» una cantidad determinada de materias. No se excusa por omitir varias ecuaciones «fundamentales» o, incluso, algunas áreas

de las ciencias físicas que convencionalmente se incluyen en los libros de texto. La selección de temas (y la profundidad en el tratamiento de cada uno) viene regida, en gran manera, por el objetivo de presentar una exposición clara —en una línea histórica continua— de cómo evoluciona la ciencia a través de las interacciones de las teorías, los experimentos y los propios científicos.

Al revisar el libro hemos contado con la activa cooperación del autor original y hemos mantenido, en gran extensión, el punto de vista y gran parte del texto real de la primera edición. Se ha realizado un reajuste importante del material en las partes A, B y C, de tal modo que el desarrollo de los sistemas astronómicos hasta Kepler y Galileo se expone ahora al principio en la parte A, proporcionando una motivación cósmica del estudio del movimiento en la parte B. La síntesis de Newton (parte C) aparece, entonces, en su lugar apropiado como una consecuencia de la nueva física aplicada a los problemas astronómicos. Esta forma de enfocar la mecánica newtoniana en el contexto histórico ha llegado a ser suficientemente familiar a los profesores de física durante los últimos años, para que no les alarme la aparente anomalía de comenzar un texto de física con una sección de astronomía.

La parte D (Estructura y métodos en Ciencias Físicas) se ha dejado, esencialmente, sin cambio respecto a la primera edición. La parte E (Leyes de Conservación) tiene un nuevo capítulo acerca de la disipación de la energía, en el cual, además de introducir algunas ideas geológicas, se presenta una conexión con la interpretación estadística de la irreversibilidad tratada en el capítulo 22 (Teoría cinético-molecular de los gases). Para dejar sitio a esta nueva materia se han omitido algunas de las aplicaciones más técnicas de la mecánica de Newton (por ejemplo, el movimiento de rotación y las colisiones). Aparte de ciertos retoques al final de los capítulos 19 y 22, la parte F (Orígenes de la teoría atómica en la Física y Química) cubre, sustancialmente, la misma materia que en la primera edición: la ley de los gases, la teoría atómica de Dalton, el sistema periódico y la teoría cinético-molecular de los gases.

La larga parte final de la primera edición se ha dividido en dos: parte G (Óptica y Electromagnetismo) y parte H (El átomo y el Universo en la Física Moderna). Se ha añadido un capítulo corto sobre la teoría ondulatoria de la luz (cap.23) y una nueva sección acerca de la interacción de corrientes e imanes (sección 25.2) con el fin de suministrar alguna base a la teoría electromagnética de la luz. La parte G se cierra con un capítulo acerca de la teoría cuántica de la luz, comenzando con la revolución de la física en el siglo XX; algunos aspectos de esta revolución se examinan con más detalle en la parte H. Se ha omitido gran parte de la materia detallada referente a la aplicación del modelo de Bohr (capítulo 28). En su lugar hay un breve estudio de la mecánica cuántica y su interpretación filosófica (capítulo 29). El último capítulo del libro también es nuevo en esta edición y trata de la teoría de la relatividad de Einstein; indica cómo la física ha vuelto a relacionarse con los problemas cosmológicos que estimularon su primitivo desarrollo. (A nuestro colega Charles Misner debemos diversas sugerencias utilizadas en este capítulo.)

Como en la primera edición, los **Problemas** juegan un papel importante. Muchos detalles de la materia expuesta se refieren a ellos y algunos están preparados para que el alumno desarrolle sus recursos e imaginación lo máximo posible. Algunos problemas carecen de solución formularia. Se sugiere que la mayoría de los problemas se asignen o discutan en clase.

Las **Referencias a lecturas posteriores**, recopiladas, en su mayor parte, al final de los capítulos (excepto donde sea necesario identificar una cita o un hecho concretos), han sido completamente revisadas. Existen ahora dos categorías: «Recomendadas para posterior lectura», que son artículos o libros cortos cuyo nivel técnico no es, generalmente, más elevado que el propio texto, y «Fuentes, interpretaciones y trabajos de referencia». Estas últimas están destinadas a profesores y estudiantes adelantados y ofrecen algunas indicaciones del gran florecimiento de la investigación en la historia de la ciencia durante los últimos años. Debe destacarse que la mayor parte de las fuentes originales de importancia se encuentran ahora disponibles en versión inglesa, a menudo en ediciones rústicas, muy económicas. Una lista de los trabajos generales sobre la historia de las ciencias (antiguas y modernas) viene relacionada al final del cap. 1, y otra lista de los trabajos relacionados, fundamentalmente, con el desarrollo de las ciencias físicas modernas, puede encontrarse al final del cap. 26. Todas estas referencias se recogen en una bibliografía general al término del libro. El estudiante debe disponer también de uno o más textos de física para referencias, escogidas, por ejemplo, entre los de Arons, Holton y Roller, Kemble, Resnick y Halliday, Rogers o el texto Project Physics.

En el momento en que muchos estudiantes y científicos están buscando de nuevo la mayor «relevancia» del estudio de la ciencia, este libro puede suministrar la evidencia necesaria del estímulo intelectual, las aplicaciones de la ciencia en el desarrollo histórico y las vidas auténticas de hombres y mujeres que hicieron posible esta realidad maravillosa.

S. G. B.

College Park, Maryland

Introducción a la primera edición

En la última o dos últimas décadas la función y forma de los cursos de introducción a la ciencia en nuestros centros universitarios han sido motivo de general discusión. Hemos comenzado ya a ver algunas consecuencias estimulantes de este extenso interés en analizar y evaluar de nuevo, principalmente, la inauguración de los cursos de educación general en sus distintas formas.

En este libro hemos intentado incorporar parte de las conclusiones obtenidas en una interesante experiencia: la de impartir simultáneamente, durante cierto número de años, un tipo convencional de curso de introducción de *college physics* y también cursos de física en la educación general. Quizás la novedad de algunas características de esta obra excusarán algunas notas introductorias respecto a las ideas básicas que han servido para modelar el libro.

Se ha mantenido un viejo postulado: la teoría principal de un curso de introducción a las ciencias físicas debe ser, con seguridad, una presentación clara de los conceptos y teorías fundamentales. El conocimiento firme de los fundamentos constituye la base de lo que se deba lograr posteriormente. Además, si no se presenta ni una exposición enciclopédica de todos los detalles ni un tratamiento en perspectiva concentrándose, en vez de ello, en el significado y la potencia de algunas ideas básicas —aun cuando, probablemente, no pueda haber un acuerdo general acerca de los temas que se deban incluir— puede esperarse que el estudiante adquiera una visión de la ciencia física como un conjunto conexo; se puede lograr que dedique su atención a las deducciones y razonamientos más penetrantes, rigurosos y prolijos, sin los cuales difícilmente se alcanza una honesta comprensión de los procesos de la ciencia.

Por tanto, pese a que el objetivo fundamental de este libro sea la materia propia de las ciencias físicas, existen otras metas, sobre todo la presentación de la ciencia como una *experiencia*, como una aventura intelectual completa y excitante. Alfred North Whitehead, en el prefacio de su colección de ensayos *The aims of education*, protesta «contra el conocimiento muerto, es decir, contra las ideas inertes». Ciertamente, la bibliografía tiende a demostrar que en el pasado ha sido difícil evi-

tar la catalogación de las ideas inertes, particularmente en los textos científicos. No nos referimos al texto dirigido a aquellos alumnos que se concentran en una de las ciencias físicas; estos libros aportan a sus estudios un compromiso y una motivación que da vida a los conceptos y teorías básicas; además, permiten prever el cumplimiento en los últimos cursos de todas las promesas implícitas en el tratamiento introductorio. Sin embargo, este compromiso, motivación e interés de largo alcance viene muy atenuado en el alumno que no intenta dedicar su vida a las ciencias físicas y para el cual el primero, y quizás el último contacto formal con la materia, es un simple curso, ya que también él desea entender los objetivos y métodos de la ciencia y responde con calor si se le guía cuidadosamente.

Su dilema está perfectamente analizado en el trabajo de investigación General Education in a Free Society (Harvard University Press, 1945, págs. 220-222):

«Desde el punto de vista de la educación general, el defecto principal en la enseñanza de las ciencias reside en los cursos dirigidos al aprendizaje del futuro especialista que hacen pocas concesiones al estudiante no científico. La mayor parte del tiempo en tales cursos está dedicado al desarrollo de un vocabulario y ejercicios técnicos y a una sistemática presentación de los hechos y teorías acumulados que la ciencia ha heredado del pasado. Comparativamente, se presta poca atención al examen de los conceptos básicos, la naturaleza de la empresa científica, el desarrollo histórico de la disciplina, su elevada literatura o sus interrelaciones con otras áreas de interés y actividad. Lo que tales cursos suministran son sólo los ladrillos de la estructura científica. El estudiante que continúa realizando trabajos más avanzados puede construir algo con ellos. El estudiante no científico se queda simplemente con los ladrillos. Eventualmente, él construye su edificio educacional en otro lugar con otros materiales...

»El cuerpo de la ciencia incluye no sólo un conocimiento especial y más prácticas, sino también interrelaciones conceptuales, una visión universal y una visión de la naturaleza del hombre y del conocimiento que constituyen conjuntamente la filosofía de la ciencia; una historia que forma un continuo e importante segmento de toda la historia de la humanidad; y documentos que incluyen también algunas de las contribuciones más significativas y notables de toda la literatura. Estos aspectos de la ciencia son, con frecuencia, olvidados en la enseñanza de las ciencias...»

Ciertamente, la inclusión de la historia y filosofía de las ciencias viene justificada por sus propios méritos en un curso de introducción para el no especialista. Pero, aparte de ello, su uso en este libro tiene un triple propósito. En primer lugar, preparan el marco apropiado para que una idea particular tenga significado e importancia. En segundo lugar, proporcionan un conocimiento profundo de las fuentes, motivaciones y métodos de enfoque de los fundadores de la ciencia, ilustrando el triunfo del hombre tras la abstracción desnuda. Y en tercer lugar, presentan la ciencia como una faceta del gran desafío al conocimiento que nuestra sociedad libre sostiene como su derecho más firme y la fuerza directriz más respetada. Al final de tal curso, el alumno estará en condiciones de conocer las leyes principales y la

evolución de los esquemas conceptuales claves, pero también es de esperar que, como ciudadano responsable, comprenda los criterios de validez del pensamiento científico, las condiciones que colaboran en el desarrollo fructífero de la ciencia y, quizás, la alegría que relaciona a su instructor con la profesión científica.

A continuación exponemos algunas notas sobre la forma de presentación. No fue dictada por un solo método pedagógico. La secuencia sigue un esquema ecléctico y, con frecuencia, una serie de casos modificados que llevan consigo los grandes esquemas conceptuales. Pero mientras los últimos se analizan en su aspecto práctico en función de los materiales de la fuente original, un modo de exposición contemporáneo ha sido adoptado en lugar de los estrictamente históricos y metodológicos, que no ayudan materialmente a clarificar las ideas fundamentales.

Dirigido, fundamentalmente, a los alumnos que no proyectan llegar a ser físicos o químicos profesionales, el libro será útil en dos contextos algo distintos: el curso del tipo de educación general concretamente y el curso de física de artes liberales para alumnos no científicos. Respecto al primero, recuerdo, particularmente, un curso análogo en muchos aspectos al descrito en «Report» sobre Educación General con las siguientes palabras (op. cit., págs. 226-227):

«... Más que proporcionar al alumno una presentación sistemática de los materiales de una ciencia, este curso debe desarrollar aspectos particulares de la empresa científica dentro del conjunto de las ciencias físicas. Para dar mayor unidad al curso, deberá construirse en torno a un núcleo de física. Las materias correspondientes a otras ciencias —química, astronomía y geología— deben introducirse sólo en aquel grado que corresponda a los problemas que se discuten. El curso probablemente omitirá, por ejemplo, la química y la astronomía descriptivas. Sin embargo, debe explorar los conceptos químicos básicos: la teoría atómica, el sistema periódico, las leyes de combinación química, la valencia, etc. Del mismo modo, la mecánica celeste proporciona la materia prima para muchas de las discusiones de los principios dinámicos.

»Tal curso debe descartar, desde un principio, cualquier intento de examinar las materias de las ciencias que lo componen. En vez de ello, debe seguir algún esquema intelectual dominante para guiar su selección de materias. En el caso presente, el esquema se encuentra en el desarrollo de los principios y conceptos físicos básicos y en los métodos y enfoques por los cuales aquellos se han desarrollado.

»No intenta ser, simplemente, un curso de ciencia. Contiene un sólido fondo científico. El alumno aprenderá hechos y leyes fundamentales y resolverá problemas teóricos y de laboratorio. Sin embargo, él actuará de este modo con una disciplina altamente seleccionada, la cual, en cada caso, se elige para servir los principales objetivos del curso.

»El énfasis que el curso pone en el desarrollo histórico no constituye un simple ropaje humanístico de su contenido. Por el contrario, se introduce para iluminar y vitalizar el contenido con el cual se integra. Se intenta enseñar la ciencia como parte del proceso total, intelectual e histórico, del cual ha sido siempre una parte im-

portante. El alumno ganará profundidad en los principios de la ciencia y en la apreciación de los valores de la empresa científica; y aprenderá mucho sobre la materia fundamental de las ciencias físicas.»

El segundo grupo al cual va dirigido este libro es el de los estudiantes de artes liberales en física, para los cuales el plan futuro no ofrece otra oportunidad de conseguir los pilares de la educación general. Aquí el instructor desea, posiblemente, omitir aquellos capítulos que no tratan, fundamentalmente, de física. O bien puede complementar esta serie con aquellos temas que elige de un tipo ortodoxo de texto de física, de acuerdo con las necesidades particulares de su clase; yo mismo he utilizado ediciones preliminares de esta materia en conjunción con tal texto en un curso de introducción de física seguido en gran parte por estudiantes de medicina. Me inclino a estar de acuerdo con la creciente opinión de que la influencia de los programas de educación general en la enseñanza de estos grupos acabará por ser una de las contribuciones más significativas al esquema educacional.

Como materia de referencia, estos estudios también servirán de ayuda para el desarrollo del curso estrictamente técnico de los estudiantes de física, a los cuales el «Report» sobre Educación General declara (op. cit., pág. 221):

«...Ocurre, con frecuencia, que incluso el alumno que se concentra en una ciencia, se preocupa por su especialidad en tal grado que pierde el punto de vista de la ciencia como conjunto y las interrelaciones de los campos específicos que la integran. El futuro científico o técnico necesita una educación general en ciencias, lo mismo que el estudiante no científico...»

Deseamos reconocer con sumo gusto nuestra gratitud a amigos y colegas cuyo consejo nos ayudó a preparar este trabajo, principalmente a los profesores E. C. Kemble, P. LeCorbeiller, P. Frank, L. K. Nash, I. B. Cohen; doctores T. S. Kuhn y C. L. Clark; Mr. D. H. D. Roller; al profesor F. W. Sears, de M.I.T.; y a aquellos colegas y críticos, mis ayudantes, en particular a Mr. S. J. Smith, que preparó la parte esencial de las respuestas a los problemas.

Y, por último, mi gratitud especial hacia el profesor Kemble. En nueve años de enseñanza a su lado no sólo he aprendido mucho de él, sino que temo, inconscientemente, haberme apropiado de sus ideas.

G. H.

Cambridge, Massachusetts

Índice analítico

Parte A

Los orígenes de la cosmología científica

1

La astronomía en la antigua Grecia

2

Teoría heliocéntrica de Copérnico

3

Sobre la naturaleza de las teorías científicas

4

Leyes de Kepler

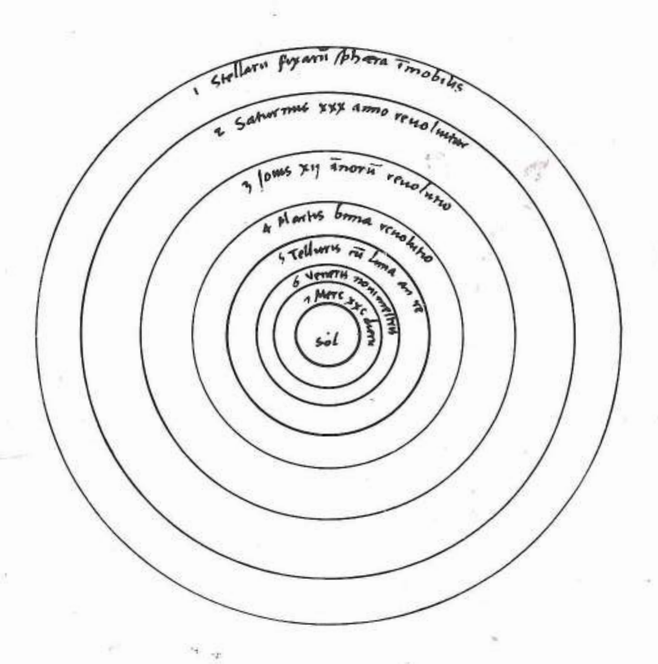
5

Galileo y la nueva astronomía

Los orígenes de la cosmología científica

Este libro se propone explorar el desarrollo y contenido de las principales ideas que han contribuido a la comprensión del universo físico. Aunque la mayor parte del libro trata de la física, comenzamos con la astronomía por diversas razones.

Los métodos científicos fueron quizá intuidos, en primer lugar, cuando el hombre intentó reducir los movimientos aparentemente caóticos de las estrellas, el Sol, la Luna y los planetas a un sistema ordenado. En segundo lugar, de los primeros esquemas astronómicos se deducen muchas de nuestras ideas directrices en la ciencia, no sólo de metodología, sino también en conceptos específicos como el tiempo y el espacio, la fuerza y el movimiento. Como veremos, una gran cantidad de ideas



conducen, desde las primeras especulaciones acerca del movimiento estelar, hasta las ideas actuales del siglo XX, estableciendo un paralelismo en la visión cada vez más amplia de nuestro Universo, que se desarrolla desde la primitiva noción de un cielo cercano al de una gran esfera celeste en rotación, después al concepto de nuestro sistema solar como una pequeña parte aislada de una galaxia inmensa y, finalmente, al universo de innumerables galaxias distribuidas por el espacio ilimitado. En tercer lugar, porque muchos de los grandes pensadores responsables de la consistencia y contenido de la física actual, se ocuparon del desarrollo de este sistema del mundo; su lugar en la ciencia y el ambiente de su tiempo forman parte de nuestra historia. En cuarto lugar, estas conquistas de la ciencia física —el modelo de nuestro sistema solar y la concepción de la gravitación universal— tuvieron profunda repercusión en la cultura occidental. Porque sin una comprensión de la revolución newtoniana y de los fundamentos de la misma, no podríamos comprender totalmente la historia de la Europa del siglo XVIII, las raíces de la moderna teoría económica y política, o las filosofías de Locke, Berkeley o Hume. Y, por último, este estudio nos dará la oportunidad de observar el surgir y la caída de las teorías físicas, analizar su estructura y agudizar nuestra facultad de discriminación entre las teorías útiles y las desorientadoras. Así, un examen meticuloso de esta materia, no solamente nos revelará leyes físicas nuevas e importantes, sino que también nos dará oportunidad de examinar otros aspectos de la ciencia física, tan importantes y, con frecuencia, tan innaccesibles.

Capítulo 1

La astronomía en la antigua Grecia

1.1 Los movimientos de las estrellas, del Sol y de los planetas.

Aunque existe una amplia evidencia de que las civilizaciones de los primeros siglos y en otras partes del mundo habían ya recopilado jalones importantes del conocimiento astronómico y matemático, podemos situar los comienzos de la ciencia, tal como la conocemos, en las mentes imaginativas de los grandes pensadores griegos. Para fijar un punto de partida situémonos en el ambiente de la comunidad científica de vanguardia del mundo antiguo unos 400 años a. de C., en Atenas.

Si bien los instrumentos ópticos de precisión tardaron todavía 2000 años en aparecer, la simple observación del cielo nocturno había proporcionado unos 400 años a. de C. los datos e interpretaciones suficientes respecto a los movimientos de los cuerpos celestes para establecer diversas teorías sobre el Universo. Las «estrellas fijas» y la Vía Láctea parecían moverse durante la noche como si estuvieran rígidamente unidas a una bóveda invisible que girase alrededor de un punto fijo en el cielo (que ahora llamamos *Polo Norte celeste*). Por las observaciones realizadas desde distintos puntos de la superficie terrestre podía deducirse que esta bóveda era como una gran esfera que rodeaba a la Tierra y la propia Tierra era una esfera.* Como veremos en la sección 1.3, durante el tercer siglo a. de C se conocía con suficiente exactitud el tamaño de la Tierra, pero hubo que esperar hasta el siglo XIX para que los científicos pudieran determinar, aproximadamente, la distancia de algunas estrellas a la Tierra.

* Aquí, como en otras partes, el breve resumen de la astronomía primitiva presentado en este libro puede complementarse con alguno de los libros y artículos relacionados en la bibliografía al final del capítulo.

Los griegos estaban familiarizados con el hecho de que la «esfera celeste» hipotética que contenía las estrellas parecía girar uniformemente de Este a Oeste volviendo a su punto de partida cada veinticuatro horas. Nos referimos a este movimiento como rotación *diurna*. Naturalmente, ahora sabemos que es la Tierra, y no las estrellas, la que gira alrededor de su eje cada veinticuatro horas y que la apariencia de las estrellas distribuidas sobre una enorme esfera es una ilusión óptica. Pero esto es algo que no debemos aceptar «autoritariamente». En su lugar debemos considerar cuidadosamente cuáles de las siguientes observaciones pueden explicarse de igual modo suponiendo que son las estrellas o bien la Tierra quienes se mueven.

Existe ahora una estrella particular (la estrella Polar) muy próxima al polo Norte celeste (el centro aparente de rotación de las estrellas en el hemisferio norte). Sin embargo, 400 años a. de C. la Polar estaba varios grados alejada del polo Norte celeste; no existía en aquel tiempo una estrella Polar. Los griegos sabían ya que el polo Norte celeste se mueve muy lentamente respecto a las estrellas produciendo el fenómeno de *precesión de los equinoccios* (véase más adelante); pero las observaciones no se extendieron durante un período suficientemente largo para que ellos pudieran entender la naturaleza precisa de este movimiento. Se conoce, ahora, que el propio polo Norte celeste se mueve en un pequeño círculo y vuelve a su posición original cada 26 000 años.

También era sabido por los griegos (aunque no tan bien conocido por el hombre lego de hoy) que, si bien el Sol participa del movimiento diurno de las estrellas, no se mantiene solidario a éstas. Observando las estrellas, justo antes de amanecer y justo después de la puesta del Sol se puede ver que éste cambia lentamente su posición respecto a las estrellas cada día. En efecto, el Sol sigue una trayectoria de Oeste a Este a través de las estrellas siguiendo los «signos del Zodíaco» y volviendo a su punto de partida después de 365 días. Con mayor precisión no se dirige simplemente hacia el Este, sino que tiene también un movimiento Norte-Sur. El 21 de marzo (equinoccio de primavera) el Sol está directamente, a mediodía, sobre la vertical en los lugares situados en el ecuador terrestre, y después se mueve cada día más hacia el Norte hasta que el 21 de junio (solsticio de verano) está directamente sobre la vertical, a mediodía, en los lugares $23 \frac{1}{2}^{\circ}$ al norte del ecuador (trópico de Cáncer). El Sol se mueve, entonces, hacia el Sur, de tal modo que el 23 de septiembre (equinoccio de otoño) está directamente sobre la vertical, a mediodía, de nuevo en el ecuador, y el 21 de diciembre (solsticio de invierno) está sobre la vertical, a mediodía, en los lugares situados a $23 \frac{1}{2}^{\circ}$ al sur del ecuador (trópico de Capricornio). El Sol se mueve hacia el Norte de nuevo y el ciclo se repite (véase fig. 1.1).

El movimiento Norte-Sur del Sol es, naturalmente, el principal factor que determina las temperaturas sobre la superficie de la Tierra. Entre el 21 de marzo y el 23 de septiembre el día tendrá una duración superior a las 12 horas en el hemisferio norte, y el Sol estará relativamente alto en el firmamento (según la latitud). Entre el 23 de septiembre y el 21 de marzo la duración del día es menor de doce horas

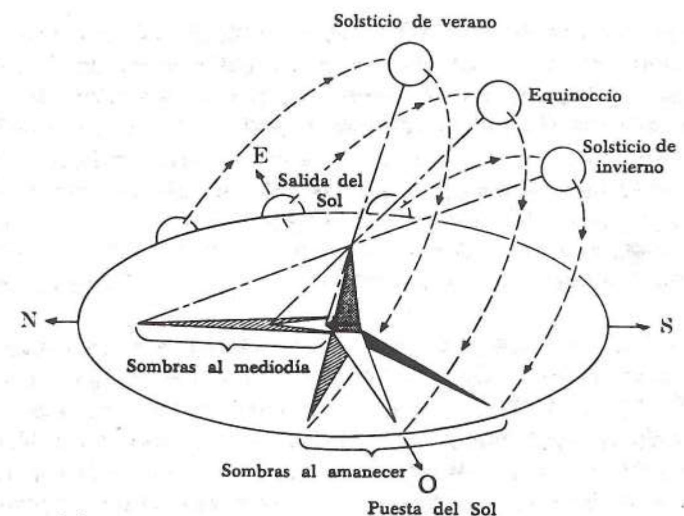


Figura 1.1

en el hemisferio norte y el Sol no se eleva muy alto. (Estas circunstancias serán justamente las opuestas en el hemisferio sur.) El 21 de marzo y el 23 de septiembre, el día y la noche tienen la misma duración en todas partes, de donde procede el término *equinoccio* (*igual noche*, en latín).

La correlación entre las estaciones y el movimiento del Sol a través de las estrellas fue un descubrimiento científico de vital importancia en las antiguas civilizaciones agrícolas. Al establecer un calendario de 365 días, los antiguos astrónomos podían predecir la llegada de la primavera y decir al agricultor cuándo debía sembrar sus cosechas. Eventualmente se encontró que tal calendario se hacía cada vez más inexacto, a menos que se añadieran algunos días extra para tener en cuenta el hecho engorroso de que el año (medido por el tiempo que el Sol tarda desde que abandona un punto entre las estrellas hasta que vuelve al mismo punto) consta de 365 días más un cuarto de día. Otra dificultad estaba en que la posición del Sol en el Zodíaco en el equinoccio de primavera variaba gradualmente a lo largo de los siglos. Mil años a. de C. el Sol, el día 21 de marzo, estaba entre las estrellas de la constelación de Aries, pero, poco a poco, se desplazó a Piscis, donde se encuentra ahora todos los años en dicha fecha. Dentro de unos siglos estará en Acuario. * Este fenómeno se denomina *precesión de los equinoccios* y, como veremos posteriormente, es simplemente otro aspecto del movimiento gradual del polo Norte celeste, antes citado.

* De aquí la frase deducida de la astrología popular de que la «Edad de Acuario» está a punto de llegar.

Finalmente, los antiguos observaron que ciertas estrellas especiales no permanecían en posiciones fijas sobre la esfera celeste, sino que se desplazaban en una forma complicada, aunque regular. Estas estrellas se conocieron con el nombre de *planetas* (de una palabra griega que significa *errante*), y el estudio de sus movimientos fue una de las principales ocupaciones de los astrónomos hasta el siglo XVII.

Las antiguas teorías griegas sobre el movimiento planetario no eran intentos estrictamente técnicos para correlacionar una serie particular de observaciones en la forma que hoy llamaríamos «científica». Los filósofos griegos eran partidarios de un enfoque más amplio. Sobre la base de observaciones preliminares, un astrónomo podía formular un esquema de movimiento planetario que explicase los datos disponibles en aquel tiempo; pero para que tal esquema tuviera un valor permanente no bastaba con que estuviera de acuerdo con todas las observaciones subsiguientes, sino que, además, debía ajustarse con otras ideas más estrictamente filosóficas o teológicas. Los seguidores de Pitágoras, por ejemplo, concebían que los tamaños relativos de las órbitas de los planetas eran proporcionales a las longitudes de las cuerdas sucesivas de un instrumento musical armónicamente afinado. Esto aseguraba «una armonía de las esferas», más satisfactoria e importante para los requisitos filosóficos generales de los partidarios de Pitágoras que las relativamente estrictas demandas de predicción cuantitativa de los sucesos físicos efectuadas por los astrónomos modernos. Ahora bien, existía, por ejemplo, una escuela diferente en Grecia, la de Aristóteles, que encontró en observaciones cualitativas de la caída libre de cuerpos pequeños y grandes suficiente evidencia para integrar estos fenómenos físicos con los requisitos filosóficos de mayor alcance y, por tanto, un esquema más natural y más satisfactorio.

1.2 El problema de Platón

Nada más fácil y más erróneo que subestimar el punto de vista de los antiguos griegos. No sólo la mecánica de los griegos «funcionaba» dentro de los límites del interés común, sino que en algunas escuelas de pensadores fue también intelectualmente una obra majestuosa y de profundo significado. La influencia del pensamiento griego está presente en cualquier actividad contemporánea, tanto en las ciencias como en las artes o las leyes, el gobierno o la educación.

La Astronomía es un buen ejemplo. Se cuenta que Platón (siglo IV a. de C.) planteaba el problema a sus alumnos en estos términos: Las estrellas —consideradas como eternas, divinas e inmutables— se mueven alrededor de la Tierra dando una vuelta por día como puede verse, y según la trayectoria de mayor perfección, el círculo. Pero hay algunos cuerpos celestes que, si los observamos durante un año, aparecen errantes, casi en desorden, por el cielo, recorriendo trayectorias anuales de una irregularidad desconcertante. Éstos son los *planetas*. Seguramente deben moverse «realmente» de algún modo, según círculos ordenados o combinaciones de

círculos. Tomando este movimiento circular como axioma, ¿cómo podemos interpretar las observaciones del movimiento planetario o, usando la frase contemporánea, «salvar las apariencias»? El importante problema de Platón puede plantearse como sigue: «Determinar qué clases de ***movimientos (circulares) uniformes y ordenados*** deben asignarse a cada uno de los planetas para explicar sus trayectorias anuales aparentemente irregulares». La formulación del problema histórico de Platón resume para nosotros, de un modo evidente, las dos principales contribuciones de los filósofos griegos a la materia que vamos a tratar:

a) La teoría física (por ejemplo la teoría del movimiento planetario) es inteligible solamente en razón de concepciones metafísicas* previas específicas (concepciones, por ejemplo, que postulan que los cuerpos celestes deben ejecutar movimientos circulares «perfectos»). Ésta resultó ser una doctrina poco fructífera como base de la ciencia. Durante los siglos XVI y XVII, después de las grandes luchas que discutiremos más adelante, esta teoría comenzó a ser abandonada en favor de las ciencias experimentales.

b) La teoría física se basa en fenómenos observables y mensurables, tales como los movimientos aparentes de los planetas, siendo su intento descubrir uniformidades de comportamiento que realcen las aparentes irregularidades y expresarlas en el lenguaje de los números y la geometría. Esta idea directriz, que Platón no extendió más allá de la Astronomía y que fue, en parte, deducida de la escuela de Pitágoras, fue una sugerencia atesorada que reapareció cuando Kepler y Galileo dieron forma a su ciencia experimental. Sin embargo, Platón creía que las leyes físicas pueden ser encontradas a partir de principios intuidos directamente y cuyo objetivo es explicar fenómenos específicos en el contexto de un sistema filosófico. La veracidad de un principio no se medía, como hoy, por su utilidad en cada situación física conocida o prevista. Consideremos esta sentencia de Platón en ***Fedón***: «Este es el método que he adoptado: en primer lugar, admitía aquel principio que juzgaba como el más firme y después afirmaba como cierto todo aquello que concordaba con él, relacionado con la causa o con algo más; y aquello que no estaba de acuerdo, lo consideraba falso.»

La cuestión astronómica específica de Platón, que éste no intentó seriamente responderse a sí mismo, llegó a ser la más importante para los astrónomos en tiempos de Galileo. Veamos cómo intentaron construir un sistema del Universo de acuerdo con el axioma de «movimiento uniforme y ordenado», es decir, un sistema que

---

* El término *metafísica* se usa aquí en un sentido concreto: se refiere a la disciplina en la cual se investigan los principios del conocimiento o del ser en términos de conceptos intuitivos y autoevidentes, de conceptos de la «experiencia diaria» y de analogías.

permita a los objetos celestes moverse sólo en movimientos circulares uniformes (constantes) o en combinaciones de varios de estos movimientos. Descubriremos que, finalmente, todos estos sistemas resultaron insatisfactorios; pero la ciencia moderna surgió de este fracaso.

1.3 El sistema de Aristóteles

Evidentemente, al intentar racionalizar el movimiento de los cuerpos celestes, la hipótesis más inmediata la constituye el sistema geocéntrico,* el cual sitúa la Tierra en el centro de la esfera celeste que contiene las estrellas fijas. El movimiento diario que se observa en estas estrellas fijas se explica inmediatamente en nuestro modelo, si exigimos a la esfera celeste que gire uniformemente sobre un eje de dirección Norte-Sur dando una vuelta por día. Si queremos explicar, entonces, los movimientos aparentes del Sol, la Luna y de los cinco planetas visibles, alrededor de la Tierra fija, podemos suponer que cada uno se mueve en su propia esfera transparente, unas dentro de las otras, y las siete dentro de la esfera celeste de las estrellas fijas, y que la Tierra ocupa el centro del sistema (fig. 1.2). Pero hay que tener en cuenta que los siete cuerpos celestes no salen y no se ponen siempre en el mismo punto del horizonte. Además, se observa que los planetas tienen, durante el año, recorridos complicados respecto a las estrellas fijas, invirtiendo algunas veces temporalmente el sentido de su movimiento. Así pues, debemos asignar a cada una de las esferas correspondientes a estos cuerpos un conjunto de rotaciones simultáneas alrededor de ejes diferentes, con distintas velocidades y direcciones para cada rotación y distintas inclinaciones de los ejes y, de este modo, obtener un modelo que explique los recorridos realmente observados.

¡Aquí, el genio matemático de los griegos fue puesto a prueba! El Sol y la Luna eran problemas relativamente simples, pero alguno de los planetas ofrecía gran dificultad. Un discípulo de Platón (Eudoxio) estableció que serían necesarios veintiséis movimientos uniformes simultáneos para el conjunto de los siete cuerpos celestes.

Otros propusieron abandonar la hipótesis de que el Sol y los planetas se mantenían fijos sobre esferas celestes —lo cual significa que deben permanecer siempre a la misma distancia de la Tierra— y desarrollaron las combinaciones más complicadas de círculos que resumiremos brevemente en las secciones 1.6 y 1.7.

Pero, ¿es la misión del astrónomo (o de cualquier científico) limitarse a la construcción de sistemas matemáticos que concuerden con las observaciones realizadas, independientemente de su artificiosidad? ¿Está su trabajo terminado cuando puede «salvar los fenómenos» (o «ajustar los datos», como diríamos ahora) o debe

* Centrado en la Tierra (del griego *ge* = Tierra).

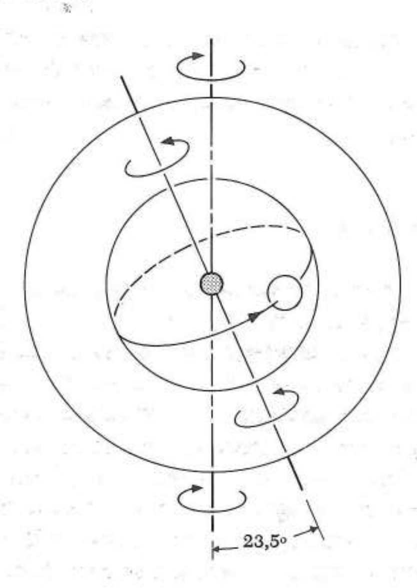


Fig. 1.2 El movimiento anual norte-sur (estaciones) del Sol fue explicado suponiendo que estaba fijo a una esfera cuyo eje estaba inclinado 23,5° respecto al eje de las estrellas.

buscar una explicación físicamente plausible de la forma en que trabaja la Naturaleza?

Una respuesta clara a esta cuestión fue dada por Aristóteles (384-322 a. de C.), sucesor de Platón y el más grande filósofo de la Antigüedad (para algunos el mayor de todos los tiempos). Los escritos de Aristóteles sobre cosmología estaban íntimamente integrados en su filosofía; unificó en un esquema conceptual elementos que están ahora separados en distintos componentes: científicos, poéticos, teológicos, éticos. Precisamente, por concentrar su teoría del Universo en la comprensión física más que en el cálculo matemático, aquélla fue ampliamente adoptada, especialmente en el período medieval, poco antes del nacimiento de la ciencia moderna.

¿En qué consiste el Universo? Siguiendo una creencia entonces corriente, Aristóteles postuló que la materia, dentro de nuestro alcance físico, es una mezcla de cuatro elementos: tierra, agua, aire y fuego. Realmente, nadie podía ver los elementos puros; un pedazo de tierra o una piedra contenía, principalmente, tierra, mezclada con pequeñas cantidades de los otros tres elementos. Una vasija llena del agua más pura que se podía obtener, además del elemento puro agua, contenía siempre alguna sustancia terrestre. Ciertamente, al evaporar toda el agua queda siempre algún residuo sólido. (Tan convincente era este experimento y su interpretación, que

cuando el gran químico Lavoisier, mediante una ingeniosa demostración experimental, probó por vez primera en 1770 que la mayor parte del residuo procedía de las paredes de la propia vasija, afirmó que «el pensamiento de los viejos filósofos todavía era compartido por algunos químicos de la época».)

Un segundo postulado prescribía que cada uno de estos cuatro elementos tenía una tendencia acusada de alcanzar su «estado natural» de reposo: la Tierra al fondo (o centro del Universo), a continuación el agua, después el aire y, finalmente, el fuego en la parte superior.

Un tercer postulado afirmaba que el movimiento real de un objeto viene determinado por la tendencia del elemento presente en mayor abundancia. Así, la conducta del vapor que se eleva de un vaso de ebullición, se explica por el movimiento ascendente debido a la introducción del elemento fuego en el agua que se calienta; al enfriarse, el vapor abandona su fuego y, entonces, el elemento predominante, agua, se asegura a sí mismo y la humedad condensada se precipita ocupando su lugar natural abajo.

Una consecuencia de este punto de vista es que el movimiento de un objeto hacia arriba o hacia abajo de su lugar natural, el llamado «movimiento natural», viene tan gobernado por el equilibrio de sus elementos constituyentes, que su velocidad de movimiento debe ser proporcional a la cantidad del elemento predominante. Una piedra grande, que contiene, evidentemente, más tierra que otra pequeña, descendería mucho más rápidamente al dejarla caer libremente. Volveremos a este punto en el capítulo 7, donde podremos ver que esta predicción sobre la velocidad de caída de los cuerpos proporcionó a Galileo una de sus armas para derrocar el sistema aristotélico.

Aristóteles también postuló que estos cuatro elementos se encontraban sólo en el dominio terrestre o «sublunar» (debajo de la Luna). Más allá existe una clase de elemento completamente distinto: el *éter*,* con el cual estaban construidos los cielos. Mientras los cuatro elementos terrestres estaban siempre sometidos a procesos de cambio —«generación y corrupción» en la frase de Aristóteles—, el éter es, por definición, puro e inmutable. Tiene su propio movimiento natural apropiado a su naturaleza, movimiento sin principio ni fin y que se mantiene siempre en su lugar natural: «movimiento *circular*». Así, el uso de círculos para explicar los movimientos de los cuerpos celestes, como fue sugerido por Platón, no era simplemente una conveniencia matemática; era una necesidad filosófica en el sistema de Aristóteles.

Aristóteles concibió el sistema de esferas celestes como un método mecánico, que no es totalmente extraño a los físicos de los siglos XVII, XVIII y XIX. Más allá de la mayor esfera (donde estaban incrustadas las estrellas) está el divino «móvil primario» (llamado ***primum mobile*** en la fig. 1.3). El móvil primario hace girar

* También conocido como «quinta esencia», del término latino «quinto elemento». El *éter* procede de una palabra griega que significa quemar o inflamar.

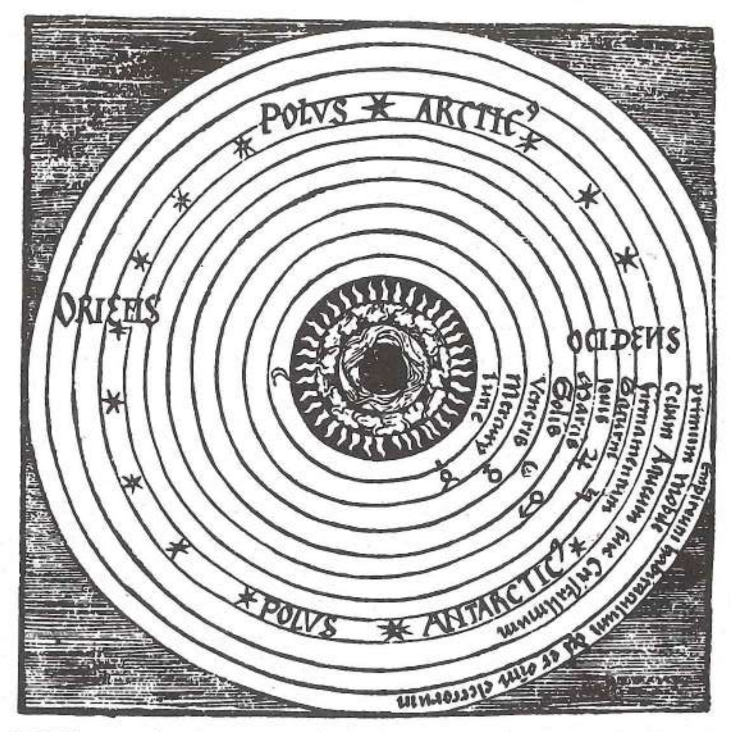


Fig. 1.3 Una antigua concepción medieval del mundo. La esfera de la Luna separa la región terrestre (compuesta de capas concéntricas de los cuatro elementos, Tierra, Agua, Aire y Fuego) de la región celestial. Más allá de la Luna están las esferas concéntricas portadoras de Mercurio, Venus, Sol, Marte, Júpiter, Saturno y las estrellas fijas. (De un grabado de 1508.)

la esfera estrellada con un ritmo regular; este movimiento se transfiere por rozamiento, con alguna pérdida, a las esferas de los planetas más externos y, por tanto, a las esferas del Sol y de los planetas más internos. Aunque Aristóteles aceptaba las veintiséis esferas de Eudoxio mencionadas anteriormente, él prescribía otras veintinueve, en parte para explicar las discrepancias más evidentes entre el sistema de Eudoxio y las trayectorias observadas de los planetas, y en parte como esferas intermedias para "neutralizar" el movimiento invertido de algunas de las esferas.

Y, sin embargo, algunas características de fácil observación en el firmamento quedaban sin explicar por el sistema de Aristóteles, notablemente el hecho de que el Sol, la Luna, Venus, Marte y Júpiter aparecían a veces más brillantes o más próximos, y otras veces más alejados de la Tierra. Una serie de rotaciones uniformes de los cuerpos celestes sobre esferas *concéntricas* con la Tierra no es compatible con

un cambio de distancia a la Tierra. Aristóteles se dio cuenta de este problema, mas quitó importancia a este simple, pero fatal, argumento contra la hipótesis fundamental de su sistema. Era para él mucho más fácil, como lo es ahora, ignorar el testimonio de las observaciones contrarias que construir un esquema total del mundo que fuese a la vez útil y concluyente. Esto no quiere decir que Aristóteles propusiese una teoría que sabía que era falsa. El esquema parecía correcto desde el punto de vista tanto de su Filosofía como de su Mecánica. La ciencia original aristotélica no era una ciencia falsa desde el punto de vista moderno, sino una actividad fundamentalmente distinta de ella.

Quizá veamos también aquí un ejemplo del importante carácter humano que ilumina todo el trabajo científico y del que ni los más grandes pensadores pueden verse libres enteramente: todos tendemos a negar la importancia de hechos u observaciones que no estén de acuerdo con nuestras convicciones e ideas preconcebidas, de tal modo que algunas veces decimos ignorarlas aunque estén ante nuestros ojos. Además, ni la teoría científica más general y moderna puede intentar seriamente explicar todos los detalles de un caso específico. Es preciso siempre idealizar las observaciones antes de intentar enfrentarlos con la teoría, no sólo porque existen incertidumbres experimentales inevitables en toda observación, sino porque los esquemas conceptuales se construyen de un modo consciente para aplicarlos a observaciones *seleccionadas*, más bien que a una experiencia en concreto. Es por esto que en la historia de la ciencia se encuentran casos en los cuales la parte que se despreció en un fenómeno había de considerarse el aspecto más significativo del mismo. Ahora bien, si no se hiciesen intentos o teorías incompletas en la ciencia, nunca obtendríamos una completamente satisfactoria y que abarcase a todas. Puesto que no se puede esperar humanamente que se establezca una teoría de un solo golpe, deberemos contentarnos con aproximaciones sucesivas.

1.4 ¿Cuáles son las dimensiones de la Tierra?

Alejandro Magno (356-323 a. de C.), que de joven tuvo como preceptor a Aristóteles, consquistó la mayor parte del mundo conocido por los griegos durante su corta vida. En el año 331 a. de C. anexionó Egipto a su imperio y fundó allí la ciudad de Alejandría. Durante las décadas siguientes, el centro de la civilización griega se desvió de Atenas a Alejandría. Aunque el imperio de Alejandro se desmembró después de su muerte, el reinado de los Ptolomeos en Egipto mantuvo la civilización griega a un alto nivel durante los dos siglos siguientes. La propia Alejandría llegó a ser una mezcla cosmopolita de razas y credos con una población fundamentalmente egipcia y una clase superior griega-macedónica, muchos judíos, africanos, árabes, sirios, hindúes, etc. George Sarton, que ha escrito extensamente sobre la ciencia de Grecia y Alejandría, compara la relación entre Alejandría y Atenas a la existente entre Nueva York y Londres.

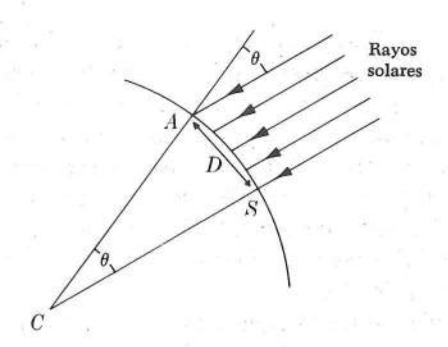


Fig. 1.4 Método de Eratóstenes para estimar el tamaño de la Tierra.

Dos de las instituciones culturales más famosas del mundo antiguo fueron el Museo y la Biblioteca de Alejandría. El Museo fue el centro de investigación científica y matemática dirigido por Euclides, Apolonio, Eratóstenes, Hiparco, quizás Aristarco y (mucho después) el astrónomo Ptolomeo (no debe confundirse con la dinastía real de los Ptolomeos). Algunos de estos nombres aparecerán, posteriormente, en este capítulo.

Eratóstenes (273-192 a. de C.) se educó en Atenas, pero pasó más de la mitad de su vida en Alejandría. En un momento en que muchos científicos comenzaban a especializarse en matemáticas o astronomía, Eratóstenes, como Aristóteles, era universalista. Como rector de la Biblioteca de Alejandría, era responsable no sólo de recopilar, ordenar y preservar varios miles de papiros manuscritos, sino también de conocer su contenido. Aplicó las matemáticas y su conocimiento del mundo para fundar la geografía. Sus contemporáneos le aplicaron con menosprecio los seudónimos de "beta" (en el sentido "de segundo orden") y "pentathlom" (péntatlon: competición atlética que comprende cinco pruebas). Suponían que cualquiera que desea abarcar tantas especialidades no puede ser maestro de ninguna. Sin embargo, Eratóstenes realizó una proeza extraordinaria: midió el tamaño de la Tierra.

A continuación se expone un breve esquema del cálculo de Eratóstenes, que nos dará cierta idea del nivel sofisticado que la ciencia de los griegos había alcanzado en el tercer siglo a. de C. Eratóstenes hizo las siguientes hipótesis:

1) La Tierra es esférica.

2) Los rayos de sol son paralelos cuando inciden sobre la Tierra (lo que significa que el Sol está muy alejado de la Tierra).

3) Los dos lugares de la superficie terrestre donde hizo sus observaciones: Alejandría y Siena (ahora Asuán, Egipto), están en la misma línea Norte-Sur.

4) Siena se halla exactamente sobre el trópico de Cáncer (latitud $23\frac{1}{2}^\circ$ N), de tal modo que el Sol está directamente sobre la vertical, a mediodía, el día de solsticio de verano.

Ninguna de estas hipótesis es exactamente correcta, pero son tan aproximadas que Eratóstenes pudo obtener un resultado sorprendentemente preciso.

El cálculo estaba basado en dos medidas: el ángulo que los rayos de sol formaban con un palo vertical, a mediodía, en el solsticio de verano en Alejandría (una medida fácil) y la distancia lineal (D) entre Alejandría (A) y Siena (S) (una medida difícil que se realizó a partir del tiempo que tardaba en ir de A a S un grupo de soldados bien entrenados, cuya velocidad de marcha era conocida y, regularmente, constante). De acuerdo con la cuarta hipótesis, el ángulo en A es el mismo ángulo θ subtendido en el centro de la Tierra, C, por el arco AS; en otras palabras, es la diferencia de latitud entre Alejandría y Siena. Eratóstenes podía, entonces, establecer una proporción entre el ángulo θ y la distancia D; la razón de θ a un círculo completo (360°) es la misma que entre la distancia D y la circunferencia c:

$$\frac{D}{c} = \frac{\theta}{360},$$

en donde θ = ángulo ACS, c = circunferencia de la Tierra, y D = longitud del arco AS.

De acuerdo con Eratóstenes, el ángulo θ era, exactamente, 1/50 del círculo:

$$\theta = \frac{360}{50} = 7{,}2^\circ$$

y la distancia medida

$$D = 5\,000 \text{ estadios.}$$

Por tanto, resolviendo la ecuación anterior, resulta para c:

$$c = \frac{360\,D}{\theta} = 250\,000 \text{ estadios.}$$

Para comparar este resultado con los valores actuales, todo lo que necesitamos conocer es el factor de conversión entre la unidad griega de distancia, el estadio, y una unidad actual de longitud como el kilómetro o la milla. Desgraciadamente, existe alguna duda sobre este factor de conversión; la mejor hipótesis es que un estadio

equivalía a una décima de milla, o quizás un poco más. Dependiendo del factor utilizado, el resultado de Eratóstenes quedaba dentro del 1 ó 2 % del valor actual de 24 860 millas para la circunferencia de la Tierra o 3 957 millas (6 366 km) para su radio R. En cualquier caso, era una notable demostración de que la inteligencia del hombre podía dominar porciones del mundo que eran, por lo menos, de un orden de magnitud superior al mundo sometido por la fuerza física por Alejandro Magno.

Problema 1.1 Los datos registrados por Eratóstenes parecen haber sido redondeados. Suponiendo que el valor del ángulo θ está comprendido, realmente, entre 360/49 y 360/51 grados, y que la distancia D está realmente entre 4 900 y 5 100 estadios, determinar los límites superior e inferior para la medida de la circunferencia y radio de la Tierra en estadios. Convertir estos valores en millas y kilómetros sabiendo que 1 estadio $= \frac{1}{10}$ milla y 1 milla = 1,609 km.

1.5 La teoría heliocéntrica*

Naturalmente, el problema del movimiento planetario persistía. Había dos modos principales de enfocar el problema después de Aristóteles: la teoría heliocéntrica y la teoría geocéntrica modificada. Discutiremos ahora la primera de ellas. Aristarco de Samos (siglo III a. de C.), influido, quizás, por Heráclito de Ponto (siglo IV a. de C.), sugirió que podría resultar un esquema simple del mundo si se colocase el Sol en el centro del Universo, y si la Luna, la Tierra y los cinco planetas entonces conocidos, girasen a su alrededor con distintas velocidades y en órbitas de distintas dimensiones. No tenemos muchos detalles de esta teoría; solamente se conoce a través de referencias de los escritores antiguos. Aparentemente, consideraba que la Tierra tenía una rotación diaria sobre su eje Norte-Sur, como también una rotación anual en su órbita alrededor del Sol; y colocaba el sistema total dentro de la esfera de las estrellas fijas, que por esto debía considerarse en reposo respecto al centro del Universo.

Esta representación heliocéntrica tiene, al menos, una ventaja inmediata: da una interpretación del hecho de que los planetas se aproximen a la Tierra en unas ocasiones y en otras se alejen, explicando así las observaciones de la variación del brillo de los planetas durante el año. Pero el mundo antiguo vio tres serios inconvenientes en la hipótesis de Aristarco:

Primero. El sistema estaba en conflicto con la doctrina filosófica contemporánea; por ejemplo, en que la Tierra se diferenciaba de los «cuerpos celestes» por

---

* Del griego *helios* = Sol.

su «inmovilidad» y posición, ya que su «lugar» natural está en el centro del Universo. De hecho, los contemporáneos de Aristarco le consideraron un impío por suponer en movimiento al «corazón del Universo». Además, esta nueva representación del sistema solar contradice el sentido común y las observaciones cotidianas; ¿no reflejan las palabras, frecuentemente usadas en Astronomía —salida del sol, movimiento de los planetas y otras semejantes— la certeza intuitiva de que la Tierra está en reposo?

Problema 1.2 Hacer una lista con algunas de las observaciones diarias y nociones del sentido común que parecen conducir de un modo natural a la teoría geocéntrica. Al efectuar esto, tener cuidado de ***no dejarse influir*** por la existencia de cualquier teoría particular geocéntrica o de otra naturaleza.

Segundo. Por lo que sabemos hasta ahora, Aristarco no reforzó su sistema con cálculos y predicciones cuantitativas de los recorridos de los planetas, lo que, según la normativa actual, constituye una condición evidente para poder ser reconocido por la ciencia. Su trabajo parece haber sido puramente cualitativo, aunque en algunas otras partes de su obra haya demostrado una notable habilidad matemática.

Tercero. Los pensadores griegos ofrecián un profundo e ingenioso razonamiento para refutar a Aristarco. Si la Tierra se moviese alrededor del Sol, habría puntos en el largo recorrido de su órbita en que estaría comparativamente más cerca de una determinada estrella fija y otros puntos en que estaría más alejada. Por tanto, la dirección en la que miraríamos una estrella sería distinta en las distintas posiciones (fig. 1.5). Este fenómeno, llamado ***paralaje*** anual de las estrellas fijas, debería tener lugar según la hipótesis heliocéntrica de Aristarco, pero no había sido observado por los astrónomos griegos.

Para explicar el fallo de la observación de la paralaje estelar podemos decir: *a*) bien que la paralaje estelar es tan pequeña que no es observable a simple vista (lo cual, a su vez, requiere que las estrellas fijas estén a distancias muy grandes comparadas con el diámetro de la órbita anual de la Tierra), o bien, *b*) que Aristarco estaba equivocado y que la Tierra no se mueve. Parece natural que los antiguos, predispuestos a desechar el sistema heliocéntrico y la consideración del Universo infinitamente extenso, optasen por la segunda de estas alternativas. No obstante, fue la primera la que, finalmente, resultó ser la correcta. La paralaje existía ciertamente, pero era tan pequeña que incluso las medidas telescópicas no la revelaron hasta 1838.

Problema 1.3 La paralaje anual de una estrella determinada puede definirse, aproximadamente, por la mitad del ángulo comprendido entre las dos visuales trazadas desde el centro de la Tierra a la estrella desde los extremos opuestos de un

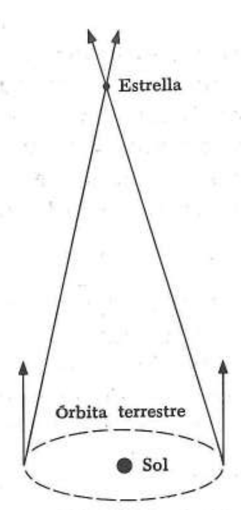


Fig. 1.5 Paralaje de una estrella vista desde la Tierra. El diagrama no está a escala; la estrella está mucho más lejos con relación al tamaño de la órbita de la Tierra.

diámetro de la órbita terrestre. Considerando que los griegos no pudieron detectar la paralaje, y que su exactitud de medida fuera sólo de $\frac{1}{2}^\circ$, ¿cuál sería la distancia mínima desde la órbita terrestre a la estrella fija más próxima? (Expresar el resultado en unidades astronómicas U.A., siendo 1 U.A. la distancia media de la Tierra al Sol, o sea $14{,}95 \times 10^7$ km.) F. W. Bessel, en 1838, observó por vez primera la paralaje anual de la estrella brillante más próxima (α del Centauro), que resultó ser del orden de $\frac{3}{4}$ de segundo. ¿Cuál es, aproximadamente, su distancia a nosotros? (Los modernos telescopios pueden medir paralajes de unos 0,01″ y, por tanto, determinar directamente distancias de estrellas que estén cien veces más lejos que la α del Centauro.)

La teoría heliocéntrica de Aristarco tuvo aparentemente muy poca influencia en el pensamiento griego, de modo que no merece la pena que le dediquemos más tiempo. Pero estas especulaciones sirvieron de estímulo al trabajo crucial de Copérnico, dieciocho siglos después. Evidentemente, las ideas no se encuentran limitadas por el tiempo o el espacio; nunca pueden valorarse con *definitiva* certidumbre.

1.6 Teorías geocéntricas modificadas

De los esquemas astronómicos primitivos se derivaron vigorosamente otros que vamos a examinar a continuación. Para permitir que los planetas tengan dis-

tancias a la Tierra variables, conservando aún la vieja creencia de una Tierra inmóvil, se modificó de varias ingeniosas maneras el sistema de las esferas concéntricas. Ello se debió, principalmente, a Apolonio,* Hiparco,** y por último, al influyente astrónomo y geógrafo Claudio Ptolomeo (siglo segundo a. de C.).***

a) *Movimiento excéntrico.* Si la Tierra en reposo no estuviese exactamente en el centro de rotación de un cuerpo celeste de movimiento uniforme, éste se movería según una trayectoria *excéntrica* respecto a la Tierra y su distancia a la misma variaría en el transcurso del tiempo. Este esquema explicaría el movimiento aparente anual del Sol, ya que éste aparece mayor (y, en consecuencia, más próximo) a mediodía en nuestro invierno que en nuestro verano. Observemos que con la introducción de los movimientos excéntricos estos astrónomos violaban, realmente, la antigua doctrina que requería que los movimientos de los planetas fuesen circulares alrededor del centro de la Tierra.

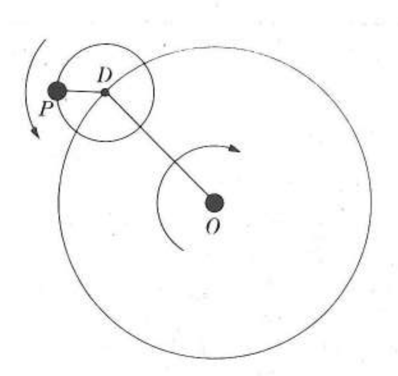


Fig. 1.6 Ejemplo del movimiento epicíclico de un planeta *P*.

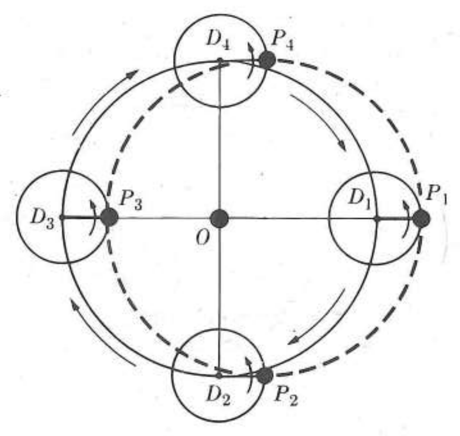


Fig. 1.7 Trayectoria excéntrica representada por el movimiento epicíclico.

---

* *Apolonio* (siglo III a. de C.) sugirió el epiciclo; también analizó, sin ninguna referencia a la astronomía, las propiedades de las secciones cónicas, tales como la parábola y la elipse, que tuvieron su importancia, más tarde, en la teoría de Kepler-Newton en el siglo XVII (ver caps. 4 y 11).

** *Hiparco* (siglo II a. de C.) inventó un tipo de cálculo equivalente a lo que hoy llamamos trigonometría. Sus trabajos sobre la teoría de los movimientos del Sol, la Luna y los planetas fueron incorporados al sistema de Ptolomeo. Como la mayor parte de lo que se conoce como trabajo de Hiparco procede de referencias ambiguas de Ptolomeo, es difícil saber la contribución de cada uno de estos astrónomos en la creación del «sistema de Ptolomeo». A Hiparco se le atribuye también el descubrimiento de la precesión de los equinoccios, aunque antes que él debía conocerse algo sobre este fenómeno.

*** Obsérvese el enorme intervalo de tiempo transcurrido entre Hiparco y Ptolomeo: No se conoce ninguna contribución importante al campo de la astronomía durante el crecimiento del Imperio romano y el establecimiento del Cristianismo.

b) ***Movimiento en epiciclos***. La fig. 1.6 representa un objeto P (tal como el Sol o un planeta) dotado de dos movimientos simultáneos uniformes de rotación: un movimiento circular de P alrededor de un punto D (en el espacio) de radio PD, y un movimiento de rotación de la línea OD alrededor del punto O (posición de la Tierra). El círculo pequeño es un *epiciclo*, el círculo grande se llama *deferente*. Los dos movimientos pueden tener velocidades, direcciones y radios independientes. La fig. 1.7 indica el caso particular en que el sistema epicíclico recorre una trayectoria excéntrica (línea de puntos), y la fig. 1.8 muestra, a través de la línea de puntos que conecta veinticuatro posiciones sucesivas de P, el complicado movimiento que resulta cuando P gira alrededor de D varias veces mientras D se mueve una sola vez alrededor de O.

Problema 1.4 ¿Cuál es la razón entre las velocidades angulares correspondientes al epiciclo y al deferente en la fig. 1.8? ¿Cuál sería la trayectoria si la razón fuera exactamente 3:1? sol: $\omega_e/\omega_d = T_d/T_e = 3:1$

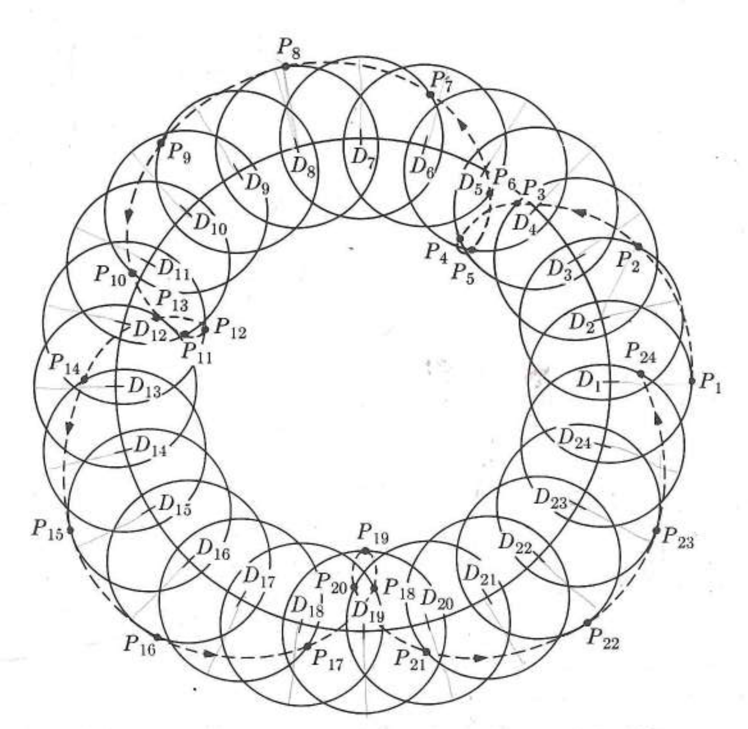


Fig. 1.8 Movimiento epicíclico de P mostrando tres inversiones temporales de dirección del movimiento en P_4, P_{11} y P_{18}. (Adaptado de M. Cohen e I. Drabkin.)

El tipo de esquema de epiciclos, ilustrado por la figura 1.8, explica, de hecho, la mayor parte de las complicaciones observadas en las trayectorias de los planetas con relación a las estrellas fijas cuando se ven desde la Tierra. Notemos, particularmente, la inversión de sentido del movimiento, o ***movimiento retrógrado***, en las posiciones P_4, P_{11} y P_{18}. Para representar el movimiento de Júpiter eran necesarios once de dichos lazos, pues éste es el número de movimientos en sentido contrario observados en la trayectoria completa de este planeta alrededor de la Tierra, que tiene lugar, aproximadamente, en doce años.

Eligiendo apropiadamente los respectivos radios, velocidades y direcciones, una trayectoria excéntrica puede ajustarse por un movimiento epicíclico. Ptolomeo utilizaba uno u otro procedimiento y algunas veces mezclas de ambos según el problema. Notaremos, de paso, que el artificio de los epiciclos viola la doctrina antigua igual que el movimiento excéntrico, pues la noción de que un cuerpo celeste P se mueve alrededor de un punto D sobre el círculo deferente es, estrictamente hablando, incompatible con los postulados originales, igual que cualquier esquema que permita a un planeta moverse alrededor de la Tierra según un círculo centrado en un punto distinto de ésta.

Problema 1.5 Construir lo mejor que se pueda, con ayuda de compás y regla, la trayectoria de P (***semejante*** a la de la fig. 1.7) para el caso en que P dé dos revoluciones alrededor de D mientras D efectúa una revolución alrededor de O.

Problema 1.6 A partir de nuestras observaciones, podemos realizar las siguientes hipótesis: El Sol se mueve alrededor de la Tierra de Este a Oeste una vez al día, lo mismo que ocurre con la esfera celeste, pero unos cuatro minutos por día más lentamente. El Sol se aproxima también a la Tierra durante nuestro invierno (es decir, para los observadores del hemisferio norte) y se aleja en verano viajando lentamente, además, hacia el norte del ecuador en verano y hacia el sur del ecuador en invierno. ¿Cuál de estas características puede incorporarse al modelo esférico mostrado en la fig. 1.2 y cuál no? Sugerir y trazar las directrices de un modelo geocéntrico cualitativo para estos movimientos del Sol alrededor de la Tierra utilizando los artificios descritos en esta sección.

Notemos lo que se ha retenido y desechado de Aristóteles y Platón en la concepción de Ptolomeo de epiciclos y movimiento excéntrico. Todavía se hace uso del ***movimiento circular uniforme*** y de la Tierra ***en reposo***. Desaparece el esquema de esferas todas concéntricas en la Tierra y con ello la necesidad de tener todas las rotaciones centradas exactamente en la Tierra. Este cambio es aún más evidente cuando vemos que Ptolomeo tuvo necesidad de añadir todavía otro artificio (el ***ecuante***) para representar, de modo más fidedigno, ciertas características del movimiento celeste.

c) ***El ecuante.*** El Sol recorre la mitad de su trayectoria a través de las estrellas (es decir, 180° en un ciclo completo de 360°) entre el equinoccio de primavera (21 de marzo) y el equinoccio de otoño (23 de septiembre). La otra mitad de su trayectoria se completa entre el 23 de septiembre y el 21 de marzo. Así, el Sol parece moverse un poco más lentamente durante el verano y un poco más rápido durante el invierno; en verano tarda seis días más en cubrir la misma distancia ***angular*** (medida respecto a la esfera celeste) que en invierno. El hecho no podía explicarse por cualquier combinación de esferas rotatorias o epiciclos, ya que, en todo caso, se supone que la velocidad del movimiento circular es constante. Dificultades semejantes, pero menos obvias, surgen al intentar explicar los movimientos planetarios.

El artificio del ecuante de Ptolomeo puede verse en la fig. 1.9. Un objeto *P* se encuentra en un movimiento cíclico alrededor de *D*, el cual, a su vez, se mueve simultáneamente en un círculo centrado en *O*. Si este esquema fuese puramente epicíclico, la Tierra estaría en *O*. Si fuese una mezcla de movimiento epicíclico y excéntrico, la Tierra estaría en cualquier otro lugar de la línea AA′, por ejemplo en *E*. Hasta ahora, el movimiento de *D* ha sido especificado como un movimiento uniforme con respecto a *O*. Pero para representar los movimientos irregulares del Sol y los planetas anteriormente mencionados, Ptolomeo propuso que *D* girase uniformemente respecto a un punto *Q* llamado ecuante. Es decir, el ángulo *DQA* varía con velocidad constante mientras *D* da una vuelta completa. Ahora *D* ya no está en movimiento estrictamente circular uniforme, si bien su movimiento sigue siendo ***uniforme*** (visto desde *Q*) y ***circular*** (visto desde *O*).

Para aquellos astrónomos que sólo pretendían "salvar las apariencias", es decir, establecer un sistema que proporcionase predicciones exactas de todos los fenómenos celestes, el ecuante era un verdadero éxito. Pero cuantos deseaban un sistema compatible con los principios filosóficos generales, tales como la necesidad de un movimiento circular uniforme, se sentían defraudados con el carácter artificial

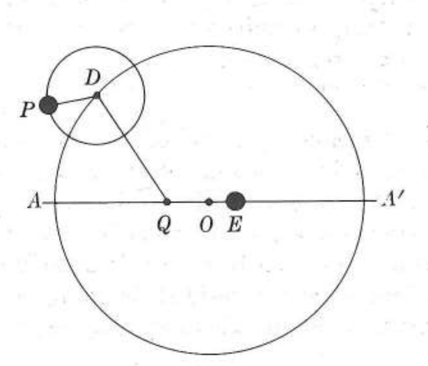


Fig. 1.9 Movimiento de *P* respecto al ecuante en *Q*.

del ecuante. ¿Cuál es el criterio más importante para una teoría científica: precisión o inteligibilidad?

El mismo Ptolomeo consideraba que su sistema estaba basado en una serie de hipótesis razonables que cualquier lector podía aceptar, incluso aunque no pudiera seguir todos los detalles de los cálculos. En su gran trabajo, que a través de las traducciones árabes llegó a conocerse con el nombre de ***Almagesto***, estableció las siguientes hipótesis:

1. Que el cielo es de forma esférica y tiene un movimiento giratorio.
2. Que la Tierra, considerada como un todo, es también de forma esférica.
3. Que está situada en medio del cielo, siendo su centro.
4. Que por razón de sus dimensiones y distancia a las estrellas fijas, la Tierra se comporta frente a esta esfera como si fuese un punto.
5. Que la Tierra no participa de ningún movimiento.

Implícita en su trabajo está también la vieja, pero ahora algo distorsionada, doctrina del movimiento circular uniforme como el único comportamiento imaginable de los objetos celestes.

Problema 1.7 ¿Cuál es el significado del cuarto punto respecto a las hipótesis preliminares de Ptolomeo?

1.7 El éxito del sistema de Ptolomeo

Ajustando los respectivos ejes, sentidos de movimiento, velocidades y radios de las rotaciones, número y tamaño de epiciclos, excéntricos y ecuantes, encajando sus artificios, mediante aproximaciones sucesivas, utilizando resultados parciales de generaciones de astrónomos anteriores, Ptolomeo estableció un esquema que fue útil para los astrónomos y navegantes durante más de catorce siglos. Fue la respuesta a la pregunta original de Platón, y representa una magnífica obra maestra llevada a cabo por un hombre de una habilidad extraordinaria. Una característica notable de este esquema es que los centros de los epiciclos de la Luna, Mercurio y Venus se encontraban sobre la recta que unía la Tierra y el Sol (fig. 1.10).

Pero la complejidad e imprecisiones de detalle de este esquema eran extraordinarias, y observaciones posteriores requerían de cuando en cuando la modificación del modelo (por ejemplo, un cambio en el ecuante, o la adición de un nuevo epiciclo centrado sobre otro epiciclo). En tiempo de Copérnico, este sistema geo-

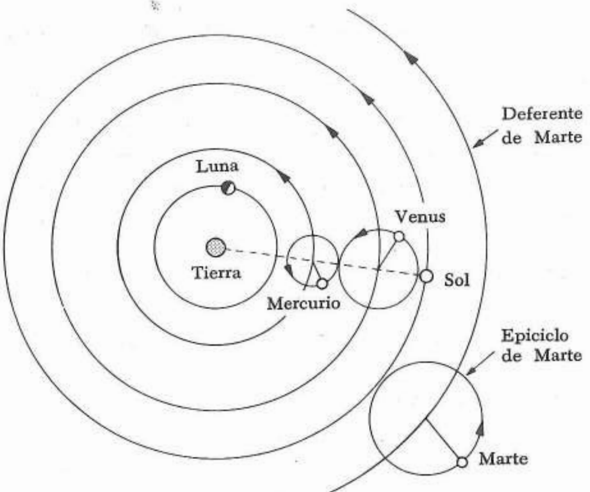


Fig. 1.10 Diagrama parcial y esquemático del sistema de Ptolomeo del movimiento planetario.

céntrico requería más de setenta movimientos simultáneos para los siete cuerpos celestes. Sin embargo, el sistema tuvo una aceptación general luego que llegó a conocerse, y esto por cinco poderosas razones:

a) El sistema de Ptolomeo daba una descripción suficientemente precisa de lo que podía observarse con los instrumentos de su tiempo.

b) Predecía aceptablemente las trayectorias futuras de los planetas, para los fines de la época, aunque fuesen precisos cálculos laboriosos; y cuando ocurría una discrepancia considerable entre las predicciones y las observaciones, se resolvía reajustando un poco las «ruedas» de este esquema flexible. ¡Hoy, todavía como en aquel tiempo, el sistema geocéntrico es preferido para los cálculos en navegación y en astrología!

c) Proporcionaba una explicación natural de por qué las estrellas fijas no muestran paralaje anual.

d) En muchos aspectos estaba de acuerdo con la doctrina filosófica y física de los griegos relativa a la naturaleza de la Tierra y de los cuerpos celestes. Posteriormente, cuando fue reintroducido en Europa por los árabes, al sistema de Ptolomeo se le dio una significación teológica.* Además, estaba en línea con la física con-

* En relación con nuestro estudio del sistema de Ptolomeo, seguramente no hay experiencia más emocionante que la lectura de la gran excursión a través del universo medieval en el *Paraíso*, de Dante.

temporánea (por ej., movimiento de proyectiles), basada en la misma doctrina filosófica del movimiento natural, etc. (Véase cap. 7).

e) Tenía «una apariencia de sentido común». No es difícil sentir la sensación de que realmente «vemos» al Sol y las estrellas moviéndose alrededor nuestro, y es razonable pensar que nos encontramos sobre una Tierra inmóvil y estable.

Pero con el tiempo, y a pesar de todo, la teoría geocéntrica de Ptolomeo fue desplazada por la heliocéntrica. ¿Por qué sucedió esto? ¿Cuáles eran las deficiencias más significativas de la representación de Ptolomeo? ¿Cuándo una teoría científica, desde nuestro punto de vista actual, es útil o inútil? Discutiremos estas cuestiones, con algún detalle, después de considerar el gran esquema rival para el movimiento planetario.

Textos recomendados para lecturas posteriores.

Nota.-Los libros y artículos mencionados en estas páginas intentan guiar hacia fuentes estimulantes al lector que desee ampliar sus conocimientos en esta materia. Los «Recomendados para lecturas posteriores» están, generalmente, escritos a un nivel técnico no superior al del propio texto, mientras que la categoría «Fuentes, interpretaciones y trabajos de referencia» están dedicados, fundamentalmente, a los instructores y los alumnos más avanzados. Especialmente recomendables son los extractos de los escritos originales, pues como el filósofo científico Ernst Mach escribió: «No hay espectáculo más grande ni intelectualmente más excelso que el expresado por los investigadores fundamentales en su gigantesco esfuerzo».

M. Clagett, *Greek Science in Antiquity*, New York: Abelard Schuman, 1955; Collier Books; en rústica.

B. Farrington, *Science in Antiquity*, New York: Oxford University Press, 2.ª edición, 1969; en rústica.

D. L. Hurd y J. J. Kipling, *The Origins and Growth of Physical Science*, Baltimore, Md.: Penguin Books, 1964. Véanse especialmente los extractos de los escritos de Aristóteles y Ptolomeo (vol. I, págs. 28-32 y 64-71).

E. C. Kemble, *Physical Science: Its Structure and Development*, Cambridge, Mass., MIT Press, 1966; vol. I, capítulos 1, 2 y 3.

T. S. Kuhn, *The Copernican Revolution*, Cambridge, Mass.: Harvard University Press, 1957; en rústica. Capítulos 1, 2 y 3.

R. M. Palter (editor), *Toward Modern Sciencie*, New York: Farrar, Straus & Cudahy, 1961; en rústica. Véanse los artículos sobre ciencia griega y medieval en el vol. I.

G. Sarton, *Ancient Science and Modern Civilization*, Lincoln, Neb.: University of Nebraska Press, 1954; en rústica. Tres ensayos que tratan del helenismo, personificado por Euclides y Ptolomeo y con la decadencia de la ciencia y cultura griegas.

Fuentes, interpretaciones y trabajos de referencia

Aristotle, *On the Heavens*, traducido por Guthrie; Cambridge, Mass.: Harvard University Press, 1939.

A. Berry, *A Short History of Astronomy*, London, 1898; reimpresión por Dover; capítulos I, II, y III.

M. R. Cohen e I. E. Drabkin, *A Source Book in Greek Science*, New York: McGraw-Hill, 1948, Harvard University Press. Abundante material original y comentarios profundos; véanse págs. 90-143 sobre astronomía.

D. R. Dicks, *Early Greek Astronomy to Aristotle*, Ithaca, N. Y.: Cornell University Press, 1970.

J. L. E. Dreyer, *A History of Astronomy*, New York: Dover, 1953, capítulos I-XI (más detallado que el libro de Berry, antes mencionado).

Pierre Duhem, *To Save the Phenomena, an Essay on the Idea of Physical Theory from Platon to Galileo*, traducido de la edición francesa de 1908 por Doland y C. Maschler, Chicago: University of Chicago Press, 1969; capítulos 1, 2 y 3.

W. Jaeger, *Aristotle*, Oxford: Clarendon Press, segunda edición, 1948.

M. K. Munitz (editor), *Theories of the Universe*, New York: Free Press (Macmillan), 1957; en rústica. Valiosa colección de artículos originales e históricos; véanse páginas 1-138.

O. Neugebauer, *The Exact Sciences in Antiquity*, Providence: Brown University Press, segunda edición, 1957; reimpresión por Dover. Matemáticas y astronomía en Egipto, Babilonia y Grecia.

Ptolemy, *The Almagest*, traducido por R. C. Taliaferro, en *Great Books of the Western World* (editor R. M. Hutchins), Chicago; Encyclopedia Britannica, 1939, 1952; vol. 16.

G. Sarton, *A History of Science*, Cambridge, Mass.: Harward University Press, 1952, 1959. Dos volúmenes sobre la ciencia de los griegos; desgraciadamente Sarton falleció antes de poder completar su trabajo.

F. Solmsen, *Aristotle's System of the Physical World*, Ithaca, N. Y.: Cornell University Press, 1960.

Libros generales sobre la historia de la Ciencia y la historia de la Física

(Estos libros tratan fundamentalmente del período anterior al siglo XX. Véase al final del capítulo 26 una lista de libros sobre la historia de las ciencias físicas modernas.)

J. D. Bernal, *The Extension of Man. A History of Physics before 1900*, London: Weidenfeld y Nicolson, 1972.

J. D. Bernal, *Science in History*, New York: Watts, 3ª edición, 1965.

S. G. Brush (editor), *Resources for the History of Physics*, Hanover, N. H.: University Press of New England, 1972.

I. B. Cohen, ***The Birth of a New Physics***, Garden City, N. Y.: Doubleday, Anchor Books, 1960; en rústica. Una narración breve y fácil de leer sobre los mismos temas de las partes A, B y C de este libro.

R. G. Collingwood, ***The Idea of Nature***, New York: Oxford University Press, 1945; en rústica. Una exposición estimulante de las ideas metafísicas de los científicos antiguos y modernos.

W. C. Dampier, ***A History of Science***, New York: Cambridge University Press, 4ª edición, 1948; en rústica.

C. C. Gillispie, ***The Edge of Objectivity***, Princeton, N. J.: Princeton University Press, 1960; en rústica. Presenta un punto de vista sofisticado para los lectores ya familiarizados con los principales acontecimientos de la historia de las ciencias.

C. C. Gillispie (editor), ***Dictionary of Scientific Biography***, New York: Scribner, 1970-. Cuando se complete este diccionario proporcionará el mejor tratado sobre la historia de las ciencias y una fuente de información incomparable sobre las vidas y logros de miles de científicos.

A. R. Hall, ***The Scientific Revolution 1500-1800***, Boston: Beacon Press, 1954; en rústica.

O. Lodge, ***Pioneers of Science***, London, 1893; reimpresión por Dover.

S. Mason, ***A History of the Sciences***, Collier Books (Macmillan), 1962.

G. de Santillana, ***The Origins of Modern Scientific Thought, from Anaximander to Proclus, 600 B.C. to 500 A.D.***, Chicago: University of Chicago Press; Mentor Books, 1961.

C. J. Schneer, ***The Search for Order***, New York: Harper, 1960; reimpreso con el título de ***The Evolution of Physical Science*** por Grove Press; en rústica.

L. W. Taylor, ***Physics the Pioneer Science***; reimpresión por Dover de la edición de 1941.

S. Toulmin y J. Goodfield, ***The Fabric of the Heavens***, New York: Harper, 1961; ***The Architecture of Matter***, New York: Harper, 1962; en rústica. Son los dos primeros volúmenes de una serie de cuatro sobre la historia de las ciencias.

W. P. D. Wightman, ***The Gowth of Scientific Ideas***, New Haven: Yale University Press, 1951; en rústica.

A. Wolf, ***A History of Science, Technology, and Philosophy in the XVIth and XVIIth Centuries, and same for XVIIIth Century***, New York: Macmillan, 1935 y 1939; reimpresión por Harper Torchbook; en rústica. Útil por su material histórico (dispuesto por materias) e ilustraciones.

Capítulo 2

Teoría heliocéntrica de Copérnico

2.1 El renacer de Europa

Nuestro estudio nos lleva ahora a la Europa del Renacimiento, alrededor del año 1500 d. de C. La teoría astronómica no había progresado de un modo importante desde Ptolomeo. Santo Tomás de Aquino (1225-1274) había unido las ideas aristotélicas de los movimientos celestes con la teología cristiana. Así, la teoría geocéntrica había alcanzado nuevo significado en función de la doctrina filosófica de la época; poner la primera en tela de juicio significaba atacar la segunda, y hasta entonces no había aparecido nadie que pensara que ello era necesario o que tuviera la osadía de batallar seriamente contra tan formidables aliados.

Pero el espíritu estaba cambiando; los movimientos renacentistas se extendían desde Italia barriendo el mundo occidental y, dentro de pocas generaciones, surgiría un nuevo ideal de hombre, lleno de curiosidad y «alegría de vivir». El interés por las abstracciones espirituales venía equilibrado por un nuevo entusiasmo en explorar el mundo natural, tanto entre los científicos como entre los artistas (y especialmente cuando se combinaban ambos en una persona, como fue el caso de Leonardo da Vinci). La invención de la imprenta revolucionó el mundo intelectual al asegurar que los trabajos de un escritor pudieran distribuirse rápidamente a una audiencia siempre creciente en lugar de restringirse a unos pocos afortunados que obtenían copias laboriosamente transcritas a mano. Incluso los trabajos de los antiguos científicos y filósofos griegos fueron difundidos más ampliamente que en la época en que fueron escritos; pero su autoridad fue pronto socavada por nuevas ideas y descubrimientos.

En la topografía de la historia del mundo, este gran período en el que se sumaron la vieja sabiduría y la formación de nuevas actitudes, es análogo a una ver-

tiente donde grandes ríos tienen sus fuentes. Era la época en que vivieron contemporáneos o dentro de una generación la mayor parte de los hombres cuyo trabajo anunciaba una nueva era: Gutenberg y Da Vinci; Colón y Vasco da Gama; Miguel Ángel y Durero; Erasmo, Vesalio y Agrícola; Lutero y Enrique VIII. Uno no puede dejar de comparar este corto intervalo de tiempo de cambios decisivos con una ruptura semejante de las tradiciones del pensamiento occidental cuatrocientos años después, un período que entre la publicación de Darwin: *El origen de las especies* (1859) y la primera liberación a gran escala de la energía atómica, dio lugar a nombres como Mendel y Pasteur, Planck y Einstein, Rutherford y Bohr, y también nuevas fuerzas como Marx y Lenin, Freud y Pareto, Picasso y Stravinsky, Shaw y Joyce.

2.2 El sistema de Copérnico

El año en que se descubrió el Nuevo Mundo, Nicolás Copérnico (1473-1543) era un joven estudiante en Polonia. Durante su vida observó en el viejo mundo grandes cambios culturales. Y se dice que el mismo día que murió vio impresa la primera copia de su libro *Revoluciones*, que nos ofrecería un nuevo Universo.*

El título completo del trabajo principal de Copérnico, *Seis libros referentes a las revoluciones de las esferas celestes*, nos sorprende al principio con la idea aristotélica de las esferas concéntricas. Copérnico se ocupó del viejo problema de Platón: la construcción de un sistema planetario por combinación del menor número posible de movimientos circulares uniformes. Lejos de ser un revolucionario que buscaba reemplazar teorías tradicionales por una nueva radical, el deseaba eliminar algunas de las innovaciones que Ptolomeo había introducido, en particular el ecuante descrito anteriormente en la sección 1.6, y volver a los principios establecidos por los primeros astrónomos griegos. Copérnico tuvo mucho cuidado en afirmar que su propuesta de un sistema heliocéntrico —dejando que la Tierra y los restantes planetas girasen alrededor de un Sol fijo— no era una idea nueva, sino sancionada por algunas autoridades de la Antigüedad.

Las primeras ideas de Copérnico pueden encontrarse en un breve estudio llamado *Commentariolus* que él escribió antes de componer las *Revoluciones*.** Comenzaba atacando el ecuante de Ptolomeo:

---

* Una presentación estimulante y fácil de leer viene dada en *Sun, Stand Thou Still*, de Angus Armitage (New York: Henry Schuman, 1947), impreso bajo el título *The World of Copernicus*. El texto nos revela un notable astrónomo, matemático, clérigo, administrador, diplomático, médico y un versado estudiante de los clásicos y de economía, y, a pesar de todo, un hombre humilde y compasivo.

** De acuerdo con Edward Rosen, que ha publicado una traducción inglesa del *Commentariolus* (ahora en una edición en rústica de Dover, titulada *Three Copernican Treatises*); este tratado no fue publicado durante la vida de su autor, pero cierto número de copias manuscritas circularon entre los astrónomos y, luego, desaparecieron durante tres siglos. Fue publicado por vez primera en 1878.



Fig. 2.1 Nicolás Copérnico (1473-1543) (de un grabado de 1890, aproximadamente).

«...Las teorías planetarias de Ptolomeo y otros muchos astrónomos, aunque compatibles con los datos numéricos, parecen... presentar no pocas dificultades. Pues estas teorías no son adecuadas a no ser que se introduzcan los ecuantes, y entonces aparece que un planeta no se mueve con velocidad uniforme ni sobre su deferente ni alrededor del centro de su epiciclo. Un sistema tal no parece ser ni suficientemente absoluto ni suficientemente aceptable para la mente.

«Consciente de tales defectos, comencé a considerar si podría encontrar una disposición de círculos más razonable y de la cual pudieran deducirse las aparentes desigualdades y todo se moviese uniformemente alrededor de un centro propio; tal como exige la regla del movimiento absoluto.»

Para Copérnico, cualquier tipo de movimiento celeste distinto del circular uniforme era «obviamente» imposible: «la inteligencia retrocede con horror» ante cualquier otra hipótesis; «sería inconcebible suponer una cosa tal en una creación cons-

tituida del mejor modo posible». Estos argumentos eran del mismo tipo que los aportados por sus antagonistas escolásticos, excepto que para éstos la inmovilidad de la Tierra era igualmente «obvia».

Copérnico arguyó, entonces, que situando el Sol, y no la Tierra, en el centro, podía construirse un sistema más razonable de círculos. Más tarde escribía en las *Revoluciones* que esta idea la había encontrado leyendo los clásicos:

«...de acuerdo con Cicerón, Nicetas mantenía que la Tierra se movía,... de acuerdo con Plutarco, muchos otros (incluyendo a Aristarco) también habían mantenido la misma opinión... cuando por ellos concebí la posibilidad de que esto fuera así, comencé a meditar sobre el movimiento de la Tierra. Y aunque me pareciese una opinión absurda, como sabía que otros antes que yo se habían tomado la libertad de suponer círculos cualesquiera que ellos elegían para demostrar las observaciones relativas a los cuerpos celestes, consideré que se me podía permitir suponer algún movimiento de la Tierra y tratar de descubrir mejores demostraciones de las revoluciones de los cuerpos celestes... Encontré, después de muchas largas observaciones, que si los movimientos de los otros planetas se sumasen a los de la Tierra (rotación diaria y revolución anual alrededor del Sol)... no solamente se deduciría de ello el comportamiento aparente de los otros planetas, sino que el sistema relacionaría los órdenes y dimensiones de los planetas y sus órbitas, así como de todo el cielo, de tal manera que no podría alterarse ni una simple disposición o característica sin confusión de las otras partes y de todo el Universo. Por esta razón fue por lo que seguí este sistema.»

Así, en esencia, Copérnico propone un cambio en el punto de vista de la representación de los movimientos celestes según las líneas del sistema heliocéntrico de Aristarco. Después de cálculos complicados utilizando observaciones propias, Copérnico probó lo que Aristarco no había podido hacer: que el movimiento de los cuerpos celestes, tal como entonces se conocía, podría representarse por una combinación de unos pocos movimientos circulares uniformes en un sistema centrado en el Sol. Todos los planetas, incluyendo ahora la Tierra, podían representarse moviéndose en esferas concéntricas y un número relativamente corto de pequeños epiciclos y excéntricos, necesarios para dar cuenta de los detalles más finos del movimiento.* Además, podía considerarse *el mismo sentido* de movimiento para casi todos los círculos deferentes y epiciclos, lo cual no era así en el modelo geocéntrico. Pero, sobre todo, podía descartarse el odioso ecuante; todos los movimientos eran realmente circulares y uniformes respecto a sus centros propios. La pregunta de Platón era contestada de nuevo y por un camino distinto.

La ventaja más obvia del sistema heliocéntrico es la de ofrecer una explicación mucho más natural del movimiento retrógrado de los planetas. Esta explicación pue-

* El centro común de las esferas principales se encontraba ligeramente desplazado a un lado del Sol inmóvil, de modo que el sistema no era *totalmente* heliocéntrico, igual que en el de Ptolomeo, la Tierra no coincidía con el centro del movimiento del Sol.

de visualizarse imaginando que conducimos un coche rápido que adelanta a otro de movimiento lento en una carretera. Olvidemos el movimiento del coche propio y observemos la posición cambiante del coche lento ***en relación al fondo de árboles y edificios*** (éstos corresponden a las estrellas fijas). Inicialmente cuando el otro coche está lejano, aparece moviéndose hacia adelante; pero cuando adelantamos, parece moverse hacia atrás durante un corto tiempo, simplemente a causa de la rotación de la línea visual (véase fig. 2.2). Este fenómeno es precisamente análogo al movimiento retrógrado de un planeta, por ejemplo Marte, visto desde la Tierra. Según explicaba Copérnico en el ***Commentariolus:***

«Esto ocurre en razón al movimiento no sólo del planeta, sino también de la Tierra, que cambia de posición en el gran círculo (su órbita alrededor del Sol). Pues como la Tierra se mueve más rápidamente que el planeta, la visual dirigida hacia el firmamento retrocede y la Tierra neutraliza con exceso el movimiento del planeta. Esta regresión es más notable cuando la Tierra está más próxima al planeta.»

Sin embargo, la Tierra tiene dos movimientos distintos en el sistema de Copérnico: gira alrededor de su propio eje y se mueve alrededor del Sol. Esto no sólo simplifica la explicación de los movimientos planetarios, sino que permite aceptar que la esfera exterior de las estrellas fijas permanece en reposo. Copérnico no previó que este cambio, aparentemente trivial, podía conducir a consecuencias enormes; si las estrellas no giraban en conjunto, no era necesario que todas estuvieran

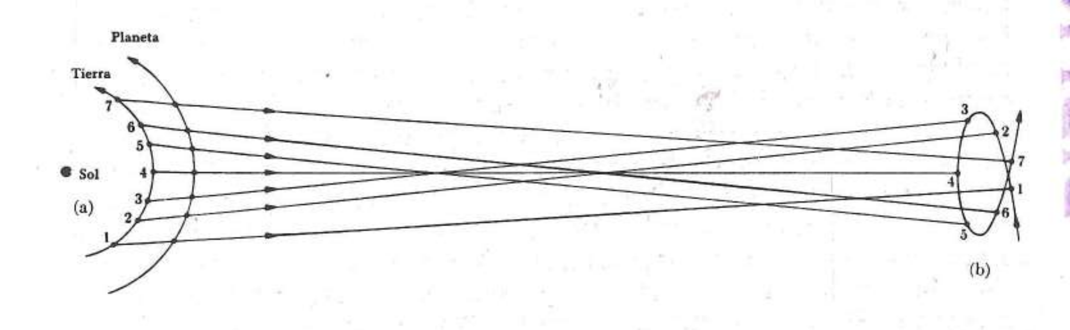


Fig. 2.2 a) Configuraciones reales del Sol, la Tierra y un planeta y las líneas visuales correspondientes al movimiento aparentemente retrógrado del planeta. b) Trayectoria aparente del planeta sobre las estrellas del fondo, lejos, a la derecha, vistas desde la Tierra.

situadas a la misma distancia de la Tierra; quizá estaban dispersas por todo el espacio hasta el infinito.*

Copérnico arguyó que la precesión de los equinoccios podía explicarse más fácilmente atribuyendo los movimientos de rotación y revolución a la Tierra. En el sistema geocéntrico este fenómeno podía explicarse suponiendo un cambio gradual de los movimientos relativos de las esferas celestes que transportaban el Sol y las estrellas, cambio que sólo podía racionalizarse añadiendo otra esfera celeste al sistema. Copérnico escribió:

«Por tanto, es la opinión común que el firmamento posee diversos movimientos según una ley no entendida suficientemente. Sin embargo, el movimiento de la Tierra puede explicar todos estos cambios de un modo menos sorprendente.» (*Commentariolus*, traducción de Rosen, págs. 64-65.)

Aunque Copérnico no realizó ninguna mejora importante sobre el sistema geocéntrico en su teoría de la precesión de los equinoccios, un historiador de las ciencias arguye que su intento de tratar este problema fue el que le llevó a descubrir los detalles del sistema heliocéntrico.** Es digno de destacar que el problema tenía aspectos teológicos además de astronómicos y que Copérnico fue canónigo de la Iglesia Católica. En el concilio de Nicea, en el año 325 después de C., la Iglesia había fijado el domingo de Pascua como el primer domingo siguiente a la primera luna llena después del (o en el) equinoccio de primavera. Este equinoccio se había fijado, originalmente, el 21 de marzo; pero debido a la inexactitud del calendario Juliano (con el año bisiesto cada cuatro años), la fecha se había retrasado hasta el 11 de marzo en el siglo XIII. Además, el cálculo de las lunas llenas era algo inexacto. Con el crecimiento del comercio y las comunicaciones en Europa al final de la Edad Media, el problema de la reforma del calendario era urgente, y en 1514 el papa León X pidió su ayuda a Copérnico y a otros astrónomos. Copérnico no aceptó la invitación de acudir a Roma en aquel momento con la excusa de que primero debía completar su trabajo sobre los movimientos del Sol y la Luna antes de ayudar a rectificar el calendario. Más tarde, al dedicar su libro *Acerca de las revoluciones de las esferas celestes*, al papa Paulo III, Copérnico sugirió que sus resultados podían servir de alguna ayuda a la «comunidad eclesiástica» en relación con el problema del calendario. El sistema de Copérnico fue usado, en efecto, en los cálculos astronómicos que sirvieron de base al calendario Gregoriano (introducido por el papa Gregorio XIII en 1582). Pero esto no significaba, necesariamente, que la Iglesia aceptase las hipótesis físicas —en particular el movimiento de la Tierra— a partir de las cuales se había desarrollado el sistema de Copérnico; simplemente se admitía que se trataba de un sistema más eficaz para hacer los cálculos.

---

* Para un análisis de la revolución de Copérnico sobre este punto, véase el libro de Alexandre Koyré, *From the Closed World to the Infinite Universe*.

** J. Ravetz, *The origins of the Copernican revolution,* Scientific American, octubre 1966.

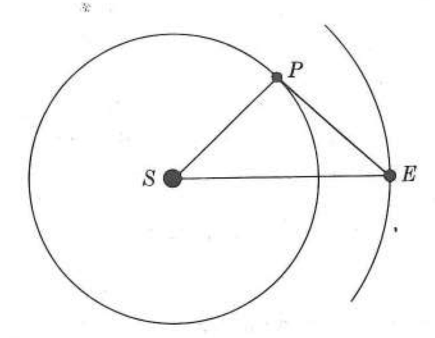


Fig. 2.3 Método para calcular las distancias relativas entre un planeta inferior, *P*, y el sol, *S*, observadas desde la Tierra, *E*. (El planeta puede ser Mercurio o Venus.)

El mismo Copérnico destacaba que el sistema heliocéntrico proporcionaba un modelo único, según el cual todos los planetas se ajustaban en una forma definida, en contraste con el sistema de Ptolomeo, que requería una construcción especial y separada para cada planeta. Por ejemplo, Copérnico encontró que su sistema ofrecía un ordenamiento de los planetas en función de su ***período*** orbital que estaba de acuerdo con el orden de los ***tamaños*** orbitales.

«Saturno, el primero de los planetas, que realiza su revolución en treinta años, es el más próximo a la primera esfera(la esfera inmóvil de las estrellas fijas). Júpiter, que tarda en su revolución doce años, es el siguiente. Después viene Marte, cuya revolución se realiza en dos años. En cuarto lugar, en la serie, se encuentra la esfera que contiene la Tierra y la esfera de la Luna, que llevan a cabo una revolución en un año. El quinto lugar es el de Venus, cuyo período de revolución es de nueve meses. Y, finalmente, en sexto lugar, se encuentra Mercurio, cuyo período de revolución es de ochenta días.»

En el sistema de Ptolomeo, por otra parte, Mercurio, Venus y el Sol tenían todos el mismo período (un año), de modo que existía cierto desacuerdo en cómo ordenar sus esferas. Además, en los sistemas geocéntricos había dos o más métodos, igualmente buenos, de «justificar los fenómenos»: los movimientos observados de los planetas podían explicarse por medio de excéntricas, epiciclos, ecuantes o combinaciones de estos artificios. Por tanto, era difícil creer en la realidad física de cualquier combinación particular. Copérnico afirmaba que su propio sistema «ajusta tan exactamente el orden y magnitudes de todos los planetas, sus esferas o círculos orbitales y los propios cielos, que nada puede modificarse en cualquier parte de ellos sin perturbar las partes restantes y el Universo en su conjunto».



Fig. 2.4 El sistema heliocéntrico de Copérnico expuesto en su libro *Las revoluciones de las esferas celestes* (1543). Las esferas alrededor del Sol vienen identificadas del modo siguiente: I, esfera inmóvil de las estrellas fijas; II, Saturno, giro en 30 años; III, Júpiter, giro en 12 años; IV, Marte, giro en 2 años; V, Tierra, giro en 1 año con la órbita de la Luna; VI, Venus, giro en 9 meses; VII, Mercurio, giro en 80 días.

Realmente, esta última afirmación es un poco exagerada: El sistema de Copérnico, en su total elaboración, se resiente de las mismas ambigüedades que el de Ptolomeo. Sin embargo, suministra un método mejor y más directo para la determinación de los tamaños relativos de las órbitas planetarias, aparte de que viene también mejor ilustrado para los planetas inferiores (aquellos más próximos al Sol que a la Tierra, es decir, Venus y Mercurio).

Sea $\angle SEP$ el ángulo de máxima *elongación* del planeta respecto al Sol, visto desde la Tierra. Por tanto, el ángulo $\angle SPE$ debe ser recto, y la razón SP/SE debe ser igual al seno del ángulo SEP. Una observación directa de la máxima elongación de Mercurio o Venus puede, por tanto, usarse para calcular la razón de su distancia al Sol a la distancia de la Tierra al Sol. Las distancias relativas al Sol de los planetas exteriores a la Tierra pueden determinarse por un método algo más complicado.* Los resultados se indican en la tabla 2.1.

* Véase, por ejemplo, T. S. Kuhn, *The Copernican Revolution,* págs. 175-176.

Tabla 2.1 *Distancias relativas de los planetas al Sol*

	Copérnico	*Valor actual*
Mercurio	0,3763	0,3871
Venus	0,7193	0,7233
Tierra	1,0000	1,0000 (por definición)
Marte	1,5198	1,5237
Júpiter	5,2192	5,2028
Saturno	9,1742	9,5389

No existían métodos exactos para estimar las distancias absolutas, pero, por lo menos, se pudo, por vez primera, tener una idea de las distancias relativas. Copérnico no intentó mejorar el valor de la distancia absoluta Sol-Tierra estimada por el astrónomo griego Hiparco como mil ciento cuarenta y dos veces el radio de la Tierra. (El valor actual es 149,5 millones de kilómetros, o sea, veintitrés mil veces el radio de la Tierra.)

Problema 2.1 Una de las características impresionantes del modelo de Copérnico del sistema solar es su posibilidad de determinar los radios relativos de las órbitas planetarias. Así, es posible calcular la proximidad de la Tierra a cualquiera de los otros planetas. Utilizando los datos de que disponía Copérnico (estimación de Hiparco de la distancia Tierra-Sol y estimación de Eratóstenes del tamaño de la Tierra), calcular la distancia mínima posible que existe entre la Tierra y cualquier otro planeta suponiendo órbitas circulares. Comparar este resultado con el valor moderno.

2.3 Defensa del sistema

Conociendo que para la mayoría su trabajo parecería absurdo, «casi contrario a la inteligencia humana ordinaria», Copérnico intentó fortificarlo contra la crítica anticipada del mismo, de cuatro modos:

a) Intentando hacer razonable la afirmación de que sus hipótesis estaban de acuerdo con el dogma, al menos tanto como las de Ptolomeo. En muchos pasajes, de los que hemos visto algunos ejemplos, señalaba las deficiencias del sistema de Ptolomeo frente a la armonía y ordenación del suyo y que de un modo evidente y agradable reflejaba la idea del Divino Arquitecto. Para Copérnico, como para todos los hombres de su época (y muchos de la actual), el mundo observable no era

sino un símbolo de la actividad de la mente divina; encontrar la simetría y orden en el caos aparente de los datos sensibles, era para él un acto de reverencia, una prueba indudable de la actividad de una deidad. Se hubiera sentido aterrorizado si hubiera sabido que su teoría había de ser, en último término, la responsable de la separación entre la Ciencia y el Dogma en tiempos de Galileo. Copérnico, no lo olvidemos, era una dignidad honorable de la Iglesia. En materias de doctrina eclesiástica él podía considerarse como un conservador, que se oponía a la escolástica solamente por el deseo de hacerla más compatible con los principios de Aristóteles. (Comparar las formas de los sistemas en las figs. 1.3 y 2.4.)

b) Copérnico reunió suficiente material cuantitativo para desarrollar su libro matemáticamente de modo análogo al de Ptolomeo, y así calculó los radios y velocidades relativos de los distintos componentes de su sistema para construir con ellos tablas astronómicas. (En este sentido, su obra tenía una base mejor que la de Aristarco, más cualitativa.) Las dos teorías eran igualmente correctas respecto a las predicciones de las posiciones futuras de los planetas dentro del error de observación, entonces corriente, de $\frac{1}{6}$ de grado de arco, por lo menos. Sin embargo, al analizar el tratado de Copérnico no podemos encontrar el tratamiento matemático de los textos modernos. Hasta los más simples recursos matemáticos, como los signos + y −, no se utilizaron hasta mucho después de la muerte de Copérnico.

c) Copérnico respondió con notable ingenio y éxito a algunas objeciones que estaba seguro harían a su sistema heliocéntrico, como anteriormente las habían hecho a Aristarco. Al argumento de que la Tierra, al girar con gran rapidez sobre su propio eje, se pondría incandescente como un volante que gira demasiado deprisa, contestaba: «¿por qué no temen los defensores de la teoría geocéntrica que ocurra lo mismo a la esfera celeste en su rotación, mucho más deprisa a causa de su tamaño mayor?». Asimismo, al argumento de que los pájaros en vuelo y las nubes quedarían atrás por la rápida rotación de la Tierra*, contestaba que la atmósfera se mueve juntamente con la Tierra. A la antigua pregunta de la falta de paralaje de las estrellas fijas, daba, como Aristarco, esta contestación lógica (aunque los griegos no la aceptasen):

«...las dimensiones del mundo son tan grandes que, aunque la distancia del Sol a la Tierra parezca muy grande comparada con las dimensiones de las órbitas de otros planetas, comparada con las dimensiones de la esfera de las estrellas fijas, es despreciable.»

Esta distancia a las estrellas fijas (decía en otro lugar) es «tan inmensa que hace imperceptible para nosotros su aparente movimiento anual...»

* La velocidad orbital alrededor del Sol es de unos 112 000 km/h, y la de un objeto en el ecuador, debida al giro de la Tierra, sólo excede los 1 500 km/h.

Aunque Copérnico citaba otros buenos argumentos (y algunos erróneos) para apoyar su sistema, los mencionados ilustran suficientemente este punto.

d) Para nosotros el éxito más impresionante de Copérnico es la reducción del número de elementos necesarios de su sistema (aproximadamente 34) y la consiguiente mayor facilidad con que su aparato puede utilizarse por el astrónomo para la solución de los problemas prácticos. La ciencia ha aprendido a apreciar estas características: economía de conceptos e hipótesis, simplicidad de formulación, aplicación a una variedad de problemas. Copérnico conocía bien la ventaja que tenía sobre la teoría rival y esperaba que sería aceptada a pesar de los prejuicios de la época.

Problema 2.2 Hacer una lista de las hipótesis que condujeron a la teoría de Copérnico, análoga a la lista de Ptolomeo (ver sección 1.6).

Problema 2.3 Copérnico postuló que la atmósfera era arrastrada por la Tierra en rotación, posiblemente desconocedor de cualquier efecto observable de la rotación sobre la atmósfera. Determinar y explicar tal efecto que ahora se considera bien establecido.

2.4 Oposición a la teoría de Copérnico

Sin embargo, las esperanzas de Copérnico no se cumplieron rápidamente, pues pasó más de un siglo hasta que la representación heliocéntrica tuviese una total aceptación por parte de los científicos. En el tiempo que medió, la teoría y sus defensores tuvieron que enfrentarse con poderosas oposiciones, algunas del mismo carácter que las que se hicieron contra aquellos filósofos griegos que habían sugerido las ideas heliocéntricas.

a) En primer lugar, el dogma argumentaba la inmovilidad y posición central de la Tierra. A pesar de sus esfuerzos, en general, Copérnico no fue capaz de persuadir a sus lectores de que el sistema heliocéntrico estaba, al menos, tan próximo como el geocéntrico a la idea e intención de la divinidad. La fe religiosa de Europa, incluyendo el recientemente aparecido protestantismo, encontraba apoyo en la Biblia (p. ej., Josué 10:13) para la creencia de que el Divino Arquitecto había realizado su obra siguiendo un esquema geocéntrico.

Problema 2.4 Leer el libro de Josué, 10:13, y explicar el suceso astronómico en él referido: *a)* según un sistema geocéntrico, y *b)* según un sistema heliocéntrico.

Martín Lutero tachó a Copérnico de loco y hereje. La Iglesia Católica puso las ***Revoluciones*** en el «Index librorum prohibitorum» como «falso y, además, opuesto a las Sagradas Escrituras», quitando su aprobación a un primer bosquejo de la obra de Copérnico. Algunas comunidades judías prohibieron la enseñanza de la teoría heliocéntrica. Era como si la filosofía egocéntrica del hombre exigiese el puesto central para su Tierra, que era el escenario tanto de su vida y preces cotidianas en un mundo creado especialmente para su uso, como del drama de la salvación que terminaría con la esperada venida del Salvador o Mesías.

Aunque se admitía que, por su simplicidad matemática, el sistema de Copérnico podía considerarse útil, y pese a que el mismo Santo Tomás de Aquino había tenido sus dudas sobre el sistema de Ptolomeo, pues algunas de sus características no estaban en estricta conformidad con el principio aristotélico, que requería que todos los movimientos de los cuerpos celestes fuesen uniformes y circulares alrededor de la Tierra como centro, abandonar la hipótesis geocéntrica parecía «filosóficamente falso y absurdo», fantástico y peligroso. Y en verdad, ¿qué otra reacción podía esperarse? Debemos imaginarnos en el marco de la época. En general, Europa reconocía entonces como sus dos fuentes supremas de autoridad la Biblia (el texto literal o sus interpretaciones dadas por Roma) y Aristóteles. Las ciencias físicas, tal como las concebimos ahora, fueron evolucionando sólo gradualmente; éste fue, sin embargo, el período en el cual científicos como Kepler y Paracelso pudieron también practicar las pseudociencias de las astrología y la alquimia.

b) Otra explicación de la resistencia que la teoría de Copérnico hubo de vencer hay que buscarla en el daño que hizo a la *física* de su tiempo. Como el historiador Herbert Butterfield ha dicho:

«...por lo menos algunas de las ventajas del sistema de Copérnico son más bien una ilusión óptica de los siglos más recientes. Hoy en día podemos decir que se requiere menor esfuerzo para mover la Tierra en su giro sobre su eje que para desplazar todo el Universo en su revolución de veinticuatro horas alrededor de la Tierra; pero en la física aristotélica se requería algo colosal para desplazar la Tierra pesada e inerte, en tanto que los cielos estaban hechos de una sustancia sutil que se suponía sin peso, y les era comparativamente más fácil hacerlos girar, puesto que el girar estaba de acuerdo con su naturaleza. Sobre todo, si se concede a Copérnico una cierta ventaja en el aspecto de la simplicidad geométrica, el sacrificio que habría que hacer sería poco menos que tremendo. Se perdería toda la cosmología aristotélica, todo el sistema intrincadamente ensamblado en el cual se había establecido tan bellamente la nobleza de los distintos elementos y su disposición jerárquica. De hecho, habría que arrojar por la borda todo el armazón de la ciencia existente, y fue aquí donde Copérnico claramente falló en descubrir otra alternativa satisfactoria. Había conseguido una geometría más bella de los cielos, pero en ella

no se atendía a las razones y explicaciones que se habían dado antes para explicar los movimientos en el cielo.»*

Problema 2.5 Léase en el *Paraíso perdido* de Milton, libro VIII, las líneas 1-202, en las cuales Adam y Rafael discuten los dos sistemas desde un punto de vista clásico que refleja la opinión general del inglés culto hasta que se acusó el impacto del trabajo de Newton.

---

c) Una tercera oposición a la teoría de Copérnico surgió por la falta de observación de la paralaje de las estrellas fijas. La única réplica posible (y correcta) de Copérnico era aún inaceptable, pues suponía que la esfera celeste se extendía hasta una distancia prácticamente infinita de la Tierra. Esto no es para nosotros ninguna dificultad intelectual, pero en aquel tiempo era algo absurdo de pensar, entre otras muchas razones, quizá porque la mente intensamente religiosa de aquel tiempo no podía sentirse cómoda ante el temor de un infierno, tan próximo bajo sus pies y, en cambio, el cielo salvador tan infinitamente alejado. Realmente, aunque hubiese podido observarse en aquel tiempo la paralaje anual de una estrella, esto no habría decidido, necesariamente, la disputa en favor de Copérnico, pues se hubiese explicado lo mismo en el sistema de Ptolomeo superponiendo a la rotación diaria de las estrellas fijas un movimiento epicíclico anual.

✓ d) Un cuarto argumento importante contra la astronomía de Copérnico en su tiempo fue que, aparte de su poderosa simplicidad, no ofrecía a los astrónomos contemporáneos claras ventajas *científicas* sobre su astronomía geocéntrica, es decir, no existía ninguna observación importante que pudiera explicarse sólo por una teoría y no por la otra, ni experimento que hundiese una frente a la otra en una decisión tajante. Copérnico no introdujo nuevos hechos experimentales en su trabajo, ni la exactitud de sus predicciones finales fue mucho mejor que las estimaciones previas.

Para nosotros resulta claro, aunque no se argumentó en aquella época, que el contenido científico de ambas teorías, la posibilidad de predicción del movimiento planetario, era, aproximadamente, el mismo en aquel tiempo. Como Francis Bacon escribió a principios del siglo XVII: «Ahora es fácil ver que tanto los partidarios de una Tierra que gira, como aquellos que defendían el *primum mobile* y el antiguo esquema, están casi igual e indiferentemente apoyados por los fenómenos.» En nuestra moderna terminología diríamos (aunque no fue esto lo que Bacon tenía en mente) que los sistemas rivales diferían, principalmente, en la elección del sistema de coordenadas utilizado para describir los movimientos observados. Cuando se miden respecto a la Tierra, el Sol y las estrellas se mueven y la Tierra, naturalmente,

---

* H. Butterfield, *Origins of Modern Science*, pág. 27.

está en reposo. Por otra parte, midiendo respecto al Sol, la Tierra no está en reposo. Cualquier otro sistema de referencia, por ejemplo, con origen en la Luna, al cual vinculásemos todos los movimientos del Universo, es completamente lógico e igualmente correcto, aunque, evidentemente, sería mucho más complejo.

El relativismo empírico de Bacon, que le condujo a despreciar el sistema de Copérnico, fue refutado por ciertas observaciones hechas posteriormente. Que fundamentalmente es la Tierra, y con mucha menor intensidad el Sol, los que se mueven respecto a las estrellas fijas, fue demostrado con el descubrimiento de las aberraciones estelares en 1727 por James Bradley.* La propagación de las condiciones meteorológicas en la atmósfera de la Tierra de Este a Oeste puede explicarse pensando, simplemente, que la atmósfera no es completamente arrastrada por la Tierra en rotación, y esto hace más plausible el hecho de que sea la Tierra la que gire. La rotación de la Tierra en el espacio se hizo más evidente todavía con el famoso experimento efectuado por J. B. L. Foucault a mediados del siglo XIX, ahora repetido diariamente en los museos de ciencia de todo el mundo.

Sin embargo, a principios del siglo XVII cada peculiaridad nueva descubierta respecto al movimiento planetario podía, con la misma facilidad, acomodarse con el esquema geocéntrico que con el heliocéntrico. En realidad, para muchas gentes el sistema de compromiso propuesto por Tycho Brahe (1546-1601) combinaba las mejores características de ambos: Todos los planetas, excepto la Tierra, giraban alrededor del Sol, y éste giraba alrededor de la Tierra, la cual permanecía en reposo.

2.5 Consecuencias históricas

Por supuesto, las ideas de Copérnico habían de triunfar con el tiempo. Más adelante seguiremos el curso de los sucesos que condujeron a la aceptación universal de la teoría heliocéntrica, aunque veremos que en el camino hubo que sacrificar su *sistema* concreto de movimientos circulares uniformes. Veremos también que la significación científica real del trabajo de Copérnico, y la razón de su última glorificación, se encuentra en una circunstancia que pudo no ser prevista o comprendida en su día, a saber: que una formulación heliocéntrica abre el camino a una explicación del movimiento planetario mediante las sencillas leyes de la mecánica «ordinaria» (terrestre) desarrollada durante los ciento cincuenta años siguientes. El resultado fue la síntesis de dos ciencias, más aún, de dos métodos, que se logró con la teoría de Newton de la gravitación universal. Fue, pues, la hipótesis de los movimientos de traslación y rotación de la Tierra, la que hizo posible explicar fenómenos tan diversos como el movimiento aparente diurno y anual de las estrellas,

* Véase A. B. Stewart, *The discovery of stellar aberration*, Scientific American, marzo 1964, páginas 100-108.

el achatamiento de la Tierra en sus polos, el comportamiento del giróscopo, las mareas, los vientos alisios, los ciclones, y otros muchos más que no podrían haberse relacionado de un modo tan *simple* en un esquema geocéntrico.

Pero aparte de su triunfo histórico, la memoria de Copérnico se ha consagrado por dos razones de amplia significación cultural: En primer lugar, porque fue uno de aquellos gigantes de los siglos XV y XVI que desafiaron la imagen del mundo de su tiempo y con ello dieron vida a ideas nuevas y extrañas que, posteriormente, habían de desarrollarse en la ciencia tal como ahora la conocemos. En segundo lugar, porque su teoría fue la fuerza principal de la revolución intelectual que despertó al hombre de sus preocupaciones egocéntricas. Junto con el sistema de Ptolomeo desaparecía también la certidumbre egoísta de que la singularidad simbólica de nuestra posición entre los planetas, demuestra que el hombre es el súmmum y la cumbre, el principal beneficiario de la creación, a quien todo se le ofrece como si fuera un juguete o su conquista. Si este sentimiento todavía existe, por lo menos no puede afirmarse que la ciencia lo respalde.

Una razón importante de nuestra historia del movimiento planetario ha sido el prepararnos para la discusión que ofrecemos a continuación antes de volver a nuestro tema principal. Podemos preguntarnos ahora brevemente: ¿qué normas generales nos ayudarán a juzgar una teoría científica?

Textos recomendados para lecturas posteriores

A. Armitage, *Sun Stand Thou Still*, New York: Henry Schuman, 1947; también publicado con el título *The World of Copernicus*, Mentor Books. La vida y la obra del gran astrónomo. Edición revisada, *Copernicus, The Founder of Modern Astronomy*, New York: A. S. Barnes & Co., 1957, Perpetua edición, 1962.

H. Butterfield, *The Origins of Modern Science*, London: Bell, 1957; Free Press; capítulo 2.

Marie Boas, *The Scientific Renaissance 1450-1630*, New York: Harper, 1962; capítulos I-IV.

Nicolaus Copernicus, extractado de *De Revolutionibus*, traducido en Hurd y Kipling, *The Origins and Growth of Physical Science*, vol. I, págs. 99-111.

E. C. Kemble, *Physical Science*, capítulo 4.

T. S. Kuhn, *The Copernican Revolution*, capítulos 4 y 5.

R. M. Palter (editor), *Toward Modern Science*. Véanse los artículos sobre ciencia del Renacimiento en el vol. II.

J. Ravetz. «The origins of the Copernican Revolution», *Scientific American,* octubre de 1966, págs. 88-98.

Fuentes, interpretaciones y trabajos de referencia.

A. Berry, *A Short History of Astronomy*, capítulos IV y V.

Nicolaus Copernicus, *Commentariolus*, traducido con introducción y notas por E. Rosen en *Three Copernican Treatises*, New York: Dover, 1959.

Nicolaus Copernicus, *On the Revolutions of the Heavely Spheres*, traducido por C. G. Wallis, en *Great Books of the Western World* (editor R. M. Hutchins), Chicago: Encyclopedia Britannica, 1939, 1952; vol. 16.

J. L. E. Dreyer, *A History of Astronomy*, capítulos XIII y XIV.

Pierre Duhem, *To Save the Phenomena*, capítulos 4, 5 y 6.

E. Grant, «Medieval and seventeenth-century conceptions of an infinite void space beyond the cosmos», *Isis*, vol. 60, págs. 39-60 (1969).

M. B. Hall (editor), *Nature and Nature's Laws*, New York: Harper, 1970; páginas 1-52, resúmenes de documentos del siglo XVII sobre astronomía.

N. R. Hanson, «Contra-equivalence: a defense of the originality of Copernicus», *Isis*, vol. 55, págs. 308-325 (1964).

A. Koyré, *From the Closed World to the Infinite Universe*, Baltimore: Johns Hopkins Press, 1952; Harper Torchbook.

M. K. Munitz (editor), *Theories of the Universe*, págs. 141-189. Incluye resúmenes de los escritos de Copérnico y Bruno.

O. Neugebauer, «On the planetary theory of Copernicus», *Vistas in Astronomy*, volúmen 10, págs. 89-103 (1968).

D. J. de S. Price, «Contra-Copernicus»: una nueva estimación crítica de la matemática planetaria de Ptolomeo, Copérnico y Kepler, en *Critical Problems in the History of Science* (editor M. Clagett), Madison, Wisconsin: University of Wisconsin Press, 1962, págs. 197-218.

Capítulo 3

Sobre la naturaleza de las teorías científicas

Sobre la cuestión de qué patrones han de seguirse para justipreciar una teoría científica —por ejemplo, para comparar las dos teorías rivales del sistema planetario—, no pretendemos establecer criterios por los cuales un investigador científico pueda comprobar todos los pasos que le llevan al establecimiento de una teoría, ni tampoco construir un método científico para su uso. Sin embargo, intentaremos esclarecer cómo un estudioso de la ciencia y de su desarrollo puede evaluar una determinada teoría, antigua o moderna.

3.1 Objeto de las teorías

El objeto de la ciencia, como el de todo quehacer intelectual, es penetrar más allá de lo inmediato y visible y con ello situar los fenómenos observables en un nuevo y más amplio contexto. Pues, al igual que un iceberg flotante, cuya mayor parte se encuentra oculta en el mar, sólo una pequeña parte del mundo físico se revela ante nosotros de un modo directo. La suprema función de una *teoría* es ayudarnos a captar la imagen completa de este mundo físico. En su nivel más simple, una teoría nos ayuda a interpretar lo desconocido en términos de lo ya conocido. Es un esquema conceptual que inventamos o postulamos para explicarnos a nosotros mismos y a los otros, los fenómenos que observamos, y las relaciones que existen entre ellos, para reunir, de este modo, en una estructura única, conceptos, leyes, principios, hipótesis y observaciones provenientes a menudo de campos muy diversos. Estas funciones pueden ser desempeñadas, igualmente, por una hipótesis y, en verdad, no es necesario establecer una clara línea divisoria entre ellas, pues consideramos que la teoría y la hipótesis difieren solamente en su grado de generalidad.

Nos encontramos, pues, por un lado, con *la hipótesis de trabajo limitada,* por la cual nos guiamos en una experiencia determinada, y por otro, con la *teoría general*, que nos guía en el diseño e interpretación de toda clase de experiencias en aquel campo de estudio.

Ejemplos de teorías generales se sugieren por sí mismos, aunque nosotros utilizaremos, quizá un tanto arbitrariamente, la palabra «teoría» para designar solamente aquellos esquemas generales e históricos tales como las teorías del sistema planetario, de la gravitación universal, del átomo nuclear y otras semejantes. La teoría de Galileo del movimiento de los proyectiles aglutinó las leyes del movimiento uniformemente acelerado, incluyendo la caída libre y el principio de superposición de velocidades para producir un esquema conceptual, es decir, un método general para abordar, predecir e interpretar todo problema concebible referente a cuerpos que se muevan bajo la influencia de una fuerza constante. De igual modo, cuando Charles Darwin ponderó los resultados de campos tales como la paleontología y la anatomía comparada, encontró una relación inspirada entre tipos de observaciones muy diferentes que previamente explicaban verdades separadas en diferentes disciplinas que formaban parte de un gran esquema del pensamiento, cual era su teoría de la evolución.

Problema 3.1 Examinar alguna teoría tratada en cursos anteriores que sea conocida; por ejemplo, la teoría de Gregorio Mendel sobre la herencia, la teoría marxista de la Sociedad, la teoría de Sigmund Freud sobre el inconsciente, o la teoría de los «ciclos comerciales». Diferenciar claramente, en cada caso, entre los *datos* de que dispone el autor de la teoría, por una parte, y las *hipótesis* utilizadas por el mismo para explicar los datos, por la otra.

Problema 3.2 Hacer lo mismo para las teorías de Ptolomeo y Copérnico de los movimientos planetarios.

Si profundizamos más en los propósitos de una teoría, encontramos que en conjunto desempeña tres funciones, que resumiremos brevemente:

1) Una teoría sirve, generalmente, para relacionar hechos independientes en un esquema mental lógico y fácilmente asequible. Con estas relaciones, yuxtaponiendo y ordenando observaciones previamente independientes, las podemos comprender; la explicación siempre la tenemos buscando una relación. Los seguidores de Platón explicaban el movimiento de los planetas relacionándolos con ciertos atributos «necesarios» de los dioses. Ptolomeo y Copérnico lo explicaban relacionando las órbitas planetarias con una adecuada combinación matemática de ciertas figuras geométricas más o menos simples. Y no sólo una teoría fructífera explicará las leyes

que abarca dentro de su marco de acción, sino que también mostrará dónde y por qué estas leyes no son válidas con precisión en la práctica. Así, por ejemplo, el uso concreto de la teoría de Galileo del movimiento de los proyectiles no explica por qué éstos, en realidad, no recorren parábolas cuando las trayectorias son muy grandes.

Es un hecho primitivo, común a los seres humanos, que cuando éstos observan las partes móviles de un nuevo juguete o dispositivo intrigante, normalmente intentan discurrir un modelo mecánico del mecanismo escondido para explicar, por un sistema teórico, los movimientos separados que se observan. Este tipo de actividad parece ser una necesidad de la mente humana. Es como si el intelecto estuviera sin reposo hasta que subordina los sucesos individuales a esquemas más inclusivos. Es una cuestión de economía del pensamiento, pues una buena teoría nos permite captar, recordar y deducir un gran número de hechos que, de otro modo, resultan evasivos. (Pensar en la multitud de hechos resumidos por la teoría de Copérnico.)

Las teorías simples de la física están, a menudo, basadas en modelos mecánicos. Recordemos la famosa expresión de Lord Kelvin: «Nunca estoy satisfecho hasta que consigo el modelo mecánico de una cosa. Si puedo construir un modelo mecánico, puedo entenderla.»* Esto, naturalmente, no es cierto para todos los científicos o todas las ramas de la ciencia. Los esquemas conceptuales, ciertamente, no siempre pueden reducirse a modelos mecánicos, y existen famosos ejemplos en la historia de la física que ponen de manifiesto que una fe demasiado firme en un modelo mecánico puede ser un obstáculo serio para el progreso de la ciencia. En particular, los últimos cien años han demostrado que estos modelos, como todas las analogías, aunque son, a menudo, poderosas ayudas para la imaginación, pueden tender trampas peligrosas. Por ejemplo, es mucho más fácil de imaginar un haz luminoso como una vibración mecánica que se propaga en un medio material, el «éter», que todo lo llena, que como energía que se propaga por el vacío; y aún así el modelo del éter comportaba ciertas falacias que nunca se llegaron a superar. Igualmente, la química moderna se debe, en gran parte, a la simple representación de John Dalton de los átomos y moléculas; pero también se deben a ella las dificultades primeras que se presentaron, por tratarse de una imagen mental demasiado concreta y prematura, como veremos en los capítulos dedicados al modelo químico del átomo.

Se ha dicho que la física entre los antiguos, que se guiaban frecuentemente por analogías relativas al comportamiento y conducta de los seres vivos, era una ciencia *organicista*, mientras que con Newton se hizo *mecanicista*. En la actualidad se va volviendo más y más a esquemas conceptuales a partir de conjuntos abs-

* *Notes of Lectures on Molecular Dynamics and the Wave Theory of Light* (Baltimore: Johns Hopkins University, 1884), pág. 270.

tractos y *matemáticos* de imágenes mentales. Pero tampoco este tipo de modelos está libre de muchos de los peligros inherentes a toda ciencia mecanicista. Nuestras ideas van avanzando como sobre muletas y, por tanto, dependen, en cualquier estado de su desarrollo, de estos esquemas y representaciones por muy incompletos que sean.

2) Una teoría o hipótesis, sea general o limitada, debe sugerir nuevas relaciones que estimulen la imaginación hacia caminos, hasta entonces insospechados, que liguen los hechos antiguos con los nuevos. En este sentido, incluso las teorías que fueron abandonadas o encontradas defectuosas, como la teoría del movimiento planetario de Ptolomeo, la teoría del flogisto en química o la del calórico, todas desempeñaron un papel vital y positivo en la vida de la ciencia, pues, en su tiempo, tendieron a plantear problemas y encauzaron la atención y el esfuerzo de muchos científicos en una sola dirección. Hasta una teoría falaz, si se sigue amplia y activamente, puede conducir a observaciones claves necesarias para una teoría mejor, pues, como Francis Bacon decía, «la verdad surge más fácilmente del error que de la confusión».

Problema 3.3 La tabla siguiente indica el período de revolución alrededor del Sol (el llamado *período sidéreo*) de los planetas en el sistema de Copérnico. En lugar de los valores obtenidos por Copérnico hemos relacionado los resultados modernos aproximados.

a) Examinar estos valores y el orden de las esferas en los dos sistemas (consultar los diagramas) y, después, explicar por qué Copérnico encontraba mayor orden y armonía en su esquema, «una relación precisa entre el movimiento y tamaños de las órbitas».

b) Si se descubriera un nuevo planeta con un período sidéreo de mil ochocientos treinta días, según la teoría de Copérnico, ¿cuáles serían los límites de su órbita? Si resultara que la órbita actual fuese superior a la de Júpiter, ¿estaría equivocada toda la teoría? Razonar la respuesta.

	Período sidéreo (días)
Mercurio	88
Venus	225
Tierra	365 $\frac{1}{4}$
Marte	687
Júpiter	7330
Saturno	10 760

Problema 3.4 Utilizando las figuras 1.10 y 2.4, comparar y describir la órbita de Venus según las dos teorías rivales. Como se sabe bien ahora, Venus no tiene luz propia, sino que es visible por la luz que refleja del Sol; por tanto, Venus presenta fases igual que la Luna, que son visibles con un telescopio desde la Tierra. ¿Qué se sugiere, según una y otra teoría, relativo a la aparición de las fases de Venus? [*Ayudas:* ¿Donde ha de estar el Sol, con relación a la Tierra y Venus, para que éste aparezca totalmente iluminado? Hacer algunos esquemas de las posiciones de los planetas.]

---

3) Los párrafos anteriores sugieren otro propósito de las teorías: ***predecir nuevos fenómenos observables y solucionar problemas de carácter práctico.*** En la gran tragedia de Shakespeare, la teoría de Hamlet de que su tío era culpable le lleva a predecir cómo reaccionaría el sospechoso ante la pequeña representación que le ofrece; inversamente, cuando se obtiene la reacción predicha, Hamlet se convence de que su teoría probablemente es válida y que ha obtenido la solución del problema de la muerte del viejo rey. En astronomía y física, donde los problemas y predicciones suelen ser numéricos, las teorías, por regla general, son cuantitativas. Los problemas a resolver pueden ser totalmente abstractos, p.e., por qué los planetas parecen estar unas veces próximos entre sí y otras alejados, o bien pueden ser problemas muy prácticos. Por ejemplo, así como algunas de las especulaciones astronómicas más antiguas se desarrollaron por la necesidad de predecir el comienzo de las estaciones y de los eclipses, también la teoría de Copérnico ayudó a la resolución de problemas como la determinación precisa del año y del mes lunar, datos necesarios en tiempos de Copérnico para la revisión del calendario.

Problema 3.5 Leer el tratado de Copérnico en un resumen extenso (ver las fuentes relacionadas al final del capítulo precedente) y determinar hasta qué punto su trabajo parece exhibir estos tres propósitos de la teoría.

3.2 Criterios para decidir la bondad de una teoría en las ciencias físicas

Cuando examinamos por qué los científicos, en conjunto, a lo largo del desarrollo histórico de la ciencia, han favorecido o rechazado una teoría determinada, observamos ciertos criterios que parecen haber dominado, de un modo implícito, el lento proceso de su decisión. (Pero no debemos con esto suponer que haya que rechazar una teoría porque no satisfaga completamente alguno de los criterios que damos a continuación.)

Hemos citado ya tres de los requisitos:

1) Una buena teoría relaciona muchos hechos separados, principalmente las observaciones más importantes, de un modo lógico, y a ser posible en una estructura mental fácilmente asequible.

2) En el curso de su uso continuado, sugiere nuevas relaciones y estimula la investigación dirigida.

3) Permite hacer predicciones que puedan comprobarse por la experiencia, y es útil para aclarar dificultades y resolver problemas cuantitativos.

La teoría de la relatividad de Einstein es un buen ejemplo que ilustra estos tres puntos. En primer lugar, Einstein demostró que aquellos hechos que ya se explicaban en la física prerrelativista, no contradecían las pocas hipótesis que él presentaba y que, a partir de ellas, podían deducirse numerosos hechos correspondientes a campos que antes estaban separados y que ahora se ensamblaban en una estructura única. En segundo lugar, puso de manifiesto que su teoría sugería relaciones y efectos hasta entonces insospechados (por ejemplo, que un haz de luz debía desviarse al pasar cerca de un cuerpo de gran masa) y urgió a los astrofísicos experimentales a la investigación de tales fenómenos. Por último, no sólo utilizó la nueva teoría para aclarar fenómenos antiguos y hasta entonces inexplicables (como la componente «errática» del movimiento de Mercurio alrededor del Sol), sino que además su trabajo tenía aplicaciones asombrosamente útiles en todos los campos de la física, desde la óptica a la física nuclear.

La historia de la ciencia ha mostrado que, aparte de los atributos reseñados, una buena teoría debe poseer alguna de las siguientes propiedades:

4) Una vez disipado el humo de la batalla inicial, la teoría vencedora resulta a menudo tener pocas hipótesis y sencillas —hasta el extremo en que las palabras «sencillas» y «pocas» pueden tener significado en ciencia. La comprobación de una teoría se tiene a través de su uso; de aquí el valor de supervivencia de la economía. Una teoría que requiera hipótesis o mecanismos distintos para explicar cada hecho no es sino una tautología elaborada y estéril.

5) Idealmente, las hipótesis deben ser plausibles —a los científicos contemporáneos, naturalmente— incluso aunque no se sometan a comprobación de manera inmediata; y la teoría en conjunto no debe estar en conflicto con las ideas en boga. Si esto no ocurre así, la teoría puede enfrentarse, frecuentemente, con una recepción tormentosa y hostil y ha de someterse a un largo y cuidadoso escrutinio antes de su general aceptación. Por tanto, no siempre se desarrolla tan rápida y extensamente como se podría esperar. Por otra parte, no podemos sostener lo anterior aun cuando la Naturaleza esté en desacuerdo con las concepciones previas del sentido

común; de hecho, precisamente estas concepciones previas pueden bloquear el camino al núcleo de los problemas. Como ya nos han mostrado los trabajos de Copérnico y, posteriormente, de Galileo (una extraña verdad que llegará a hacerse más evidente en los estudios siguientes), los mayores avances de las teorías científicas dependen, a menudo, de la audacia y persistencia de un investigador que dude de lo obvio y mantenga obstinadamente lo increíble.

El problema del carácter razonable de nuevas teorías es difícil y sutil. Según nos recuerda Whitehead, todas las ideas verdaderamente grandes parecieron un tanto absurdas cuando se propusieron por primera vez. Quizá las llamamos ***grandes*** ideas porque se necesita una mente excepcional para romper el esquema del pensamiento de la época y descubrir la verdad en formas «absurdas» nada plausibles.

¿Por qué, entonces, el requisito de que una teoría sea razonable? ¿Por qué casi todos los innovadores de la ciencia, desde Copérnico a Einstein, han tropezado al principio con el escepticismo, o con algo aún peor, de la mayoría de sus colegas? ¿Es a causa de un irrazonable espíritu conservador por parte de la comunidad científica? De ninguna manera. Debe recordarse que en nuestra discusión tratamos principalmente de ideas ***revolucionarias***, y esto no debe modificar nuestros criterios; las grandes ideas revolucionarias surgen raras veces comparadas con el gran número de ideas fructíferas y aptas para trabajar, concebidas dentro de un marco ***tradicional***. Así, el científico está predispuesto, naturalmente, en favor de un avance del tipo tradicional que ya conoce y en que cree por su experiencia personal. Se opone con todas sus fuerzas a una destrucción en gran escala de su concepción de la Naturaleza, particularmente en los primeros momentos de la controversia, cuando el innovador aún no ha podido presentar suficientes resultados que confirmen sus nuevas ideas. De hecho, el descubridor puede estar tan ligado a las ideas tradicionales, tan sobresaltado por las propias consecuencias de su trabajo, que no sólo se anticipa a la tormenta de condenaciones, sino que puede decidirle a abandonar sus ideas y no sacar las conclusiones más importantes de ellas.

Un famoso ejemplo de este tipo aparece en el trabajo científico publicado en 1939 por O. Hahn y F. Strassmann, considerados, generalmente, como los descubridores experimentales de la fisión nuclear. En aquel tiempo aún era tenido como axioma por todos los científicos que los núcleos atómicos pesados eran indivisibles y que, al bombardearlos con pequeñas partículas, por ejemplo neutrones, modificaban, a lo sumo, su estructura interna, pero de un modo puramente superficial y ligero. Ahora bien, estos dos hombres, después de bombardear uranio puro con neutrones, obtuvieron una sustancia cuyo análisis químico demostró que contenía bario (Ba) y otros elementos de masa atómica aproximadamente igual a la mitad de la del uranio. «Evidentemente —nosotros diríamos—, los átomos de uranio se han fisionado.» Pero en el sufrimiento, casi de agonía, que acompaña al nacimiento de todos los grandes descubrimientos, Hahn y Strassmann no se atrevieron a aceptar públicamente la evidencia, y así escribieron: «Como químicos nucleares, en muchos aspectos ligados estrechamente a los físicos, no podemos aún dar este salto que se

opone a todo lo que hasta ahora se conoce de la física nuclear. Quizá, después de todo, nuestros resultados hayan sido falseados por algún accidente extraño».*

Más adelante, después que hayamos desarrollado nuestro concepto de que las ciencias tienen leyes de evolución semejantes a las que describen la evolución de las especies, apreciaremos mejor las grandes y graves perturbaciones que las nuevas teorías pueden crear dentro de la ciencia. ***El encaje de las verdades se conforma ventajosamente y se pone de manifiesto convincentemente con enérgicos debates.*** La situación, después de todo, no es muy diferente en cualquier otro campo de la actividad humana. Ninguno de los conceptos religiosos y sociales que predominan en nuestro tiempo se ha desarrollado en la calma ni se ha aceptado espontáneamente. Si las ciencias físicas parecen, a veces, haber progresado mucho más deprisa, si es que las luchas recientes han sido relativamente cortas, podríamos, en gran manera, atribuirlo a que a partir del siglo XVII ha habido, entre los científicos, un acuerdo más o menos tácito acerca de las normas para juzgar un esquema conceptual nuevo —sobre todo, desde luego, la comprobación pragmática de las predicciones.

Aún así, al considerarla retrospectivamente, una idea realmente nueva y revolucionaria puede haber cumplido todos estos requisitos y, sin embargo, no haber sido aceptada ampliamente por los científicos, que son, sobre todo, humanos. Max Planck ha dicho, a propósito de las amargas luchas que tuvo que sostener al principio de su gran contribución: «una innovación científica importante raramente se desarrolla gradualmente venciendo y convirtiendo a sus oponentes: raramente sucede que Saulo se convierta en Pablo. Lo que sucede es que los oponentes van muriendo y la nueva generación ya está, desde el principio, habituada a las nuevas ideas: otro ejemplo de que el futuro pertenece a la juventud».**

6) La historia señala otra característica de una buena teoría: Ha de ser suficientemente flexible para desarrollarse y sufrir modificaciones secundarias cuando sea necesario. Pero si después de una vida completa muere, lo hace con gracia, dejando un mínimo de restos de naufragio y un descendiente.

Consideremos estos puntos importantes. En cualquier campo del conocimiento predecir no es sino adivinar, a no ser que la predicción se deduzca de alguna teoría; y así como la naturaleza y significado de una predicción dependen de la teo-

---

* Contrastar esta precaución y la buena voluntad de someterse a prueba por sus compañeros científicos, expresada en la frase anterior con las declaraciones sensacionales y pompa impaciente de nuestros modernos «best-sellers» pseudocientíficos, uno de cuyos autores comienza su tratado con la frase de que el trabajo «es un hito de la Humanidad, comparable al descubrimiento del fuego y superior a la invención de la rueda y el arco... La fuente escondida de todas las enfermedades psicosomáticas y la aberración humana ha sido descubierta y se han desarrollado los medios para su cura invariable».

** Véase *The Philosophy of Physics*, pág. 97; New York: W. W. Norton, 1936. Encontraremos de nuevo a Planck como el fundador de la teoría cuántica (cap. 26).

ría de que proceden, la validez de una teoría depende de la corrección de las predicciones a que conduce. Al igual que las mismas leyes que relaciona, una teoría debe basarse sobre un número finito y más bien pequeño de observaciones; sin embargo, para que sea útil podría tener que predecir correctamente gran número de observaciones futuras. Así, la teoría de Ptolomeo, construida sobre un número finito de distintas observaciones sobre las posiciones de los planetas, proporcionó suficientes predicciones, razonablemente correctas, de las futuras posiciones de estos mismos planetas, de modo que su utilidad se extendió hasta mil cuatrocientos años después.

Ahora veremos la razón por la cual ninguna teoría física puede durar siempre. Tarde o temprano aparecerán observaciones que contradigan las predicciones, probablemente en una región para la cual ha habido que extrapolar las condiciones desde el alcance original de la teoría (p. e., la región de las cantidades muy pequeñas o muy grandes, o la de medidas de mucha mayor precisión que las que han servido, inicialmente, como base de la teoría), o quizás como resultado de un ensanchamiento general del horizonte científico. Con ingenio puede hallarse el modo de modificar las viejas teorías y hacerlas aplicables también a nuevos fenómenos. Como un manzano en un huerto, mantenemos una teoría en razón de sus frutos; cuando el manzano envejece, intentamos salvarlo con una poda razonable o algo semejante. Así también, en una teoría en peligro, es posible que una nueva formulación de algunas de sus hipótesis o conceptos salve el esquema. Pero de no ser así, las únicas alternativas consistirían en mantener la vieja teoría tal cual, teniendo bien presente su alcance restringido y desarrollar una nueva estructura que tenga en cuenta el nuevo alcance; o bien, si los defectos apareciesen en la propia jurisdicción de la vieja teoría y las hipótesis estuvieran fuera de toda duda, abandonarla tan pronto como pueda construirse una nueva y mejor.

Estas tres posibilidades —expansión, restricción o reemplazamiento— aparecen en la historia de las teorías y de las leyes en general. Los esquemas que recordamos y honramos más, son aquellos que proporcionaron una solución en una crisis, o señalaron la teoría que debía reemplazarlos. En palabras de Niels Bohr: «Lo que una teoría puede hacer, a lo sumo, es ser el instrumento para sugerir y guiar nuevos desarrollos más allá de su marco original».

Finalmente, ante el temor de que nuestra breve discusión de estos seis criterios de una buena teoría sea tachada de dogmatismo científico, nos hacemos eco de la humilde opinión de Einstein sobre esta materia. Einstein distinguía entre los dos criterios siguientes: 1) *la confirmación externa* de una teoría, esto es, la prueba experimental que nos asegura que la teoría es válida, y 2) la *perfección interna* de una teoría, que se juzga por su «naturalidad» o su «simplicidad lógica». Cualificaba entonces estos criterios como sigue: «La insuficiente precisión de las (precedentes) afirmaciones [(1 y 2)] ...no intentaré justificarla por falta de espacio a mi disposición, sino que confieso que no soy capaz, de momento, y quizá nunca, de reemplazar estos apuntes por definiciones más precisas».

Problemas adicionales

Problema 3.6 Utilizando nuestros seis criterios, investigar la «muerte» de alguna teoría de otro campo que se conozca (tal como la teoría del flogisto, en química, o la teoría de la generación espontánea, en biología). ¿Cuáles fueron las predicciones que fallaron para establecer su validez, o los fenómenos que contradecían las hipótesis de la teoría? ¿Podría haber sido modificada para servir durante algún tiempo? ¿Surgió alguna nueva teoría directamente de la vieja?

Problema 3.7 P. W. Bridgman escribe, en sus *Reflections of a Phisicist* (Philosophical Library, New York, 1950, pág. 252), que en el flujo de ideologías, ideas morales y otros conceptos sociales, los científicos ven «...un ejemplo de lo que su experiencia física les ha enseñado, a saber, que las ideas han de ser inspeccionadas y reexaminadas antes de extender su dominio de aplicación más allá de aquel en el cual surgieron. En un aspecto muy importante reconoce que la época presente difiere de las anteriores en el enorme aumento de inventos que ha hecho que los pueblos se acerquen más unos a otros, y en el creciente dominio de las fuerzas más ventajosas para el hombre, por lo cual se ha producido una extensión del dominio de aplicación de los conceptos sociales y hay que esperar una revisión fundamental de los mismos». Escribir un corto ensayo sobre la opinión de esta acotación y examinar qué otras ideas, si las hay, podrían transplantarse al campo de los estudios sociales.

Problema 3.8 ¿Era falsa la teoría geocéntrica de Ptolomeo, tal como fue establecida por él? ¿Era verdadera?

Problema 3.9 Discutir las ventajas relativas de las teorías de Ptolomeo y Copérnico del movimiento de los cuerpos celestes a la luz de cada uno de los seis criterios desarrollados en la sección precedente.

Lecturas recomendadas

Nota.-Consultar la bibliografía al final del capítulo 14.

Capítulo 4

Leyes de Kepler

4.1 La vida de Johannes Kepler

La teoría del movimiento planetario se desarrolla ahora con inusitado impulso. Nos encontramos alrededor del año 1600. El Renacimiento y la Reforma están pasando. El sistema de Copérnico era seguido por unos pocos astrónomos que comprendían las ventajas de cálculo que ofrecía, pero que no tomaban en serio sus implicaciones físicas y filosóficas. A través de este silencio se levantó una voz anunciando los primeros gritos de la batalla que se avecinaba. El panteísta antiortodoxo Giordano Bruno, evangelizando a Copérnico, viajó por toda Europa anunciando que los límites del Universo estaban infinitamente alejados y que nuestro sistema solar es simplemente uno entre los infinitos que existen. A causa de las distintas herejías pronunciadas fue juzgado por la Inquisición y quemado en el patíbulo en 1600.

Sin embargo, las semillas de una nueva ciencia estaban fructificando vigorosamente en todas partes. En Inglaterra surgen Francis Bacon (1561-1626) y William Gilbert (1540-1603); en Italia, Galileo Galilei (1564-1642). Y en Copenhague, Tycho Brahe (1546-1601), el primer hombre desde los griegos que aportó mejoras en las observaciones astronómicas, pasó casi toda su vida registrando las observaciones de los movimientos planetarios que efectuaba con una precisión no alcanzada hasta entonces. Sus datos eran, frecuentemente, de una precisión superior a medio minuto de arco, más de veinte veces mejores que las de Copérnico, cuando el telescopio todavía no se había inventado.

Después de la muerte de Tycho, su ayudante alemán Johannes Kepler (fig. 4.1) continuó sus observaciones y, especialmente, el análisis de la gran cantidad de datos recopilados. En tanto que Tycho había desarrollado un sistema planetario propio (mencionado al final de la sec. 2.4), Kepler era partidario de Copérnico. El propósito de sus trabajos era la construcción de unas tablas astronómicas de los movimientos planetarios mejores que las que entonces existían construidas sobre los



Fig. 4.1 Johannes Kepler (1571-1630).

datos poco precisos de la época del propio Copérnico. Pero la motivación de Kepler, y su principal preocupación, era la perfección de la teoría heliocéntrica, cuya armonía y simplicidad contemplaba «con arrebatada e increíble delicia». Desde el comienzo de sus trabajos fue fuertemente influido por el punto de vista metafísico asociado a la tradición pitagórica y neoplatónica. Esta tradición había revivido en el Renacimiento como uno de los desafíos a la hegemonía de Aristóteles.

Para Kepler, aún más que para Copérnico, la directriz de la mente divina era el orden geométrico y las relaciones matemáticas que venían expresadas en las características del sencillo esquema heliocéntrico. Entre sus primeras publicaciones encontramos un intento entusiasta de ligar los seis planetas conocidos y sus distancias al Sol (véase sec. 2.2) con las relaciones entre los cinco sólidos regulares de la geometría. El mejor resultado de este trabajo fue llamar la atención de Kepler hacia Tycho y Galileo.

Al intentar ajustar los nuevos datos de la órbita de Marte a un sistema de Copérnico con movimiento circular uniforme simple (*aunque* se usasen ecuantes), Kepler halló, después de cuatro años de labor, ¡que esto no podía hacerse! Los nuevos

datos colocaban la órbita justamente ocho minutos de arco fuera del esquema de Copérnico. Copérnico no habría dado importancia a esto, porque sabía que sus observaciones tenían errores dentro de este margen. Pero Kepler sabía que el ojo infalible de Tycho y sus soberbios instrumentos daban medidas con un margen de error menor que estos ocho minutos. Con una integridad que ha de considerarse como actitud característica del científico, frente a los hechos cuantitativos, Kepler no quiso ocultar, con hipótesis convenientes, esta fatal diferencia. Para él, estos ocho minutos significaban, simplemente, que el esquema de Copérnico, con un número limitado de esferas concéntricas y epiciclos, fallaba para explicar el movimiento real de Marte cuando las observaciones de aquel movimiento se hacían con suficiente precisión.

4.2 Primera ley de Kepler

Kepler debió quedarse anonadado con este descubrimiento, pues, después de todo, era un copernicano convencido. Siguieron algunos años de continua labor buscando un medio de retocar la teoría de Copérnico para hacerla aplicable a las nuevas observaciones tanto como a las antiguas. Kepler terminó, finalmente, por desechar la premisa que ligaba el sistema de Copérnico más explícitamente a las doctrinas de la antigua Grecia. Cuando Kepler estaba estudiando las trayectorias de los planetas según la imagen heliocéntrica, se le ocurrió que podían corresponder a una figura, la elipse, cuyas propiedades ya eran conocidas por los matemáticos del siglo II a. de C. (Resulta irónico que Apolonio, que propuso el artificio de los epiciclos tratado en la sección 1.6, desarrollara la teoría de las elipses sin pensar en su posible aplicación a la astronomía.) Por tanto, si se admitía que la elipse era la trayectoria «natural» de los cuerpos celestes, se obtenía un esquema geométrico del mundo, de gran simplicidad, en el cual ***todos los planetas se mueven en órbitas elípticas, con el Sol en uno de los focos.*** Esta *ley de las órbitas elípticas* es una de las tres grandes leyes de Kepler del movimiento planetario, generalmente conocida como su primera ley.

La primera ley de Kepler, al enmendar la teoría heliocéntrica de Copérnico, nos da una representación mental maravillosamente simple del sistema solar. Se eliminan todos los epiciclos, todos los excéntricos; las órbitas son simples elipses. La figura 4.2 es una representación esquemática del sistema solar según la concepción actual (en esencia la misma de Kepler, pero con la adición de los planetas Urano, Neptuno y Plutón, descubiertos mucho después). Hemos intentado representar en la figura los tamaños relativos de los planetas; también se indican, aunque a una escala diferente, los tamaños relativos aproximados de las órbitas. Ahora bien, como la mayoría de estas elipses son casi circulares, se han representado por círculos cuando ha sido posible. Todas las órbitas están casi en el mismo plano, excepto una pronunciada inclinación del plano de la órbita de Plutón (lo cual significa que las tra-

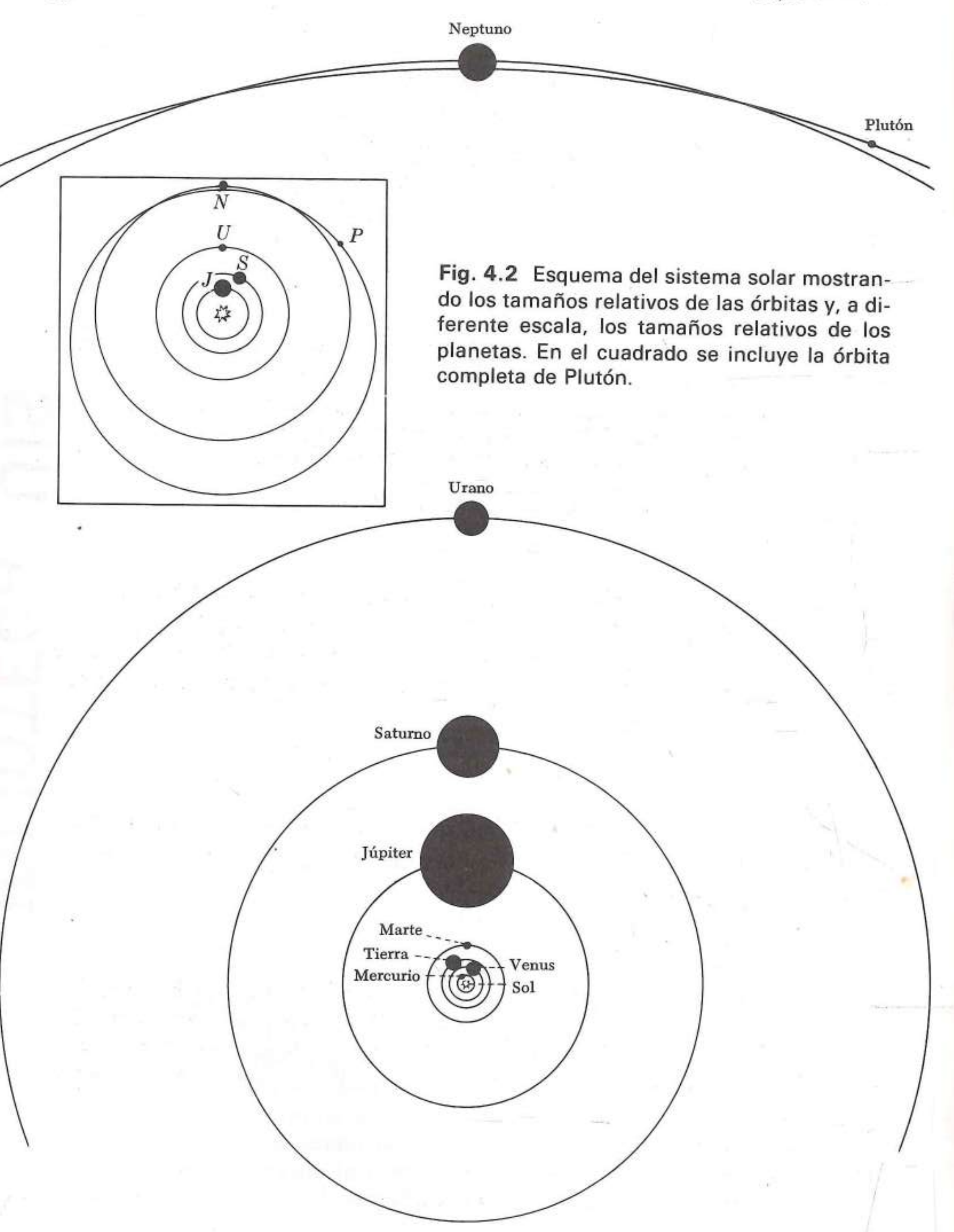


Fig. 4.2 Esquema del sistema solar mostrando los tamaños relativos de las órbitas y, a diferente escala, los tamaños relativos de los planetas. En el cuadrado se incluye la órbita completa de Plutón.

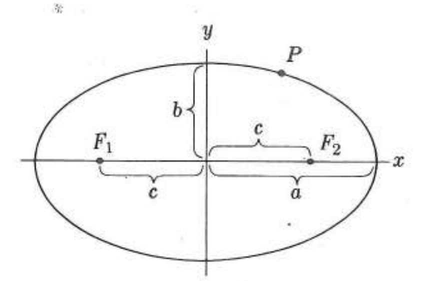


Fig. 4.3 Elipse, con focos en F_1 y F_2.

yectorias de Neptuno y Plutón no se interceptan en ningún punto en el espacio, aun cuando la fig. 4.2 pudiera dar esta impresión).*

Problema 4.1 (Las propiedades importantes de la elipse; referencia a la figura 4.3.) La ecuación de una elipse en coordenadas rectangulares es

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1,$$

en donde a y b son, respectivamente, los semiejes mayor y menor. Dibujar en un papel gráfico una gran elipse tomando valores constantes para a y b y calcular algunos valores $\pm y$ correspondientes a valores supuestos de $\pm x$. (Obsérvese que si $a = b$, la figura es un círculo.) La distancia c desde el origen de coordenadas a uno de los focos (F_1 ó F_2) viene dada por

$$c = \sqrt{a^2 - b^2}.$$

Marcar las posiciones de los focos en la elipse. La excentricidad** e es una magnitud que indica el grado en que la elipse difiere del círculo. Por definición,

$$e = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}}.$$

Calcular e para la elipse dibujada. Comprobar por medidas hechas sobre el gráfico que para ***cualquier punto P*** de la elipse, $PF_1 + PF_2 =$ constante. Por último, notar que para un sistema de coordenadas en el plano, la elipse está completamente definida (esto es, puede dibujarse) conociendo solamente los valores de a y b; estos dos datos son suficientes (fig. 4.3).

---

* Para una lectura fácil de la estructura del sistema solar véase F. L. Whipple, *Earth, Moon and Planets.*

** No confundir con la palabra «excéntrica» utilizada en la sec. 1.6.

Problema 4.2 Determinar el valor aproximado de *e* para la órbita de Plutón a partir de medidas a realizar sobre la proyección de su órbita dibujada en la figura 4.2. (*Nota*: Para la órbita de Mercurio *e* vale aproximadamente 0,2 y para los restantes planetas aún es más pequeña.)

Aunque Kepler era feliz al saber que podía reemplazar las complicadas combinaciones de epiciclos y excéntricas utilizadas hasta entonces para describir la órbita de un planeta mediante una simple elipse, debió hacerse a sí mismo la siguiente pregunta: «¿No es algo misterioso que de todos los tipos posibles de trayectorias los planetas hayan elegido justamente la elipse? Podemos comprender la predisposición de Platón por los movimientos circulares y uniformes, ¡pero no podemos entender fácilmente la insistencia de la Naturaleza en la elipse!». La respuesta racional a esta cuestión no llegó hasta que un destacado genio inglés, de casi ochenta años, demostró que la ley de la elipse era una de las muchas consecuencias sorprendentes de una ley de la Naturaleza de mucho mayor alcance. Sin embargo, todavía no estamos preparados para seguir su razonamiento.

Si, de momento, aceptamos la primera ley de Kepler como un resumen de hechos observados —una ley empírica—, observamos que para describir las trayectorias la ley nos da todas las posibles localizaciones de un planeta determinado, pero no nos dice *cuándo* estará en cualquiera de estas posiciones; nos habla de la forma de una órbita, pero no dice nada de la velocidad variable con que el planeta la recorre. Esto hace que la ley resulte inadecuada para un astrónomo que desea conocer la posición que un planeta ocupa en un momento determinado, o para un profano que ya sabe (como observamos en la sec. 1.6 en relación con el ecuante) que el Sol parece moverse más rápido a través de las estrellas en invierno que en verano. Naturalmente, Kepler conocía bien todo esto y, de hecho, incluso antes de enunciar lo que ahora llamamos su «primera» ley, había establecido ya otra que regía las variaciones de velocidad de un planeta.

4.3 Segunda ley de Kepler

Kepler sabía que necesitaba una relación matemática entre la velocidad de un planeta en una posición de su órbita y la velocidad en cualquier otra posición. Si pudiese encontrarse tal relación se determinaría el movimiento de un planeta cualquiera con muy pocos datos: dos para determinar la elipse (por ejemplo, las longitudes de los ejes mayor y menor), un tercer dato para dar la velocidad en algún punto particular de su trayectoria (por ejemplo, en el *perihelio*, donde el planeta está más próximo al Sol), y otro dato más para determinar la inclinación del plano de su órbita respecto al de los otros planetas. Así, si pudiese encontrarse una rela-

ción simple entre la velocidad y la posición, se resumirían las características del movimiento de los planetas de un modo compacto y elegante.

Pero hasta ahora nada había que indicase que tal relación existía. Por eso se dijo que Kepler estaba en éxtasis cuando fue capaz, con su ingenio y trabajo continuo, de establecer esa «segunda» ley a partir del voluminoso conjunto de datos de que podía disponer. Bien pudiera haber estado en éxtasis, pues toda su labor habría sido de poca utilidad sin este descubrimiento.

La ruta de Kepler hacia la segunda ley fue una obra asombrosa, de la cual surgió el resultado correcto como una deducción de tres hipótesis incorrectas. En primer lugar, Kepler admitía que los planetas siguen sus órbitas por la acción de una fuerza procedente del Sol y que la intensidad de esta fuerza era inversamente proporcional a la distancia comprendida entre el planeta y el Sol. (En el pensamiento de Kepler, y usando su imaginación, él razonaba que la fuerza a cualquier distancia r debe estar uniformemente distribuida sobre la circunferencia de un círculo en el plano orbital; a mayor distancia, por ejemplo $2r$, la misma fuerza total debe distribuirse sobre un círculo cuya longitud de circunferencia es doble; por tanto, la intensidad de la fuerza en cualquier punto de dicho círculo sería sólo la mitad.) Él suponía, entonces, que la velocidad del planeta debe ser proporcional a la fuerza que le impulsa y, por tanto, inversamente proporcional a la distancia:

$$v \propto 1/r. \tag{4.1}$$

La hipótesis de que la velocidad es proporcional a la fuerza neta resulta, naturalmente, incompatible con los principios modernos de la física, como veremos en los caps. 7 y 9; era, simplemente, una de las ideas de Aristóteles o del sentido común que Kepler compartió con todos sus contemporáneos.

De acuerdo con la primera hipótesis de Kepler, el *tiempo* que tarda un planeta en recorrer una pequeña distancia a lo largo de su trayectoria sería proporcional a su distancia al Sol. Esto es aproximadamente correcto y resulta ser exacto en ciertos puntos especiales de la órbita. Kepler se propuso, entonces, calcular el tiempo que tarda el planeta en cubrir un segmento grande de la trayectoria (durante el cual cambia su distancia al Sol) sumando las distancias planeta-Sol para cada uno de los pequeños arcos que componen este gran segmento. Él suponía que la suma de estas distancias era igual al área barrida por la línea trazada desde el Sol al planeta (véase fig. 4.4):

$$t \propto \text{área barrida por la línea planeta-Sol.} \tag{4.2}$$

Ésta es una buena aproximación para las órbitas reales que Kepler estaba analizando, pero las matemáticas necesarias para un resultado exacto (el «cálculo» de Newton y Leibniz) no se inventaron hasta pasado otro medio siglo.

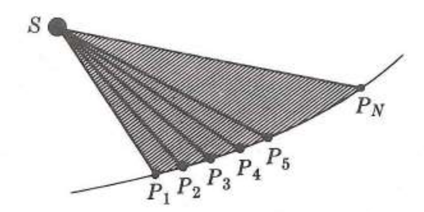


Fig. 4.4 Kepler admitía que la suma de todos los segmentos trazados desde el Sol al planeta cuando se mueve a lo largo de su trayectoria, $SP_1 + SP_2 + SP_3 + ... + SP_n$ podía sustituirse aproximadamente por el área sombreada, segmento SP_1P_n (la excentricidad de la órbita se ha exagerado).

Kepler introdujo como tercera hipótesis que la órbita era circular. Esto es de nuevo sólo una aproximación bastante buena para casi todas las órbitas planetarias (Kepler no había establecido todavía su «primera ley», que requería que las órbitas fuesen elípticas); pero, realmente, no era necesario hacer tal aproximación.

La segunda ley de Kepler, que él encontró siguiendo una línea de razonamiento que no convencería a un lector actual, viene contenida en la Ec. (4.2) anterior: el área barrida por la línea Sol-planeta es proporcional al tiempo transcurrido. O bien, en la forma que ha llegado a ser estándar: ***Durante un determinado intervalo de tiempo una recta trazada del planeta al Sol barre áreas iguales en cualquier punto de su trayectoria.*** También se llama ***Ley de las áreas iguales***. A pesar de la inexactitud de las hipótesis utilizadas en su deducción original, la propia ley describe, exactamente, el movimiento de cualquier planeta alrededor del Sol;* también se aplica al movimiento de la Luna alrededor de la Tierra o de un satélite alrededor de cualquier planeta.

La fig. 4.5 ilustra el significado de la segunda ley. Representa, muy exagerada, una órbita planetaria alrededor del Sol, S, en un foco de la elipse. El planeta puede ser nuestra Tierra. Durante un intervalo de tiempo se mueve de P_1 a P_2 (por ejemplo, una semana en invierno). Durante un intervalo igual de tiempo en la primavera, el planeta va de P_3 a P_4, y en verano de P_5 a P_6. Como se expresa en el dibujo, la velocidad del planeta a lo largo de la órbita es mayor cuanto más próximo está del Sol, y menor cuanto más distante. Esto está de acuerdo con la primera hipótesis, $v \propto 1/r$, que empleó Kepler para deducir la ley.

El hecho de que la Tierra se mueva más rápidamente (o que el Sol visto desde la Tierra se mueva con mayor velocidad sobre el fondo de las estrellas) en invierno que en verano, era bien conocido por los astrónomos desde mucho antes; era un

* Este enunciado debe ser tenido en cuenta sin demasiado rigor por razones que serán aparentes cuando estudiemos la deducción de Newton del cap. 9; la ley es precisa siempre que pueda despreciarse la influencia de un tercer cuerpo.

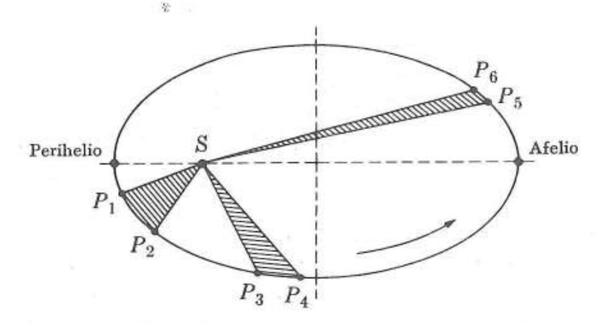


Fig. 4.5 Trayectoria elíptica de los planetas alrededor del Sol *S* (en el foco de la izquierda), ilustrando la segunda ley de Kepler (la excentricidad está muy exagerada).

efecto que podía explicarse por la introducción del artificio de los «ecuantes» en el sistema geocéntrico (véase sec. 1.6) y una razón de por qué el sistema de Copérnico sin ecuantes no era completamente adecuado para representar los detalles del movimiento planetario. La ley segunda de Kepler cumple el mismo objetivo que el ecuante, pero en una forma mucho más satisfactoria. Sin embargo, en el propio trabajo de Kepler, la segunda ley es una regla empírica que, aunque exacta, no tiene explicación teórica.

Problema 4.3 Como se menciona en el texto, la Tierra está, realmente, más próxima al Sol en invierno que en verano. Explicar esta aparente paradoja.

4.4 Tercera ley de Kepler

La primera y la segunda leyes de Kepler fueron publicadas juntas en 1609 en su *Astronomia Nova* (Nueva astronomía). Pero Kepler aún estaba insatisfecho con un aspecto de sus descubrimientos: no se había hallado ninguna relación entre los movimientos de los distintos planetas. Hasta entonces, cada planeta parecía tener su órbita elíptica propia y su propia velocidad, pero no parecía existir un modelo general para todos los planetas. Ni había ninguna razón por la que pudiese esperarse que existiese tal relación. Sin embargo, Kepler estaba convencido de que, al investigar las diferentes posibilidades, encontraría una relación simple que ligase todos los movimientos que ocurren en el sistema solar. Él buscaba esta regla, incluso en el dominio de la teoría musical, esperando, como los partidarios de Pitágoras (sec. 1.1), encontrar una conexión entre las órbitas planetarias y las notas musicales; su gran trabajo (1619) se tituló *Las armonías del mundo*.

Esta convicción de que existe una regla simple, tan intensa que nos parece una obsesión, era parcialmente un indicio de sus primeras preocupaciones por los números y parcialmente también el buen instinto del genio para encontrar el resultado correcto. Pero, en realidad, era, igualmente, indicio de una profunda tendencia que se manifiesta a través de toda la historia de la ciencia: la creencia en la simplicidad y uniformidad de la Naturaleza. Esta creencia ha sido siempre manantial de inspiración que ha ayudado a los científicos a vencer los obstáculos inevitables en su trabajo y ha sostenido su espíritu durante los períodos de intensa e infructuosa labor. Para Kepler fue esta creencia la que hizo soportable una vida de penosos infortunios personales, de modo que podría escribir triunfalmente al llegar, al fin, al descubrimiento de su tercera ley del movimiento planetario:

«...después de descubrir por el continuo trabajo durante largo tiempo, utilizando las observaciones de Brahe, la verdadera distancia de las órbitas, al fin la verdadera relación... logro arrojar las sombras de mi mente al obtener un acuerdo tan perfecto entre mi trabajo de diecisiete años sobre las observaciones de Brahe, y este estudio que ahora presento, que al principio creí que estaba soñando...»*

Esta ley, en terminología moderna, establece que si T es el período de un planeta dado (esto es, el tiempo que tarda en una revolución completa en su órbita alrededor del Sol), y $\bar{R}$ el radio *medio* de su órbita,** entonces,

$$T^2 = K(\bar{R})^3,$$

donde K es una constante que tiene ***el mismo valor para todos los planetas.*** Pero, si $T^2/(\bar{R})^3$ es el mismo para todos los planetas, podemos calcular su valor numérico para *uno* de ellos (para la Tierra $T_E = 1$ año, $\bar{R}_E = 15 \times 10^7$ km) y, por tanto, siempre podremos calcular el valor de T para cualquier otro planeta si se conoce $\bar{R}$, y viceversa.

Problema 4.4 Utilizando la tercera ley y los datos de T_E y $\bar{R}_E$ para la Tierra, calcular los valores de $\bar{R}$ para alguno de los otros planetas, tomando los valores correspondientes de T de la cita ***Revolutions*** de Copérnico, Sección 2.2.

---

* *Las armonías del mundo,* libro V, sec. 3. Para un resumen extenso que incluye este fragmento, véase D. L. Hurd y J. J. Kipling, *The Origins and Growth of Physical Science,* Penguin Books, 1964, vol. I, pág. 122-134.

** El valor de $\bar{R}$ para una órbita elíptica es igual a la mitad de la longitud del segmento rectilíneo que va del perihelio al afelio (véase fig. 4.5); la mayor parte de las trayectorias planetarias son casi circulares, de tal modo que $\bar{R}$ es, entonces, simplemente el radio de la órbita circular.

La tercera ley de Kepler se denomina, con frecuencia, la *ley armónica*, ya que establece una bella relación entre los planetas. Desde este punto podemos vislumbrar el progreso que hemos realizado hasta ahora. Partiendo de la multitud inconexa de los mecanismos de Ptolomeo hemos alcanzado una formulación heliocéntrica que contempla el sistema solar como una unidad simple y lógicamente conexa. Nuestra mente capta el universo kepleriano de un vistazo y reconoce los movimientos principales como la expresión de simples leyes matemáticas.

4.5 Nuevo concepto de la ley física

Kepler, utilizando la obra de Tycho, sus propias observaciones y sus tres poderosas leyes, construyó unas tablas precisas del movimiento de los planetas que habían sido necesarias desde hacía tiempo y que aún serían útiles un siglo después. Merece nuestro reconocimiento por esta labor que no fue sino una de las muchas conquistas de este hombre prodigioso, pero no debemos dejar de señalar dos características de su obra que tuvieron un gran efecto sobre el desarrollo de todas las ciencias físicas. Una, que ya hemos estudiado, es una nueva actitud ante los *hechos observados*. Ya indicamos el cambio que se produce en la obra de Kepler desde su insistencia inicial en un modelo geométrico y su forma como principal herramienta de explicación, al estudio del propio movimiento y de las relaciones numéricas que le sirven de base. La otra es su afortunado intento de formular leyes físicas en forma matemática, con el lenguaje de la geometría y del álgebra. A partir de entonces, tras la época de Kepler, la *ecuación* se desarrolla de manera natural como prototipo de las leyes de las ciencias físicas. (Veremos parte de este desarrollo cuando tratemos, en capítulos siguientes, la obra de Galileo y de Descartes).

En este sentido, la ciencia de Kepler fue totalmente moderna; él, más que ningún otro antes, se inclina ante el árbitro implacable y supremo de toda teoría física, a saber, la evidencia en la observación realizada de un modo *preciso* y *cuantitativo*. Además, en el sistema kepleriano, no se consideraba que los planetas se movían en sus órbitas a causa de su naturaleza o influencia divina, como enseñaban los escolásticos, ni que sus formas esféricas sirviesen de explicación autoevidente a sus movimientos circulares, como en el pensamiento de Copérnico; y así nos quedamos sin ninguna intervención física que «explicase» el movimiento planetario tan bien descrito en estas tres leyes.

El mismo Kepler sintió la necesidad de reforzar sus descripciones matemáticas con un mecanismo físico. En uno de sus últimos libros nos dice cómo han cambiado sus propios puntos de vista:

«En una ocasión yo creí firmemente que la fuerza motriz de un planeta residía en un alma... Sin embargo, cuando reflexioné que esta causa de movimiento disminuía en proporción a la distancia, del mismo modo que la luz del Sol disminuye en proporción a la distancia a este astro, llegué a la conclusión de que esta fuerza

debe ser sustancial; no en el sentido literal, sino... de la misma manera que decimos que la luz es algo sustancial significando que es un ente no sustancial que emana de un cuerpo sustancial.»*

Aunque quedó para Newton el descubrimiento de la teoría de las fuerzas gravitatorias y, por tanto, englobar las tres leyes de Kepler junto con la concepción heliocéntrica y los principios de la mecánica terrestre en una síntesis monumental, Kepler imaginó una hipótesis verdaderamente prometedora: El reciente trabajo del inglés William Gilbert (1544-1603) sobre magnetismo le había intrigado, y su portentosa imaginación ideó fuerzas magnéticas que emanaban del Sol para «dirigir» los planetas en sus órbitas.

El magnetismo, en realidad, no explica las leyes de Kepler; Newton, más tarde, sintió la necesidad de demostrar con detalle que este agente hipotético no explicaba las observaciones cuantitativas. Pero, en un sentido más general, Kepler anticipó el tipo de explicación que Newton iba a establecer. Como él escribió a un amigo en 1605:

«Mi objetivo es demostrar que la máquina celeste no es una especie de ser vivo divino, sino una especie de mecanismo de relojería (y quien crea que un reloj tiene alma, atribuye al trabajo la gloria del constructor), por cuanto casi todos sus múltiples movimientos los origina una fuerza material y magnética muy sencilla, al igual que todos los movimientos del reloj los origina un simple peso. Y también muestro cómo hay que dar expresión numérica y geométrica a estas causas físicas».**

Aquí tenemos un ejemplo del enorme cambio en la perspectiva de Europa, iniciado dos siglos antes. Cada vez más los sucesos dejaban de considerarse como *símbolos* y tenían valor por sí mismos. El hombre dejaba, a su vez, de preocuparse de acertijos antropomórficos en un mundo de organismos y se convertía, poco a poco, en un observador de hechos y un teorizante en un mundo mecanicista. Sin esta nueva actitud no habría existido ciencia moderna, pues si tuviéramos que comenzar nuestra ciencia a partir de observaciones experimentales, tendríamos fe en el material primario experimental y no en los símbolos de misterios complejos. Llegamos a entusiasmarnos con el mundo observable por su propia esencia y debemos alcanzar una fe tácita en el significado de la naturaleza y su acceso directo a nuestro entendimiento antes de esperar que generaciones de científicos se dediquen a las minuciosas y, a veces, tediosas investigaciones cuantitativas de la Naturaleza. En este sentido, el trabajo de Kepler pregona el cambio hacia la moderna actitud científica: considerar que una amplia variedad de fenómenos están explicados cuando todos ellos puedan describirse mediante un modelo de conducta simple y, preferiblemente, matemático.

---

* *Mysterium Cosmographicum*, 2.ª ed.

** *Ibid.*, pág. 155.

Parece asombroso que Kepler siguiera este camino. Había comenzado su carrera como un místico buscador de símbolos, pero ahora podemos reflexionar sobre el gran cambio experimentado por su alma compleja: dio forma a sus leyes físicas y buscó después su simbolismo. La especulación filosófica, frecuentemente más llena de color, sigue al análisis de los hechos y no a la inversa; actualmente muchos científicos han encontrado que es posible reconciliar su física y su filisofía personal basándose en esta secuencia.

Problemas adicionales

Problema 4.5 Evaluar la contribución de Kepler en función de nuestros criterios para una buena teoría.

Problema 4.6 Trazar los cambios y evolución de la teoría heliocéntrica de Copérnico en manos de Kepler y, después, comparar el esquema con el desarrollo y expansión de alguna teoría importante en otro campo que sea familiar (por ejemplo, la teoría de la evolución, desde su exposición en 1859 a las recientes modificaciones de la genética de la evolución).

Problema 4.7 ¿Es posible una revisión de la teoría geocéntrica, excluyendo los ecuantes, movimientos excéntricos, etc., y en su lugar describir las trayectorias planetarias *alrededor de la Tierra* directamente por medio de figuras geométricas? ¿Es probable que puedan encontrarse leyes para este sistema geocéntrico simplificado que relacionen las trayectorias, velocidades y períodos de revolución de los distintos planetas?

Textos recomendados para lecturas posteriores

Marie Boas, *The Scientific Renaissance 1450-1630*, capítulo X.

E. A. Burtt, *The Metaphysical Foundations of Modern Physical Science*, 2.ª edición, 1932; reimpreso por Doubleday Anchor Books, capítulos I y II.

O. Gingerich, «The computer versus Kepler», *American Scientist*, vol. 52, páginas 218-226 (1964). Los problemas numéricos relacionados con el cálculo de la órbita de Marte se abordan por métodos modernos con resultados sorprendentes.

Johannes Kepler, resumido de *Armonías del mundo*, libro V, traducido por Hurd & Kipling, *The Origins and Growth of Physical Science*, vol. 1, págs. 122-134.

Project Physics Reader, New York: Holt, Rinehart & Winston, 1970, vol. 2. Selecciones de Kepler y artículos de Cohen y Holton.

C. Wilson, «How did Kepler discover his first two laws», *Scientific American*, volumen 226, nº3, págs. 92-106 (marzo de 1972).

Fuentes, interpretaciones y trabajos de referencia

E. J. Aiton, «Kepler's second law of planetary motion», *Isis*, vol. 60, págs. 75-90 (1969).

R. H. Baker, *Astronomy*, New York: D. Van Nostrand, 1930, y ediciones posteriores. Introducción excelente.

A. Berry, *A Short History of Astronomy*, capítulo VII.

J. L. E. Dreyer, *A History of Astronomy*, capítulos XV y XVI.

N. R. Hanson, «The Copernican disturbance and the Keplerian revolution», *Journal of the History of Ideas*, vol. 22, págs, 169-184 (1961).

G. Holton, «Johannes Kepler's universe: its physics and metaphysics», *American Journal of Physics*, vol. 24, págs. 340-351 (1956), reimpreso en *Toward Modern Science* (editor R. M. Palter); vol. II.

Johannes Kepler, *Epitome of Copernican Astronomy*, partes IV y V; *The Harmonies of the World*, parte V, traducido por C. G. Wallis, en *Great Books of the Western World* (editor R. H. Hutchins), Chicago: Encyclopedia Britannica, 1939, 1952, vol. 16.

Johannes Kepler, *Somnium, Sive Astronomia Lunaris*, traducido con el título *Kepler's Dream* por P. F. Kirkwood, Berkeley: University of California Press, 1965. Probablemente es la primera novela de ciencia-ficción.

S. Nakayama, «On the alleged independent discovery of Kepler's third law by Asada Goryu», *Japanese Studies in History of Science*, n.º 7. págs. 55-59 (1968).

R. Small, *An Account of the Astronomical Discoveries of Kepler*, Madison, Wisconsin: University of Wisconsin Press, 1963 (reimpresión de la edición de 1804).

Capítulo 5

Galileo y la nueva astronomía

«Hay más cosas en el cielo y en la tierra, Horacio, de las que se sueñan en tu filosofía...»

(*Hamlet*, acto I)

Uno de los pocos amigos y compañeros científicos con el que Kepler tuvo correspondencia e intercambio de noticias de los últimos descubrimientos fue Galileo Galilei (1564-1642). Aunque la contribución científica del italiano a la teoría del movimiento planetario no fuese, desde el punto de vista cuantitativo, tan buena como la de su amigo de más allá de los Alpes, sin embargo Galileo es una figura clave en el campo de la Astronomía. En cierto sentido, Kepler y Galileo se complementaron uno a otro al preparar al mundo para una aceptación completa del punto de vista heliocéntrico: el uno, estableciendo los fundamentos científicos con su trabajo astronómico; el otro, combatiendo las objeciones dogmáticas y ayudando, con sus trabajos sobre Mecánica, a derrocar toda la estructura de la física escolástica en la que se apoyaba la antigua cosmología.

Fue Galileo, más que ningún otro hombre, quien desafió la fertilidad de la antigua interpretación de la experiencia y enfocó la atención de las ciencias físicas en los conceptos productivos —tiempo y distancia, velocidad y aceleración, fuerza y materia— y no en las cualidades o esencias, últimas causas o armonías que fueron todavía la motivación de un Copérnico y, a veces, el éxtasis de un Kepler. La insistencia de Galileo, tan claramente expresada en su trabajo acerca de los cuerpos en caída libre (capítulo 7), del ajuste de los conceptos y conclusiones a hechos observables, de expresar sus resultados en el lenguaje conciso de las matemáticas, se aceptan actualmente como logros fundamentales que refuerzan las mismas características que surgen del trabajo de Kepler.

Pero quizá la mayor diferencia entre el trabajo de Galileo y el de sus contemporáneos escolásticos fue su orientación, su punto de vista, la clase de interrogantes que él consideraba importantes. Para la mayoría de sus oponentes, los problemas de Galileo no eran suficientemente generales, puesto que excluía los problemas de

la filosofía ortodoxa. Su método para descubrir la verdad les parecía fantástico, sus conclusiones, absurdas, orgullosas, a menudo impías. Hay un extraordinario paralelismo entre estas objeciones al punto de vista de Galileo y las infamantes y aun violentas burlas inicialmente acumuladas sobre los descubridores de las nuevas formas de ver el mundo en las artes; como le sucedió, por ejemplo, al pintor francés Eduardo Manet y los primeros impresionistas al final del siglo XIX.

5.1 La vida de Galileo

Galileo Galilei, uno de nuestros principales símbolos de la gran lucha de la que surgió la ciencia moderna, nació en Pisa (Italia) en 1564, el año del nacimiento de Shakespeare y la muerte de Miguel Ángel. Su padre fue un pobre, pero noble, florentino, de quien adquirió un interés activo y competente por la poesía, la música y los estudios clásicos. El ingenio mecánico de Galileo comenzó a despertarse muy pronto cuando, siendo estudiante de medicina en la universidad de Pisa, inventó un dispositivo simple de tipo pendular para la medida precisa del número de pulsaciones por unidad de tiempo. Parece ser que ya en aquellos tiempos se destacaba por su desafío constante a las opiniones autoritarias de sus mayores.

De la medicina se pasó a las ciencias físicas atraído por la lectura de Euclides y Arquímedes, y pronto fue conocido por sus recursos poco usuales. Aunque se había retirado de la universidad de Pisa sin llegar a graduarse, pronto adquirió tal reputación que fue nombrado profesor de Matemáticas en dicha universidad a la edad de 26 años. Sus rasgos característicos nos muestran una independencia de espíritu y una inteligencia inquisitiva y rápida no suavizada por el tacto o la paciencia. Protestó contra el vestir tradicional de la Facultad, haciendo circular una sátira poética: «Contra el uso de la toga». Atacó los puntos de vista de sus colegas, que casi todos fueron, naturalmente, aristotelianos dogmáticos y que, como a menudo sucede con los discípulos, eran rabiosos defensores de las interpretaciones, con frecuencia erróneas, que hacían de los trabajos del maestro.

Fue alrededor de 1590, mientras Galileo estaba en Pisa, cuando realizó un experimento público sobre las velocidades de pesos desiguales dejados caer desde el famoso Campanile de Pisa, aunque lo más probable es que la historia sea una leyenda. Como la anécdota es tan ampliamente conocida y popularmente se admite como un experimento crucial en la historia de la física, vale la pena analizar una fuente de la historia cuales son las notas biográficas de uno de sus últimos y más íntimos alumnos: Vincenzo Viviani, una historia cuya exactitud se ha puesto a veces en duda.

«Como a él (Galileo) le pareciese que un conocimiento real de la naturaleza del movimiento era necesario para la investigación de los efectos naturales, se abandonó completamente a la contemplación del mismo (movimiento): y, entonces, con gran confusión de todos los filósofos, demostró, mediante experimentos y sólidas

pruebas y disertaciones, la falsedad de muchas conclusiones de Aristóteles sobre la naturaleza del movimiento que hasta entonces se consideraban claras e indudables; entre otras, que la velocidad de los cuerpos móviles de igual composición, pero de distinto peso, que se mueven a través del mismo medio, no depende de la proporción de sus pesos, como decía Aristóteles, sino que todos ellos se mueven con igual velocidad, cosa que demostró mediante repetidos experimentos realizados desde lo alto del Campanile de Pisa en presencia de todos, profesores, filósofos y alumnos.»

Debe observarse que se están comparando las velocidades de cuerpos de *igual composición*. Aparentemente, en 1590, Galileo creía que los cuerpos de igual *densidad* caían con la misma velocidad, pero que la velocidad de caída podía, aún, depender de la diferencia de densidad entre el objeto y el medio a través del cual caía. Los escritos de Galileo sobre mecánica durante este período indican que aún no había desarrollado la teoría presentada en su trabajo definitivo publicado en 1638, según el cual todos los cuerpos, cualquiera que fuese su composición, deben caer en el vacío con igual velocidad.** Así, la interpretación de Galileo del famoso experimento de la Torre inclinada de Pisa, si es que fue realizado en aquel tiempo, no hubiera sido la misma que la más moderna.

En 1591 murió el padre de Galileo dejando una numerosa familia que sostener. El salario de Galileo en Pisa era inadecuado y, además, su nombramiento, probablemente, no sería renovado al expirar su contrato de tres años, dado el gran número de enemigos que tenía por sus furibundos ataques a los partidarios de Aristóteles. Afortunadamente consiguió un contrato en Padua, donde pasó dieciocho años en un ambiente más cordial y con mejor salario. Marina Gamba le dio tres hijos, pero se separaron en 1610 cuando Galileo volvió a Florencia, en su nativa Toscana.

En Padua, Galileo había iniciado sus trabajos sobre astronomía. La primera evidencia de que había aceptado el sistema de Copérnico se encuentra en dos cartas escritas en 1597, una de ellas a Kepler en respuesta al libro de este último, *Mysterium Cosmographicum*, de 1596. Galileo decía a Kepler que él había sido partidario de Copérnico durante varios años y que había encontrado varios argumentos físicos en favor del movimiento de la Tierra. (Probablemente estos argumentos se basaban en la periodicidad de las mareas de los océanos.) Pero Galileo prestó poca atención a los detalles del trabajo de Kepler sobre las órbitas planetarias; él nunca adoptó la elipse de Kepler en lugar del círculo tradicional.

En 1609, Galileo supo que alguien en Holanda había descubierto cómo aumentar la apariencia de objetos distantes mediante dos lentes acopladas. Basado en este informe, Galileo construyó su propio «telescopio» y apuntó hacia el cielo obteniendo los resultados que describimos en la sección siguiente. Hizo también una

---

** Véase *Galileo Galilei on Motion and on Mechanics*, traducido por I. E. Drabkin y S. Drake (University of Wisconsin Press, 1960), págs. 6-7; E. A. Moody, *Galileo and Avempace: The Dynamics of the Leaning Tower Experiment*, «Journal of the History of Ideas», vol. 12, págs. 163, 375 (1951).

demostración a los dirigentes de la república de Venecia, mostrando cómo podía detectar la presencia de buques que se aproximaban a la ciudad mucho antes de que fueran visibles a simple vista. Se impresionaron tanto que concedieron a Galileo un contrato perpetuo como profesor y un considerable incremento a su salario.

Sin embargo, Galileo no estaba satisfecho con su posición. Dedicó su libro *Mensajero celestial* (una historia de sus primeros descubrimientos con el telescopio) a Cosme de Médicis, Gran Duque de Toscana e, incluso, llamó a los nuevos satélites descubiertos de Júpiter las «estrellas Mediceas». La razón era obvia: esperaba halagar al duque para que le diera trabajo, o más bien, para que apoyara financieramente sus investigaciones sin otras obligaciones que consumieran su tiempo. Así, explicaba sus razones para abandonar la posición que justamente se le había dado en Padua, en la república de Venecia:

«Es imposible obtener ayudas de una república, por espléndida y generosa que sea, sin quedarle obligado por ello. Ya que para obtener algo del Estado, se debe satisfacer al Estado y no a cualquier otro individuo; y en tanto yo sea capaz de instruir y de servir, nadie en la república puede dispensarme del deber mientras yo reciba un salario. En resumen, yo espero percibir estos beneficios sólo de un gobernante absoluto».*

Sin embargo, cuando Galileo dejó la república de Venecia para aceptar la protección del caudillo autoritario de Florencia, se hizo mucho más vulnerable a los ataques de sus futuros enemigos de la Iglesia. Venecia (así lo dicen los historiadores) nunca hubiera entregado a Galileo a la Inquisición.

Vuelto a su país nativo (Toscana) en 1610, por un generoso ofrecimiento del Gran Duque, Galileo se convirtió en Matemático y Filósofo de la Corte (título que eligió él mismo). Desde entonces hasta su muerte, ocurrida en 1642, cuando tenía 78 años, la vida de Galileo fue una continua producción de excelentes trabajos, dedicada a la investigación, enseñanza y escritos, pese a sus frecuentes enfermedades y dificultades familiares y monetarias y a la implacable y trágica lucha de sus enemigos que se describe en este capítulo.

5.2 Evidencias telescópicas del sistema de Copérnico

En 1610 Galileo publicó un pequeño libro titulado *Sidereus Nuncius*, que podría traducirse por *Mensajero celestial*.** En él anuncia los descubrimientos que había hecho con su telescopio:

1) El planeta Júpiter tiene cuatro planetas más pequeños que giran a su alrededor. Más tarde fueron llamados *satélites* por Kepler y otros astrónomos, y hoy

---

* *Discoveries and Opinions of Galileo*, traducido por S. Drake, pág. 65.

** Una traducción inglesa de este fascinante trabajo puede encontrarse en el libro de Stillman Drake, *Discoveries and Opinions of Galileo*; las páginas de referencia son de esta traducción.

se sabe que Júpiter tiene, por lo menos, doce de ellos. Sin embargo, la existencia de uno solo de tales satélites era un golpe a las ideas tradicionales por dos razones: En primer lugar, muchos filósofos estaban plenamente convencidos de que *existían*, exactamente, *siete* cuerpos celestes (no contando las estrellas); por tanto, el descubrimiento de uno más era una imposibilidad metafísica.* En segundo lugar, mientras todos los restantes objetos celestes *parecían* girar alrededor de la Tierra con un movimiento que sólo podía explicarse o entenderse por teorías bastante sofisticadas, los satélites de Júpiter, lenta, pero claramente, giraban alrededor de Júpiter; por tanto, la Tierra no era el centro de rotación de *todos* los cuerpos del Universo.

2) Según las observaciones telescópicas: «La superficie de la Luna no era lisa, uniforme y precisamente esférica como creían un gran número de filósofos (así opinaban de otros cuerpos celestes), sino desigual, rugosa y llena de cavidades y prominencias, lo mismo que la superficie de la Tierra, recorrida por cadenas de montañas y valles profundos» (pág. 31). «Algunas de las montañas tienen seis kilómetros de altura» (pág. 41). Galileo alude aquí al hecho de que la misma serie de doctrinas que defendieron el sistema geocéntrico como el único posible, también requerían que los objetos celestes fuesen «perfectos» —esféricos y sin manchas—; sin embargo, él podía ver no sólo montañas en la Luna, sino también manchas en el Sol.

3) Las estrellas fijas no parecen mucho mayores cuando se observan a través de un telescopio; de hecho, casi todas ellas son, justamente, puntos luminosos. Galileo llegó a la conclusión de que su tamaño aparente, visto por el ojo desnudo, debe ser confusamente grande. Podemos imaginarlas increíblemente alejadas sin necesidad de atribuirles un tamaño inmenso, y así, de momento, dejó aparte el engorroso problema de la ausencia de paralaje (véase secciones 1.5 y 2.4).

4) La Vía Láctea, que aparece como una región continua de luz al ojo desnudo, se descompone mediante el telescopio en muchas estrellas individuales. Ciertamente, cientos, si no miles de estrellas, que no son perceptibles a simple vista pue-

* El astrónomo florentino Francesco Sizzi afirmaba en 1611 que no podían existir satélites alrededor de Júpiter por las siguientes razones: «Hay siete ventanas en la cabeza: dos fosas nasales, dos ojos, dos oídos y una boca; así, en los cielos existen dos estrellas favorables, dos no propicias, dos luminarias y, Mercurio, solo, indeciso e indiferente. De éste y muchos otros simples fenómenos de la Naturaleza, tales como los siete metales, etc., que sería tedioso enumerar, llegamos a la conclusión de que el número de planetas es, necesariamente, siete... Además, los judíos y otras antiguas naciones, así como las europeas modernas, han adoptado la división de la semana en siete días y las han denominado según los siete planetas; si incrementamos este número todo el sistema falla... Asimismo los satélites son invisibles a simple vista y, por tanto, no pueden tener influencia sobre la Tierra, son inútiles y, en consecuencia, no existen.»

den verse con el telescopio. Tales hechos no podrían fácilmente explicarse por aquellos que creen que el Universo se había creado exclusivamente en beneficio del hombre. ¿Para qué Dios pondría cosas invisibles en el cielo?

Muchos de los contemporáneos de Galileo rehusaron aceptar la validez científica de sus descubrimientos telescópicos. Después de todo se sabía que con las lentes se podían realizar toda clase de trucos visuales. El único científico que públicamente apoyaba a Galileo en su tiempo fue Kepler, quien escribió un folleto titulado ***Conversación con el Mensajero celestial***, apuntando que los nuevos descubrimientos eran compatibles con sus propias teorías. Habiendo ganado el apoyo del primer astrónomo de Europa, Galileo no podía ser ignorado; sin embargo, ni Galileo y Kepler juntos podían convertir, inmediatamente, al resto del mundo.

Un año después de sus descubrimientos, Galileo escribía a Kepler: «Tú eres el primero, quizá el único, que después de una paciente investigación, has dado crédito completo a mis afirmaciones... ¿Qué dirías de los filósofos más importantes a quienes me he ofrecido miles de veces, por propia voluntad, para enseñarles mis estudios, y que, con la perezosa obstinación de una serpiente después de comer, nunca han consentido en mirar los planetas, o la Luna, o el telescopio?».

Con su característico entusiasmo, Galileo pensaba que, a través de sus descubrimientos telescópicos, todo el mundo vería, como *con sus propios ojos*, el absurdo de las objeciones hechas al sistema de Copérnico. Pero los hombres creen solamente lo que están dispuestos a creer. Los escolásticos, en lucha con los nuevos partidarios de Copérnico, estaban convencidos de hallarse adheridos con seguridad a los hechos, de que la teoría heliocéntrica era evidentemente falsa y estaba en contradicción tanto con las observaciones de los sentidos como con el sentido común, por no hablar de las herejías teológicas implícitas desde el punto de vista heliocéntrico. Habían hecho de la ciencia escolástica el instrumento exclusivo para explicar los hechos, del mismo modo que hoy día mucha gente supedita su comprensión de los fenómenos físicos a la posibilidad de explicarlos en términos de simples modelos mecánicos que cumplan las leyes de Newton. Pero en las raíces de la oposición trágica de los escolásticos estaba, en parte, el hecho de que una aceptación de la teoría de Copérnico como teoría *posible* tendría que ir precedida de un análisis crítico profundo de sus creencias personales. Les había exigido algo casi humanamente imposible: desechar sus ideas consideradas como de sentido común, buscar nuevas bases a sus viejas doctrinas morales y teológicas y volver a aprender su ciencia (que, desde luego, era lo que el propio Galileo hizo de manera asombrosa y que es por lo que le llamamos genio, aun cuando sus contemporáneos le llamaron loco y cosas peores). Satisfechos con su sistema, los escolásticos no podían, desde luego, saber que la historia pronto probaría que su punto de vista era mucho menos eficaz en la investigación del hombre para entender la Naturaleza.

Problema 5.1 Explicar cuidadosamente las implicaciones del descubrimiento de Galileo de que las estrellas no aparecen mayores cuando se observan a través de un telescopio.

Problema 5.2 Otro de los descubrimientos telescópicos de Galileo fue que el planeta Venus a veces parecía estar completamente iluminado por el Sol y, otras, nada; es decir, tenía fases como la Luna. Con referencia a las respuestas dadas al problema 3.4, explicar el significado de este descubrimiento. ¿Cómo explicaríamos el hecho de que Venus, visto por el ojo desnudo, muestra un cambio de brillo tan pequeño durante todo el año?

5.3 En busca de unas bases físicas del sistema heliocéntrico

Durante las dos décadas siguientes, Galileo desarrolló ampliamente sus argumentos en favor del sistema de Copérnico y los presentó al final en su gran obra *Diálogo sobre los dos grandes sistemas del mundo*, publicada en 1632. En él destacaba los argumentos racionales que le parecían concluyentes, aparte de la evidencia de observación del tipo presentado en el *Mensajero celestial*. Las observaciones solas —dice Galileo— no deciden univocamente entre una hipótesis heliocéntrica y otra geocéntrica, «pues de una y otra hipótesis resultarían los mismos fenómenos». Esto estaría muy próximo al punto de vista actual, pero si tuviéramos que elegir entre ambas basándonos en su utilidad sin considerar una como verdadera y la otra como falsa, Galileo pensaba, comprensiblemente, que el movimiento de la Tierra era «real», justamente *porque* parece más razonable y simplifica la imagen. Aduce entonces varios argumentos que siguen en gran manera la línea de Copérnico:

«Cuando consideramos la inmensa magnitud de la esfera estelar comparada con la pequeñez del globo terrestre, y la velocidad de movimientos que debería tener lugar en un día y una noche para realizar una vuelta completa, no puedo concebir que alguien crea más razonable y digno de crédito que la esfera celeste sea la que gire, mientras el globo permanece fijo.»

Como un segundo punto, Galileo recuerda a sus lectores que en el modelo geocéntrico es necesario adscribir a los planetas un movimiento de sentido opuesto al de la esfera celeste (¿por qué?), una suposición irrazonable o, al menos, no armónica ni estética. En tercer lugar, los cuatro satélites de Júpiter le habían demostrado que también en ese caso existía la regla de que cuanto mayor es la órbita del cuerpo en rotación mayor es el periodo de revolución (cualitativamente, tercera ley de Kepler). Esto había sido apuntado mucho antes por Copérnico para el caso de

los propios planetas y supuesto cierto, incluso, en el sistema de Ptolomeo, pero con esta falta de armonía: en el sistema de Ptolomeo los períodos característicos de revolución alrededor de la Tierra crecen desde el más corto ($27\frac{1}{3}$ días) para la Luna hasta el mayor período entonces conocido, treinta años, para Saturno, y luego cae bruscamente a veinticuatro horas para la esfera celeste. En cambio, en el sistema heliocéntrico, dice Galileo: «...puede observarse un orden perfecto en los periodos; desde la esfera más lenta, que es la de Saturno, pasamos a las estrellas fijas totalmente inmóviles. Con esto salvamos una cuarta dificultad... me refiero a la gran irregularidad existente entre los movimientos de estas estrellas (en la hipótesis de Ptolomeo), algunas de las cuales tendrían que girar con enorme rapidez a lo largo de círculos inmensos, mientras otras lo harían muy lentamente en círculos pequeños, ya que algunas se hallan a distancias mayores del polo y otras a distancias menores».

En quinto lugar, debido a la inclinación ligeramente variable del eje de la Tierra, las trayectorias aparentes de las estrellas en la esfera celeste cambian lentamente a lo largo de los siglos;* esta observación hace improbable o, al menos, poco razonable, la teoría geocéntrica que está basada sobre el carácter de inmutabilidad, ideal y eterna, de los cuerpos celestes. Además, Galileo encontraba imposible concebir en qué forma las estrellas podían estar fijas en la esfera celeste con posibilidad de rápida rotación e, incluso, movimientos en grupo (véase último punto) manteniendo tan perfectamente sus distancias relativas. «Me parece mucho más fácil y conveniente que permanezcan inmóviles que errantes» y adscribir los movimientos aparentes de un «pequeño cuerpo insignificante en comparación con todo el Universo», la propia Tierra.

Por último, Galileo apunta: «Yo no podría explicar por qué la Tierra, un cuerpo libremente equilibrado respecto a su centro (en el esquema geocéntrico) y rodeado por todas partes por un medio fluido (postulado, entonces, para proporcionar medios para comunicar la fuerza y potencia necesarias para mantener los movimientos celestes) no viene afectada por la rotación universal».

En el texto, el oponente hipotético de Galileo responde de este modo:

«Parece que basas todos tus argumentos en la mayor simplicidad y facilidad con la que se producen dichos efectos. Significas que, como causa (del movimiento observado de planetas y estrellas), el movimiento de la Tierra sola es tan satisfactorio como el de todo el resto del Universo, con excepción de la Tierra; tú sostienes que el suceso real es mucho más fácil en el primer caso que en el segundo.»

Estas observaciones parecen acusadoras o burlonas, aunque en la moderna terminología, diríamos: «Tú eres un relativista que desea arrojar a la calle por conve-

* Se refiere a la precesión de los equinoccios mencionada en las seccs. 1.2 y 2.2.

niencia todas las implicaciones sagradas de nuestra hipótesis geocéntrica». Y, en efecto, el oponente ficticio despacha todos los argumentos de Galileo con este contra-argumento bien característico:

«Para el Hacedor del Universo, sin embargo, cuyo poder es infinito, tan fácil es mover el Universo como la Tierra, o una paja.»

Analicemos cuidadosamente esta parte de la réplica concluyente y de sabor moderno de Galileo (incidentalmente observar las astutas frases finales):

«Lo que yo digo... no se refiere a Aquél que causa el movimiento, sino a aquello que se mueve...» Si consideramos los cuerpos móviles, debemos, incuestionablemente, considerar el movimiento de la Tierra como un ***proceso mucho más simple*** que el del Universo. Si, además, dirigimos nuestra atención a ***tantas otras simplificaciones*** que sólo pueden alcanzarse con la teoría heliocéntrica, los movimientos diarios de la Tierra deben aparecer mucho más probables que el movimiento del Universo, excepto la Tierra; ya que, de acuerdo con el axioma de Aristóteles, «es vano emplear muchos medios cuando unos pocos son suficientes».

Pero independientemente de lo simple que es suponer que la Tierra se mueve, Galileo reconocía que el sentido común debe rebelarse ante esa idea, ya que no observamos con nuestros propios ojos los fenómenos que podríamos esperar se produjeran si la Tierra galopase a través del espacio a 1600 km/h. Salviati, el portavoz de Galileo en los ***Diálogos***, recuerda tal argumento:

«...Aristóteles dice que la prueba más cierta de que la Tierra está en reposo es que las cosas proyectadas perpendicularmente hacia arriba se ven caer según la misma línea al mismo lugar de donde fueron lanzadas, aunque el movimiento llegue a alcanzar gran altura. Esto, arguye, no ocurriría si la Tierra se moviese, pues en el tiempo durante el cual el proyectil se mueve hacia arriba y luego hacia abajo, se separa de la Tierra y el lugar desde el cual el proyectil comenzó su movimiento se habría desplazado, ampliamente, hacia el Este en virtud de la rotación de la Tierra; por ello el proyectil, al caer, chocaría contra la Tierra a una distancia alejada del lugar en cuestión.»

Salviati ataca después el razonamiento de Aristóteles de manera indirecta reconstruyendo la descripción que daría Aristóteles del movimiento de una piedra dejada caer desde una torre suponiendo que la Tierra se moviera. Para explicar la observación de que la piedra cae a lo largo de la arista de la torre, Aristóteles tendría que componer este movimiento que la sacaría de su caída natural hacia el centro de la Tierra con un movimiento circular alrededor del centro; Aristóteles protesta-

ría diciendo que tal combinación de dos movimientos naturales diferentes en el mismo objeto era imposible.

Simplicio, otro personaje de los ***Diálogos*** que representa la posición aristotélica,* arguye que la imposibilidad de tal movimiento viene confirmada por el comportamiento de una piedra dejada caer desde el mástil de un buque en movimiento:

«... la cual cae al pie del mástil cuando el buque está en reposo, pero lejos de este punto cuando el buque navega, ya que éste ha avanzado durante el tiempo de caída hasta varias yardas si su curso es rápido.»

Salviati y Sagredo (que hace el papel de «observador neutro») ayudan a Simplicio a reconstruir el argumento de Aristóteles, mostrando que cuando una roca cae desde una torre a tierra, puede concebirse que comparte el movimiento «natural» circular de la torre si la Tierra gira y, en cambio, la piedra dejada caer desde el barco no lo comparte, ya que el movimiento del barco no es natural. La supuesta caída más allá del lugar del lanzamiento en el último caso es, por tanto, una prueba crucial de la inmovilidad de la Tierra.

Como era de esperar, Galileo vuelve al ensayo experimental y retrata la confianza crédula de su oponente en la autoridad:

«*Salviati:* ...Ahora bien, ¿has hecho alguna vez este experimento del barco?

«*Simplicio:* Yo nunca, pero creo ciertamente que las autoridades que lo afirman lo han observado cuidadosamente. Además, la causa de la diferencia es tan exactamente conocida, que no hay lugar a duda alguna.

«*Salviati:* Tú mismo tienes evidencia suficiente de que aquellas autoridades pueden afirmarlo sin ninguna experiencia, ya que lo aseguras sin haberlo realizado y te sometes a la buena fe de su dictado. De igual modo no sólo puede suceder sino que debe suceder que ellos hicieran lo mismo, es decir, tuvieran fe en sus predecesores sin que nunca hubiera alguien que realizara la experiencia. Pues si alguno lo hace, encontrará que el experimento es exactamente opuesto a lo que está escrito; es decir, mostrará que la piedra cae en el mismo lugar del barco, independientemente de que esté en reposo o moviéndose a cualquier velocidad. Por tanto, la misma causa se aplicará a la Tierra como al barco y nada puede inferirse sobre el estado de reposo o de movimiento de la Tierra a partir de la piedra que cae siempre perpendicularmente al pie de la torre.

---

* La sospecha de que el nombre de Simplico se usa porque significa «simplón» viene, en parte, aliviada por el hecho de que existió un comentador medieval aristotélico llamado Simplicio, cuyos escritos fueron bien conocidos en tiempos de Galileo.

«*Simplicio:* Si tú me hubieras referido otro argumento distinto al experimento, creo que nuestra disputa no hubiera llegado al fin, pues esto me resulta tan apartado de la razón humana, que no hay lugar en ella para su credibilidad o probabilidad.»

Pero, de pronto, Simplicio se da cuenta de que Salviati ¡tampoco ha realizado el experimento!

«*Simplicio:* ¿De modo que tú no has realizado un centenar de experimentos, ni siquiera uno? Y, sin embargo, ¿declaras, libremente, que es cierto? Yo retendré mi incredulidad y mi propia confianza de que el experimento se ha realizado por los autores más importantes que hacen uso del mismo y que demuestra lo que ellos dicen.

«*Salviati:* Sin experimento alguno, estoy seguro de que el efecto tiene lugar como te digo, pues no puede ser de otro modo; y puedo añadirte que tú también lo crees así, aunque pretendas no conocerlo, o dar esa impresión. Pero yo estoy acostumbrado a reconocer el cerebro de las personas y te haré confesar a pesar de todo.»

¿Hemos llegado así al punto crucial que divide la ciencia antigua escolástica, prolija, cualitativa, apriorística y aristotélica, de la ciencia inductiva, experimental, moderna, sólo para encontrar que la transición de la dinámica de Aristóteles a la de Newton se efectúa por métodos del diálogo socrático sin ***hacer***, realmente, ningún experimento? ¿Se prohibirían los ***Diálogos*** de Galileo por su herejía contra lo que incluso hoy en día se piensa tan comúnmente que es el «método científico»?

La prueba de Galileo de que la piedra caería al pie del mástil de un buque en movimiento introduce lo que ahora llamaríamos ***ley de la inercia o primera ley del movimiento de Newton***. Dicha prueba está basada en lo que un físico moderno llamaría un ***Gedankenexperiment*** (experimento mental), artificio utilizado por Albert Einstein y otros para discutir problemas fundamentales. Más que realizar un experimento real o un razonamiento silogístico a partir de principios generales (en la forma aristotélica), Galileo nos pide que consideremos lo que ocurriría en ciertas situaciones específicas, y después demuestra que la conclusión de su oponente no puede ser cierta porque conduce a afirmaciones contradictorias o bien que la conclusión que persigue Galileo es inherente a —y consecuencia necesaria de— firmes convicciones acerca de aquellas situaciones, convicciones que habíamos formado basándonos en ideas ya comprobadas (p. e., por la experiencia cotidiana).

«*Salviati:* ...Si tuvieses una superficie plana de una sustancia tan dura como el acero y tan lisa y pulimentada como un espejo, que no fuese horizontal, sino algo inclinada, y colocases sobre ella una bola de bronce perfectamente esférica, ¿qué piensas que pasaría cuando la soltases?»

Simplicio acepta que la bola rodaría por el plano espontáneamente acelerando continuamente; para mantenerla en reposo haría falta una fuerza; y si anulásemos toda resistencia del aire u otros obstáculos, seguiría moviéndose, indefinidamente, «hasta donde se extendiera la pendiente».

La sugerencia del movimiento hasta el infinito en el vacío había comenzado a insinuarse, pero sin levantar las sospechas aristotélicas de Simplicio.

Ahora Salviati pregunta si la bola también rodaría hacia arriba por el plano inclinado y, naturalmente, Simplicio contesta que esto sólo podría ocurrir si se le aplicase una fuerza; además: «El movimiento sería constantemente retardado y contrario a la Naturaleza». Él también está de acuerdo (según la física de Aristóteles) en que cuanto mayor sea la pendiente, mayor es la velocidad de caída.

«*Salviati:* Entonces, dime: ¿qué le sucedería a este mismo cuerpo sobre una superficie que no tuviese inclinación hacia arriba ni hacia abajo?»

En este caso —dice Simplicio—, el cuerpo no se movería en absoluto, si en principio estuviera en reposo en el plano; pero si se le diera un impulso inicial en una dirección particular, no habría razón alguna para acelerar o retardar su movimiento.

«*Salviati:* Bien, si no hay causa de retardo, menos la habrá para detenerlo; por tanto, ¿qué distancia recorrerá el cuerpo en movimiento?

«*Simplicio:* Pues tanta como la superficie no inclinada ni ascendente.

«*Salviati:* Por tanto, si este espacio fuese indefinido, el movimiento sobre él no tendría fin, esto es, sería perpetuo.

«*Simplicio:* Yo creo que sí... »

Así, partiendo del postulado aristotélico de que siempre se necesita una fuerza para mantener un movimiento no natural, Simplicio había sido forzado a conceder ¡que un movimiento que no es natural puede, sin embargo, continuar indefinidamente sin una fuerza! En otras palabras: Galileo había encontrado una grieta en la estructura, aparentemente inexpugnable, de la física de Aristóteles, aunque no una grieta muy grande. Galileo se concentró en la cuestión del límite entre los movimientos naturales hacia abajo y los movimientos no naturales hacia arriba. Sin embargo, este punto resultó ser una sima bastante grande para que Galileo penetrase en ella llevando consigo la piedra dejada caer desde el mástil del buque, la Tierra que se mueve y, de hecho, los fundamentos de la física moderna.

Continuando la discusión, Galileo parece abandonar su plano horizontal infinito —que sabemos no existe en ninguna parte de la Naturaleza— y vuelve al movimiento local sobre la superficie de la Tierra. Tal movimiento es, en este contexto, equivalente al movimiento sobre el plano horizontal infinito, ya que el movimiento

sobre la Tierra perfectamente esférica no es hacia arriba ni hacia abajo. Por tanto -arguye-, la piedra debe continuar moviéndose con el buque, aunque físicamente ya no esté conectada con él y, por consiguiente, caerá directamente al pie del mástil, independientemente de que el buque se mueva o no.

Galileo completó así el argumento original sobre la piedra que cae desde el mástil de un buque en movimiento, refutando así la mayor objeción de Aristóteles a la rotación de la Tierra; había demostrado que ninguna conclusión, respecto al movimiento de la Tierra, podía deducirse directamente de las observaciones de los cuerpos que caen.* Crucial para esta prueba es su principio de la inercia, el cual establece, de nuevo, en su último libro ***Dos nuevas ciencias*** (1638):

«Además, debemos notar que cualquier velocidad, una vez impartida a un cuerpo móvil, se mantendrá rígidamente siempre que se eliminen las causas externas de aceleración o retardo, condición que se encuentra sólo en los planos horizontales; pues en el caso de planos con pendiente hacia abajo existe ya una causa de aceleración, mientras que en los planos con pendiente hacia arriba hay retardo; de aquí resulta que el movimiento a lo largo de un plano horizontal es perpetuo; pues, si la velocidad es uniforme, no puede disminuirse o amortiguarse y, mucho menos, destruirse.»**

Siendo la ley de inercia una piedra angular en la teoría de Newton del movimiento planetario, cabe preguntarse por qué el propio Galileo la aplicó sólo al movimiento local sobre la superficie de la Tierra y no al movimiento de ésta y los planetas alrededor del Sol. Quizás él lo habría hecho así, pero antes de escribir su libro ***Dos nuevas ciencias***, había jurado solemnemente no hablar de estas materias.

Problema 5.3 El experimento descrito por Galileo de dejar caer un objeto desde el mástil de un buque en movimiento fue realizado por vez primera en 1641 (por el filósofo francés Gassendi). Dentro del error de observación el objeto cayó directamente al pie del mástil, igual que si el buque no se moviera. Aparte de los argu-

* En realidad él habría probado algo de más. Estrictamente hablando, *no* es cierto que una piedra dejada caer desde lo alto de una torre, por ejemplo, caiga justamente a su pie si la Tierra está girando. El mismo Galileo reconoció esto cuando más tarde, en *Diálogos*, discutió la caída a la Tierra de un objeto situado en la órbita lunar girando alrededor de la Tierra de manera que se mantenga a la misma altura hasta que caiga: «Y lejos de fallar en seguir el movimiento de la Tierra y caer necesariamente detrás de ella, lo haría delante, de tal modo que en su aproximación a la Tierra el movimiento rotatorio tendría que hacerse en círculos cada vez más pequeños; de este modo, si se conservara la misma velocidad que tenía en la órbita, el objeto debería moverse por delante del giro de la Tierra, como he dicho.» La cuestión se trata, de nuevo, en el problema 10.4 de este libro.

** *Dos nuevas ciencias,* traducido por H. Crew y A. de Salvio (1914), reimpreso por Dover, Publications, New York (1954), pág. 215.

mentos presentados por Galileo, ¿qué prueba este resultado en sí mismo respecto al movimiento de la Tierra?

5.4 Ciencia y libertad

La tragedia que se desencadenó contra Galileo viene descrita en muchos textos y es imposible enjuiciar toda la historia sin conocer los detalles. Brevemente, la Inquisición le advirtió en 1616 que dejara de enseñar la teoría de Copérnico, pues se consideraba «contraria a las Sagradas Escrituras». Al mismo tiempo, el libro de Copérnico fue incluido en el ***Index Expurgatorius*** y fue suspendido «hasta que fuera corregido». Sin embargo, Galileo no podía suprimir lo que él profundamente creía era la verdad. Mientras Copérnico había invocado todavía la doctrina de Aristóteles para hacer plausible su teoría, Galileo, en su nuevo punto de vista, urgía la aceptación del sistema heliocéntrico por sus propias características de simplicidad y utilidad, aparte de cuestiones como la fe y la salvación. Ésta fue la gran ruptura.

En 1623, el cardenal Barberini, en otros tiempos amigo suyo, fue elevado al trono pontificio y Galileo consideró que ello le daba seguridad suficiente para escribir, de nuevo, sobre el tema en controversia. En 1632, después de hacer algunos cambios requeridos, Galileo obtuvo el permiso necesario del inquisidor para publicar el trabajo ***Diálogos sobre los dos grandes sistemas del mundo*** (del cual fueron extraídos los argumentos previos sobre la teoría de Copérnico), en donde exponía, del modo más persuasivo, el punto de vista de éste en una discusión ligeramente disfrazada sobre los méritos relativos de los sistemas de Ptolomeo y Copérnico. Posteriormente a la publicación, se dieron cuenta de que había intentado soslayar la advertencia de 1616. Además, el comportamiento brusco y sin tacto de Galileo, y el deseo de la Inquisición de demostrar su poder sobre la herejía, se unieron para llevarle al castigo.

Entre los muchos factores de esta compleja historia, desempeña un papel importante la actitud religiosa de Galileo, muy devoto, pero que cayó en sospecha de la Inquisición. Sus cartas de 1613 y 1615 demostraban que la mente divina contiene todas las leyes naturales y que las ojeadas ocasionales de éstas que el investigador humano puede lograr laboriosamente constituyen pruebas y revelaciones directas de la Divinidad tan válidas y grandiosas como las que figuran en la Biblia. «Las Sagradas Escrituras y la Naturaleza proceden por igual de la Palabra Divina... Dios se nos manifiesta en las acciones de la Naturaleza no menos admirablemente que en el lenguaje de las Sagradas Escrituras». Estas opiniones —que incidentalmente sostienen muchos científicos actuales— pueden, no obstante, considerarse síntomas de panteísmo, una de las herejías por las cuales el contemporáneo de Galileo, Giordano Bruno, había sido quemado en el patíbulo en 1600. Galileo no ayudó a su

causa, pronunciando frases como su citación de las palabras del cardenal Baronius: «El Espíritu Santo intentó enseñarnos en la Biblia cómo ir al cielo, no cómo los cielos van».

Galileo, viejo y enfermo, fue llamado a Roma y confinado durante unos meses. De los expendientes parcialmente aún secretos sabemos que fue juzgado (en ausencia), amenazado con tortura, inducido a juramento de que renunciaba formalmente a la teoría de Copérnico y, finalmente, sentenciado a confinamiento perpetuo. Ninguno de sus amigos en Italia osó defender públicamente a Galileo. Su libro fue incluido en el *Índice* (donde permaneció junto al de Copérnico y otro de Kepler hasta 1835). En resumen —y éste el único punto de interés para nosotros—, Galileo constituye un ejemplo para todos los hombres de que la demanda de obediencia espiritual e ideológica lleva consigo la obediencia intelectual y que no hay ciencia libre donde no hay libertad de conciencia. Su famosa *Abjuración*, mandada leer desde los púlpitos en toda Italia y hecha pública como aviso, tiene un aspecto vergonzoso.*

Pero sin libertad la ciencia no puede florecer largo tiempo. Quizás no fue una coincidencia el hecho de que, después de Galileo, Italia, patria de hombres extraordinarios hasta entonces, produjo muy pocos físicos de talla en los siguientes doscientos años, mientras en cualquier parte de Europa surgían en gran número. Para los científicos de hoy esta famosa faceta de la historia de las teorías planetarias no es sólo un episodio del pasado. No pocos profesores y científicos de nuestro tiempo han tenido que enfrentarse con poderosos enemigos de la enseñanza libre y de la investigación de espíritu abierto y levantarse ante aquellos hombres que temían la fortaleza del intelectual sin doctrinar.

El mismo Platón conocía que un Estado autoritario es amenazado por los intelectuales no conformistas y pedía para ellos el tratamiento que ahora llamaríamos «reeducación», prisión o muerte. En la Unión Soviética, los genetistas de algún tiempo intentaron desechar teorías bien establecidas, no en base a una nueva evidencia científica concluyente, sino a causa de conflictos doctrinales. Esta misma lucha explica la prohibición del estudio de la teoría de la relatividad en los textos de la Alemania nazi en la década de 1930, porque de acuerdo con la metafísica racista, el origen judío de Einstein invalidaba su trabajo para los alemanes. Tampoco en los Estados Unidos ha habido siempre libertad de expresión científica. Uno de los ejemplos más notorios fue el «juicio del mono», en 1925, en Tennessee, en el cual fue suprimida la enseñanza de la teoría de la evolución de Darwin porque estaba en contradicción con ciertas interpretaciones de la Biblia. Más recientemente, en 1954, un organismo gubernamental humilló públicamente a Robert Oppenhei-

* La condenación y abjuración de Galileo puede verse en el Apéndice E del libro de Sedgwick y Tyler, *A Short History of Science* (New York: Macmillan, segunda edición, 1939).

mer por haber dudado en decidirse vigorosamente en favor del desarrollo del sistema de armas nucleares según las líneas deseadas por altos jefes militares.

La lucha del autoritarismo contra la ciencia, como la lucha de la ignorancia contra el conocimiento, no ha disminuido desde los tiempos de Galileo. Es el veredicto de la historia el que resuelve la postura de los científicos. La actitud de lucha de Galileo ha llegado a ser completamente aceptable a las autoridades religiosas. Aunque el Vaticano no anunció hasta 1968 que podía ser adecuado revocar su condena en 1633 de las teorías de Galileo,* la utilidad científica de su trabajo no se retrasó tanto. Antes de transcurridos cincuenta años de la muerte de Galileo, había aparecido el gran libro de Newton, *Principia*, integrando tan brillantemente el trabajo de Copérnico, Kepler y Galileo con los principios de la mecánica, que el triunfo de sus ideas fue irrevocable y, como veremos pronto, más importante de lo que ellos mismos pudieron esperar.

Problema 5.4 En el libro de J. B. Conant, *On Understanding Science* (New Haven: Yale University Press, 1947) se exponen «ciertos principios de la táctica y estrategia de la ciencia» y «la interacción entre ciencia y sociedad» que nemos expuesto también aquí. Estos principios son: a) «De los experimentos y observaciones surgen nuevos conceptos que son útiles para nuevas experiencias y observaciones.» b) «Los descubrimientos importantes son el resultado de 'experimentos controlados' y observaciones; no deben despreciarse las dificultades de la experimentación.» c) «Las nuevas técnicas son el resultado de la experimentación (e invención) e influyen en posteriores experimentos.» d) Un aspecto interesante del trabajo científico es la «interacción entre ciencia y sociedad».

Examinar el desarrollo de la teoría planetaria a la luz de estos puntos (a ser posible, después de leer la obra de Conant, al menos las páginas comprendidas entre la 101 y la 109).

Textos recomendados para lecturas posteriores

Marie Boas, *The Scientific Renaissance 1450-1630*, capítulo XI.

H. Butterfield, *The Origins of Modern Science*, capítulo IV.

Galileo Galilei, *El mensajero celestial* (1610) y otras piezas cortas, traducidas con introducción y notas de Stillman Drake en *Discoveries and Opinions of Galileo*,

---

* Véase el anuncio hecho por el cardenal Franz König, de Viena, publicado en el *New York Times*, 2 de julio de 1968.

Garden City, N. Y.: Doubleday Anchor, 1957. (Un resumen de *El mensajero celestial* puede encontrarse también en el libro de Hurd & Kipling *The Origins and Growth of the Phisical Sciences*, vol. I, págs. 137-162, junto con una selección del libro de Galileo *Diálogos sobre los dos sistemas principales del mundo.*)

T. S. Kuhn, *The Copernican Revolution*, capítulo 6.

G. de Santillana, *The Crime of Galileo*, Chicago: University of Chicago Press, 1955; Phoenix Books.

Fuentes, interpretaciones y trabajos de referencia

P. Ariotti, «From the top to the foot of a mast on a moving ship», *Annuals of Science*, vol. 28, págs. 101-203 (1972).

A. Berry, *A Short History of Astronomy*, capítulo VI.

S. Drake, «Galileo and the law of inertia», *American Journal of Physics*, vol. 32, páginas 601-608 (1964).

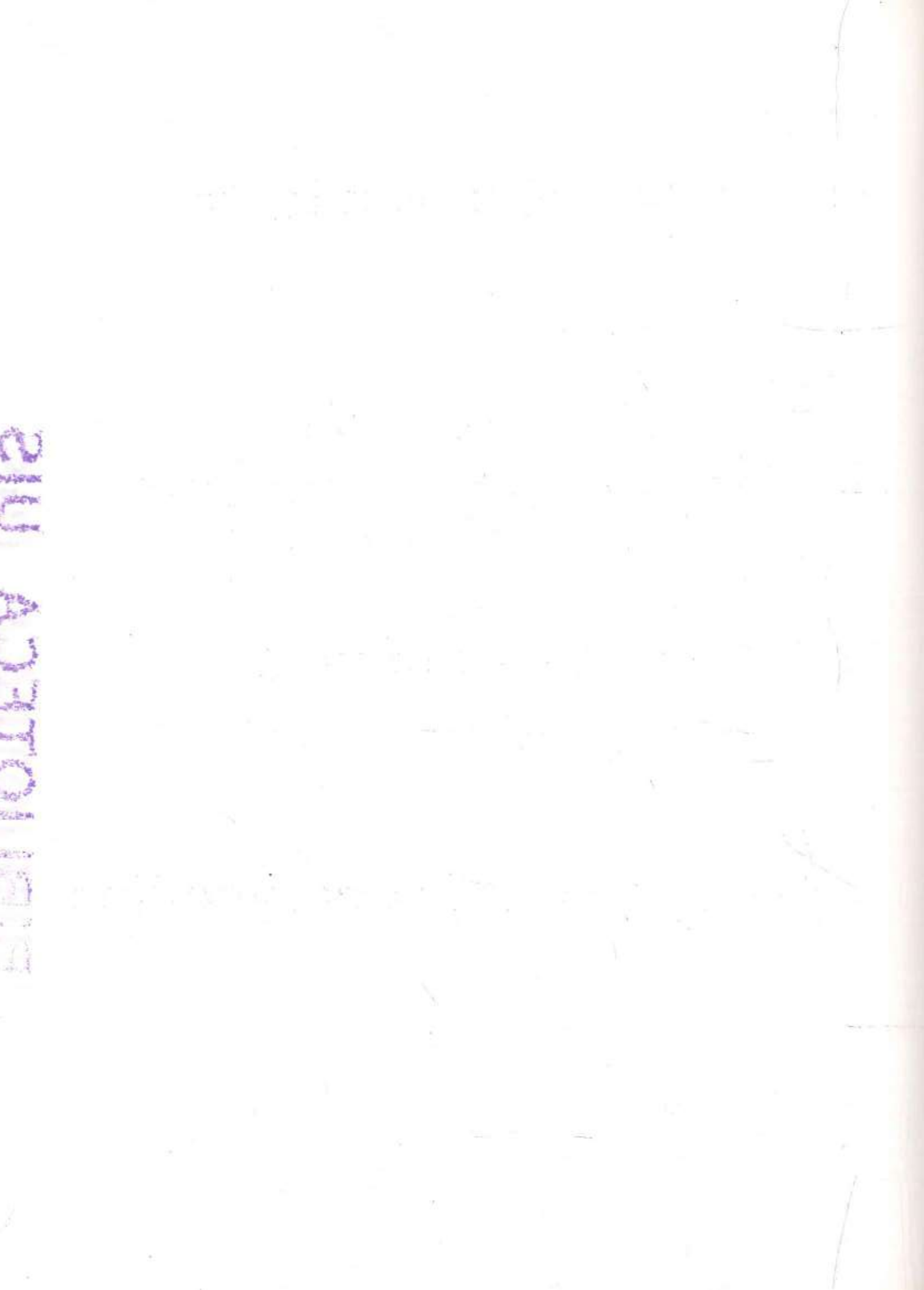
Galileo Galilei, *Diálogos sobre los dos sistemas principales del mundo, el de Ptolomeo y el de Copérnico*, traducido del italiano por S. Drake, Berkeley: University of California Press, 2.ª edición, 1967. Otra traducción (original de Salisbury y revisada por G. de Santillana) está publicada por la University of Chicago Press, 1953.

L. Geymonat, *Galileo Galilei, a Biography and Inquiry into his Philosophy of Science*, traducida del italiano con notas y apéndices de S. Drake, prólogo de G. de Santillana, New York: McGraw-Hill, 1965.

W. Hartner, «Galileo's contribution to astronomy», *Vistas in Astronomy*, Vol. 11, páginas 31-43 (1968).

Kepler's Conversation with Galileo's Sidereal Messenger, traducida por E. Rosen, New York: reimpresa por Johnson, 1965.

E. McMullin (editor), *Galileo, Man of Science*, New York: Basic Books, 1968.



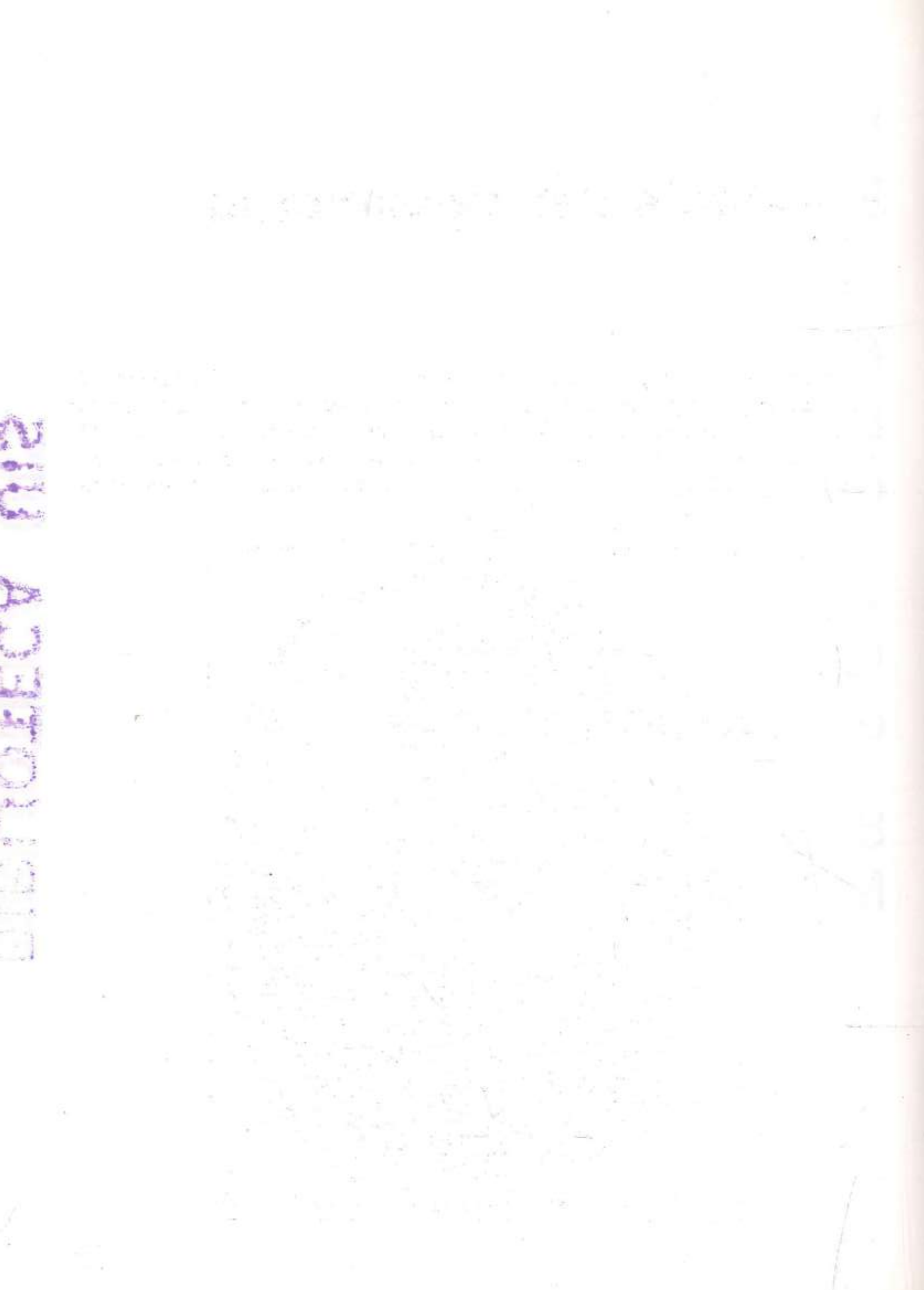
Parte B

El estudio del movimiento

6
Las matemáticas y la descripción del movimiento

7
Galileo y la cinemática de la caída libre

8
Movimiento de los proyectiles



El estudio del movimiento

Tanto histórica como lógicamente, la Mecánica representa el fundamento de la Física y el prototipo de estudio de las otras ramas de la Física. Los conceptos que encontraremos en Mecánica, nos aparecerán una y otra vez en este libro. En este sentido, la Mecánica es a la Física lo que el esqueleto al cuerpo humano, que a primera vista puede parecer frío y duro, pero después de un breve estudio de sus



funciones se experimenta, con notable sorpresa, el descubrimiento de la perfección de su diseño, que hace de su compleja estructura, tan ingeniosa y simple, algo imprescindible.

Comenzaremos estudiando el tema clave de la Mecánica, como son las leyes que rigen algunos de los movimientos más simples de los cuerpos —el movimiento a lo largo de una recta y el movimiento a lo largo de una trayectoria curva. Pues ya en tiempos de Galileo existía el axioma de: ***ignorato motu, ignoratur natura.***

Capítulo 6

Las matemáticas y la descripción del movimiento

6.1 René Descartes

La filosofía de Aristóteles estaba rápidamente marchitándose bajo los ataques de hombres como Galileo, en Italia, y Francis Bacon (1561-1626), en Inglaterra; pero, ¿cómo iba a ser reemplazada? Una colección de hechos experimentales y teorías matemáticas, por muy bien que se acoplen entre sí, no constituyen un sistema filosófico satisfactorio que interprete el cosmos y el papel de la humanidad en él. La cosmología, que, finalmente, estaría asociada al nombre de Isaac Newton, debe mucho de su carácter general a un filósofo francés: René Descartes (1596-1649), cuyas detalladas teorías científicas fueron derribadas por Newton. Fue Descartes quien intentó por vez primera proporcionar una estructura filosófica general a la nueva ciencia del siglo XVII, definió algunos de los problemas básicos que concernían a los científicos, y sugirió métodos para su resolución. Sin embargo, su nombre no figura de un modo prominente en la historia de la física, porque la mayor parte de sus detalladas soluciones fue rechazada por las generaciones posteriores. Lo que persistió, aparte de una actitud general hacia el mundo físico, fue el comienzo de una poderosa técnica matemática para la representación de formas geométricas y procesos físicos en un lenguaje simbólico que facilitaba grandemente las deducciones lógicas: ***la geometría analítica*** de Descartes, que más tarde se fundiría con el ***cálculo diferencial e integral de Newton y Leibniz.***

En este capítulo resumiremos sólo unos pocos de los conceptos más elementales de la descripción matemática del movimiento: no en su secuencia histórica, sino desde el punto de vista que ahora parece mejor adaptado a las aplicaciones físicas. Pero primeramente daremos un vistazo a la vida del propio Descartes.

Descartes se educó en un colegio jesuita francés, de los 8 a los 16 años, pero su salud era tan precaria que estaba autorizado para permanecer en la cama hasta muy entrada la mañana. Quizás esto le ayudó a desarrollar, por toda la vida, sus hábitos de meditación prolongada. A los 17 años marchó a París, pero se dice que «tenía suficiente fuerza de carácter para mantenerse lejos de las distracciones de la capital». Viajó durante varios años, sirviendo como oficial en distintos ejércitos. En 1619 concibió su reforma de la filosofía, tomando las matemáticas como modelo, ya que aquella disciplina sola parece producir ciertos resultados. Aunque algunos de sus descubrimientos en óptica y matemáticas se desarrollaron durante este período, no fue hasta 1628 cuando se estableció en Holanda y se dedicó plenamente a la ciencia.

En 1633, Descartes estaba a punto de publicar un libro sobre su punto de vista del sistema del Universo cuando conoció la condenación de Galileo por la Iglesia de Roma. El mismo Descartes era un buen católico y no deseaba entrar en conflicto con la Iglesia; por ello, suspendió la publicación de su libro, a pesar de que no había sido censurado o suprimido oficialmente por la Holanda protestante. Cuatro años más tarde, publicó su primer trabajo constituido por una colección de cuatro tratados: el más conocido, el ***Discurso del método***, intentaba ser un prefacio de los otros tres. La segunda parte, ***Óptica***, incluye la primera publicación y primera prueba de «la ley de Snell» de la refracción, junto con una descripción del funcionamiento del ojo e instrucciones para hacer mejores lentes telescópicas. Más tarde estudiaremos la ***Óptica*** de Descartes en relación con la teoría de la luz de Newton (sec. 23.1). La tercera parte, ***Meteorología***, estudia el tiempo, las nubes, la nieve, etc., y en particular ofrece una teoría muy buena sobre el arco iris. La cuarta parte, ***Geometría***, pone los fundamentos de la geometría analítica, uno de los instrumentos matemáticos esenciales de las ciencias físicas modernas.

En 1644, Descartes publicó su trabajo principal: ***Principios de Filosofía.*** Aquí hizo un intento magnífico para construir una teoría completa del mundo partiendo exclusivamente de los conceptos de materia y movimiento. Fue un fracaso, pero dejó un impacto indeleble en el pensamiento subsiguiente sobre la naturaleza del mundo físico. Incluso después del triunfo de la física de Newton, muchos científicos compartieron la preferencia de Descartes de evitar el concepto de ***fuerza*** —es decir, la «acción a distancia»— y postular, en su lugar, que el espacio está lleno de porciones de materia que interaccionan sólo cuando se tocan. Las fuerzas de largo alcance que en la teoría de Newton actuaban a través del espacio vacío, tales como la gravedad, se explicaban desde el punto de vista de Descartes por la propagación de impulsos a través de una materia etérea invisible que, según él, llenaba el espacio intermedio.

Para Descartes, todo movimiento es relativo: una porción de materia sólo puede decirse que se mueve respecto a otras, si está en su vecindad. Esto hace posible asegurar que la Tierra está «en reposo» ¡sin abandonar el sistema de Copérnico! Descartes considera que los cielos experimentan un movimiento circular continuo

respecto al Sol; los cielos transportan consigo todos los cuerpos que contienen, incluyendo las estrellas, planetas y Tierra, cada uno girando sobre su propio vórtice. Cada cuerpo está así en reposo respecto a su propio vórtice local, mientras éste se mueve alrededor del Sol. Quizás con esta doctrina de la relatividad del movimiento, Descartes esperaba evitar conflictos con la Iglesia, cuyos teólogos aseguraban, a veces, que la ciencia debía limitarse a describir las «apariencias» y dejar a la teología la tarea de determinar la «realidad».

La cosmología de Descartes, aunque impregnada de referencias a Dios, representa, sin embargo, una etapa importante hacia la eliminación de Dios de cualquier papel activo en el movimiento de los objetos celestes u otras materias. Por ejemplo, Descartes asegura que Dios siempre conserva la misma cantidad de «movimiento» en el mundo; esto significa, en efecto, que mientras cada porción de materia puede crearse con cualquier movimiento arbitrario, la transferencia del movimiento de una porción a otra por colisión viene gobernada por una regla determinista. Desde un punto de vista científico, esto indica que Descartes no sólo afirma el principio de inercia —cada cuerpo permanece en el mismo estado de movimiento en línea recta o en reposo hasta que sobre él actúa otro cuerpo—, sino que tiene cierta noción del principio de conservación de la cantidad de movimiento (véase cap. 16). Desde un punto de vista filosófico, ello significa que el mundo cartesiano es muy parecido a una máquina. Ciertamente, Descartes admite que él utilizó el ejemplo de las máquinas para construir su modelo de la actuación del mundo y afirma que no existe diferencia real entre las máquinas hechas por el hombre y los objetos encontrados en la Naturaleza, excepto que en las primeras todas las partes móviles deben ser suficientemente grandes para ser vistas. Incluso los animales pueden ser como máquinas. Por otra parte, las teorías mecanicistas no pueden explicar la conducta *humana*, pues según Descartes, el mundo del espíritu y del pensamiento es completamente distinto y separado del mundo de la materia y no viene gobernado por las mismas leyes. Con esta aproximación dualista, Descartes intentó separar los límites de los dominios de los fenómenos naturales que el científico podía estudiar sin interferir con el teólogo y dejaba para la suprema teología el dominio del espíritu.

En 1649, Descartes fue llamado a Suecia para servir de tutor a la reina Cristina. El clima de Suecia no fue muy favorable para Descartes. A los pocos meses y a consecuencia de un resfriado sufrió inflamación de los pulmones y falleció.

6.2 Velocidad constante

De acuerdo con Galileo y Descartes, el estado natural de un objeto físico es el reposo o el *movimiento en línea recta con velocidad constante*. Veamos cómo

el físico describe tal movimiento en una forma que fácilmente puede generalizarse a otras clases de movimiento:

Tabla 6.1

Estación	*Distancia desde la estación A* (en m)	*Tiempo de paso por las estaciones* (seg)
A	0	0
B	30	2
C	60	4
D	90	6
E	120	8

Observemos el movimiento de un coche a lo largo de una carretera recta y horizontal y supongamos que deseamos encontrar la relación exacta entre la *distancia* recorrida y el *tiempo* invertido para recorrerla. La marcha de este coche puede ser controlada en estaciones regularmente espaciadas, por ejemplo 30 m,* y colocadas a lo largo de su trayectoria. Podemos considerar que el coche había alcanzado la velocidad máxima antes de pasar por la primera estación y nuestras medidas del tiempo se expresarán en función del tiempo transcurrido desde el instante en que se alcanzó la primera estación, instante en el cual comienza nuestro experimento. Si el movimiento ha sido uniforme (velocidad constante), se encontraría una disposición tabular anotando el tiempo de paso por las cinco primeras estaciones, como la indicada en la tabla 6.1.

Otro modo útil de representar la misma información, es construir una gráfica de distancias-tiempos (fig. 6.1). En el eje horizontal anotamos los tiempos, en se-

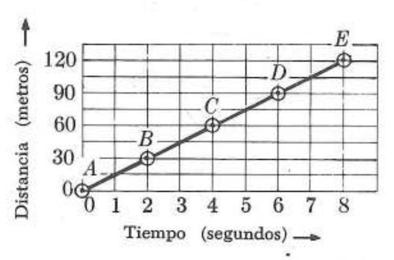


Fig. 6.1 Gráfica de velocidad uniforme.

* Desde ahora usaremos el sistema métrico de unidades que ha sido adoptado por todos los países para los trabajos científicos. (Véase Apéndice II para los factores de conversión.)

gundos, transcurridos y en el eje vertical las correspondientes distancias recorridas, en metros.* Puesto que los cinco puntos (observaciones) de esta gráfica están en línea recta, podemos construirla, con lo cual indicamos la creencia razonable de que cualquier observación adicional se encontraría en dicha línea. Por ejemplo, al observar los datos en la gráfica, podemos tener casi la seguridad de que después de tres segundos, desde que comenzamos las observaciones, el coche se encontrará a 45 m de distancia de la estación A. Una afirmación de este tipo, basada sobre un estado de cosas presumible entre los puntos de observación real, constituye una ***interpolación***. Este proceso se efectúa con gran facilidad en una gráfica de este tipo.

Además, podemos estar casi seguros que después de nueve segundos, si el vehículo continúa moviéndose del mismo modo, se encontrará en una posición que distará 135 m de la estación A. Esta operación es una ***extrapolación***. Evidentemente, si no se sabe ya que la gráfica representa un movimiento uniforme, no se deberá confiar demasiado en los resultados obtenidos por interpolación o extrapolación, en particular cuando los datos básicos son pocos o muy espaciados.

Según la tabla 6.1, es evidente que el coche recorre una distancia doble en un tiempo doble, una distancia triple en un tiempo triple, y así sucesivamente; en otras palabras, la distancia recorrida es directamente proporcional al tiempo transcurrido. La línea recta de la gráfica es otra forma de representar la misma cosa. El sistema de Descartes de la geometría analítica nos permite traducir la línea recta a una ecuación algebraica: Representemos con la letra t el tiempo transcurrido desde que el coche pasó por la estación A y sea s la distancia recorrida en ese intervalo de tiempo; así, para el movimiento descrito, podemos escribir

$$s \propto t,$$

en donde el símbolo $\propto$ significa «proporcional a». Pero esto es equivalente a la ecuación

$$s = kt,$$

en donde k es una constante independiente de las variables s y t.

En geometría analítica la ecuación $s = kt$ representa una línea recta que pasa por el origen de coordenadas. La constante k es la ***pendiente***. Es también la ***tangente*** del ángulo comprendido entre la línea y el eje horizontal. En este caso su valor viene dado simplemente por el cociente entre la distancia recorrida y el tiempo transcurrido:

$$k = s/t.$$

* El intervalo entre el origen y un punto medido a lo largo del eje horizontal se denomina *abscisa*, y el intervalo a lo largo del eje vertical se llama *ordenada*.

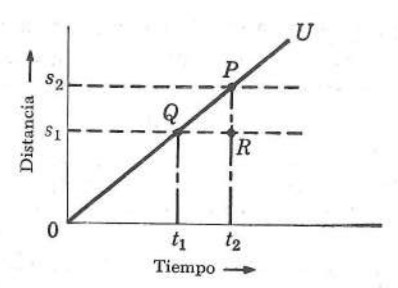


Figura 6.2

Este cociente distancia/tiempo es, por definición, la ***velocidad***; el que su valor sea constante nos conduce, en consecuencia, a la hipótesis original de que el coche viaja con velocidad constante.

Consideremos qué cosa tan maravillosa ha sucedido. Primero observamos el movimiento real de un coche por una carretera recta. Entonces, de la multitud de impresiones diversas —su marcha borrosa, el ruido, las ruedas dando vueltas, el caos total de sucesos que se desarrollan en el tiempo y en el espacio— hemos aislado dos magnitudes mensurables: la distancia s y el tiempo t, las cuales van tomando valores distintos en cada instante, y hemos encontrado que su cociente es una constante, un sujeto invariable que subyace al montón de datos que, de no suceder esto, no tendrían relación entre sí y carecerían de significado. Hemos definido un concepto, la velocidad, que nos ha llevado a descubrir una característica simple en una situación que de otro modo sería compleja. Quizá el estar familiarizados con el concepto de ***velocidad*** nos impide apreciar esta experiencia de ***crear orden*** a partir de un ***caos*** de impresiones sensibles separando de él algunos datos mensurables y percibiendo o inventando o intuyendo un concepto adecuado para describir esa parte del fenómeno total; volveremos una y otra vez a este método, en el cual se encuentra la raíz del procedimiento científico.

El valor numérico exacto de la velocidad se encuentra sustituyendo los valores correspondientes de s y t. Por ejemplo, según los datos tomados en la estación B, $s = 30$ m y $t = 2$ s; así resulta que la velocidad $s/t = 15$ m/s, que es igual a 54 km/h. Como una comprobación de la constancia de la velocidad, repetir el cálculo utilizando los datos de las estaciones C, D y E.

Hemos resuelto este problema referente al movimiento de un coche. La velocidad es constante y vale 15 m/s. Estas dos conclusiones parecen obvias, pero hay algunos detalles que vale la pena citar. Para calcular la velocidad, realmente no es preciso que nos apoyemos en los datos de la tabla 6.1. Basta usar el gráfico tiempo-distancia si tenemos confianza en él. Sea, por ejemplo, el movimiento uniforme indicado por la línea $OQPU$ en la fig. 6.2. Según los párrafos anteriores, sabemos que para tal caso la velocidad viene dada por s_1/t_1 o por s_2/t_2 (ya que $s_1/t_1 = s_2/t_2$

por triángulos semejantes), pero igualmente viene dada por $(s_2 - s_1)/(t_2 - t_1)$, es decir, por el cociente entre ***cualquier*** pequeña distancia recorrida según la línea de movimiento y el tiempo necesario para recorrer dicha distancia. Esta afirmación puede parecer intuitivamente aceptable, pero debemos comprobarla rigurosamente.

Problema 6.1 Probar que $(s_2 - s_1)/(t_2 - t_1) = s_1/t_1$.

Solución: Obsérvese que en la figura 6.2 la distancia $QR = t_2 - t_1$ y $PR = s_2 - s_1$; además, los triángulos Os_1Q, Os_2P y QRP son semejantes. Por tanto, las distancias correspondientes tendrán razones iguales, es decir,

$$\frac{s_1}{t_1} = \frac{s_2}{t_2} = \frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1} \qquad \text{C.Q.D.}$$

Antes de abandonar estas conclusiones, relativamente simples, el lector debe asegurarse de que sabe responder con plena satisfacción las siguientes preguntas:

¿Cómo se define la velocidad constante (usando la notación algebraica)?
¿Qué observaciones deben hacerse para determinar si un cierto cuerpo se mueve con velocidad constante?
¿Cómo podría calcularse la velocidad una vez que se sabe que es constante?
¿Qué pequeñez debe tener la distancia $(s_2 - s_1)$ elegida para poder calcular la velocidad?

Después de esto, tratar de abordar las siguientes cuestiones aparentemente falaces, de las cuales, como veremos, depende la comprensión de una gran parte de nuestra física:

¿Por qué razón aceptamos estos argumentos a partir del álgebra o la geometría euclídea?
¿Qué nos dicen los matemáticos sobre los sucesos físicos reales, tales como el movimiento de los cuerpos materiales?

Tomemos un segundo punto de vista crítico en el estudio del movimiento del coche. Comencemos con la tabla 6.1, que representa los datos experimentales escuetos, en forma tabular y que fue nuestro primer paso para formular la idea de velocidad constante. La figura 6.1 representaba estos datos en forma de gráfica y ampliaba su utilidad al permitir la interpolación y la extrapolación. La proporción $s \propto t$ sacaba de esta gráfica un enunciado conciso que expresábamos mediante la ecuación s/t = constante (15 m/s en este caso concreto).

Lo que ha ocurrido aquí es que en cuatro etapas hemos llegado de una voluminosa tabla de datos descarnados a una generalización (s/t = 15 m/s). Al repetir

observaciones sobre este coche, llegamos siempre a la misma ecuación; en otras palabras, si el coche se mueve siempre con velocidad constante de 15 m/s, consideraríamos que esta ecuación es una *ley* aplicable a este tipo restringido de observaciones. Así pues, nuestra ecuación se deriva de un solo experimento y no es sino una descripción general de este movimiento.

A primera vista, las cuatro etapas —tabla, gráfica, proporción y ecuación— parecen contener la misma información, siendo la última preferible por su brevedad y comprensión. Sin embargo, no debemos dejar que nuestro innato deseo de concisión nos desencamine; la ecuación $s/t = 15$ m/s incluye, de hecho, todo lo que se contiene en la tabla e implica también, sin discriminación, mucho más de lo que, realmente, podría garantizarse con seguridad. Por ejemplo, de no haber visto los datos tabulares, podría creerse, sobre la base de la ecuación, que con toda seguridad $s = 1,5$ mm si $t = 0,001$ s o que $s = 4,7 \times 10^8$ m si $t = 1$ año.

Ambas afirmaciones sólo serán correctas si la velocidad que investigamos es verdaderamente constante dentro del margen correspondiente a intervalos de tiempo tan pequeños como 0,001 s, hasta intervalos de tiempo de un año; pero en nuestra experiencia real limitada, no es probable que estas condiciones se cumplan. La conclusión a sacar de aquí es que las ecuaciones en física, salvo unas pocas definiciones puramente axiomáticas, debe considerarse que llevan adjunto un «texto» no explícito, un enunciado que describe las limitaciones reales y otras hipótesis implícitas bajo las cuales se puede aplicar la ecuación. Estas condiciones, este texto, podría ser de la siguiente forma: «la ecuación $s/t = 15$ m/s describe el resultado de un experimento dado, en el cual t no excedió los 8 s y en el que solamente se hicieron unas pocas medidas, y con tal o cual precisión». Si no comprendemos claramente que, en Física, casi todas las ecuaciones tienen ocultas limitaciones, no podremos comprender ni una sola ley física; podríamos efectuar extrapolaciones e interpolaciones carentes de garantía. Estaríamos en la situación catastrófica de un navegante que se propusiera atravesar un canal, lleno de escollos, sin tener idea de la longitud, anchura y calado de su embarcación.

6.3 El concepto de velocidad media

El movimiento prolongado con velocidad constante ocurre tan raramente en la Naturaleza (a pesar de su importancia como movimiento «ideal» en las teorías de Galileo y Descartes) que, como el lector habrá observado, le hemos negado el honor de un símbolo literal especial propio. (No hemos introducido la letra v como sería de esperar para la velocidad constante; esta notación será usada para la velocidad *instantánea* en la sección siguiente.)

Consideremos ahora los movimientos con velocidad *no* uniforme (movimientos acelerado y retardado), pero que sigan teniendo lugar sobre una línea recta. Un caso general de este tipo se ve en la fig. 6.3, donde un coche parte del reposo, se

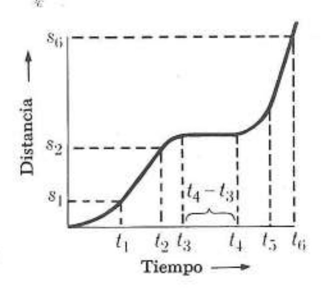


Fig. 6.3 Gráfica de movimiento con velocidad variable.

mueve en línea recta aumentando su velocidad hasta el tiempo t_1 y sigue con velocidad constante hasta t_2 (como indica la porción en línea recta entre t_1 y t_2), después de lo cual vuelve lentamente al reposo (t_3), permanece en reposo hasta el tiempo t_4 y, luego, acelera de nuevo hasta alcanzar una nueva velocidad constante más elevada. Para tratar con tales variaciones de velocidad es necesario introducir el término familiar ***velocidad media***, simbolizado por $\overline{v}$.

Definición. ***La velocidad media*** $\overline{v}$ ***de un cuerpo durante un intervalo de tiempo*** t ***es la distancia recorrida durante ese intervalo dividida por*** t.

Obsérvese que, para cualquier movimiento que no sea de velocidad constante el valor de $\overline{v}$, depende del intervalo de tiempo elegido. Por ejemplo, examinando la fig. 6.3, vemos que, como la pendiente de la curva es mayor entre t_1 y t_2, $\overline{v}$ para los primeros t_1 segundos es menor que $\overline{v}$ para los primeros t_2 segundos. Por otra parte, durante el intervalo $(t_4 - t_3)$ la velocidad media es cero. Aunque la velocidad media entre t_1 y t_2 puede ser 30 m/s, y entre t_5 y t_6 50 m/s, la velocidad media $\overline{v}$ para el tiempo completo hasta t_6 que se calcula por $\overline{v} = (s_6/t_6)$ es, quizás, de 20 m/s. El significado de $\overline{v}$ es, pues, el siguiente: Independientemente de la irregularidad del movimiento durante el intervalo de tiempo t, si el objeto se hubiera desplazado con una velocidad constante de magnitud $\overline{v}$, habría recorrido la misma distancia durante aquellos t segundos.

En lugar de escribir «el intervalo de t_1 a t_2», es corriente usar el símbolo Δt. La letra griega Δ (delta) significa «un pequeño cambio de (cualquier magnitud que siga)». De igual modo para los intervalos de distancia: Δs no significa «Δ multiplicado por s», sino que se lee «incremento o delta de s», es decir, un pequeño incremento de la distancia, o desplazamiento verificado durante el corto intervalo de tiempo correspondiente Δt. Por tanto, podemos escribir la definición de velocidad media en la forma.

$$\overline{v} = \Delta s/\Delta t.$$

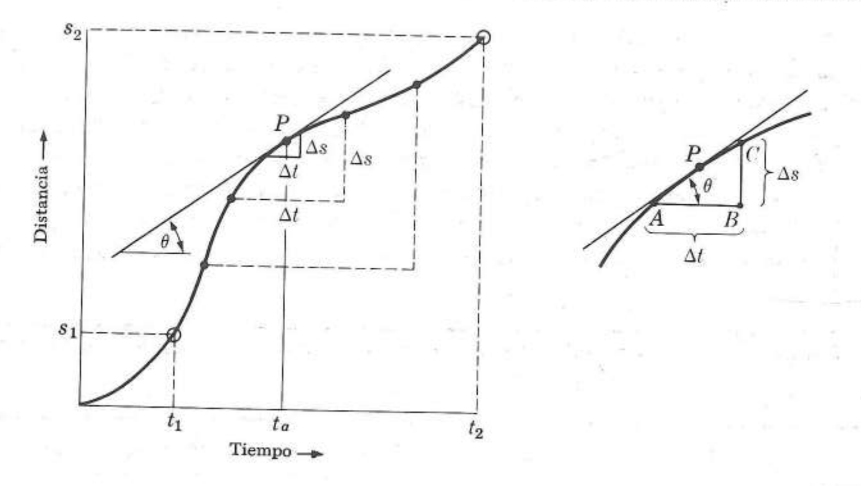


Fig. 6.4 Determinación de la velocidad instantánea.

6.4 Velocidad instantánea

Todas las medidas de velocidad realizadas hasta ahora llevaban consigo medidas de un tiempo más o menos extenso. Podemos, sin embargo, pensar en la posibilidad de establecer el concepto de velocidad de un cuerpo en un ***instante dado***, pues éste es el tipo de información que nos da un medidor de velocidad. Por ejemplo, podemos preguntar: ¿Cuál es la velocidad, en el instante t_a, del movimiento representado en la fig. 6.4? Ahora bien, nosotros ***sabemos*** determinar la velocidad media $\bar{v}$ en el intervalo de tiempo que va de t_1 a t_2, y que incluye el instante t_a, esto es, $\bar{v} = (s_2 - s_1)/(t_2 - t_1)$. Sin embargo, puesto que la velocidad no es constante desde t_1 a t_2, no podemos identificar la velocidad ***en el instante*** t_a con la velocidad media $\bar{v}$ ***correspondiente*** al intervalo $(t_2 - t_1)$. Por esto, tenemos que recurrir a lo que sin duda parece un truco: calculamos la $\bar{v}$ correspondiente a un corto intervalo de tiempo Δt que incluya el instante t_a; intervalo tan corto, que el valor de $\bar{v}$ calculado en él no cambie apreciablemente al hacer el intervalo aún más corto. La velocidad instantánea (simbolizada simplemente por v) en t_a se calcula, por tanto, por aproximaciones sucesivas a partir de la velocidad media $\bar{v}$, y puede definirse por

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \bar{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \left(\frac{\Delta s}{\Delta t} \right)$$

que en palabras significa que la velocidad instantánea es el valor que alcanza la velocidad media $(\Delta s/\Delta t)$ cuando el intervalo de tiempo (Δt) se hace suficientemente pequeño, tendiendo a cero en el caso límite.

Un ejemplo concreto nos ayudará. Con los datos que han servido para construir la fig. 6.4, podríamos construir la tabla 6.2 para los intervalos de espacio y de tiempo que incluyen el punto *P* de la curva. Los intervalos están alojados dentro de $t_2 - t_1$ y $s_2 - s_1$ convergiendo en el punto *P* a medida que se van haciendo más pequeños. Para cada par de Δs y Δt podemos calcular el cociente o velocidad media $\overline{v} = \Delta s/\Delta t$. Aunque tanto Δs como Δt se hagan infinitamente pequeños, $\overline{v}$ tiende a un límite definido en tanto la curva sea de variación suave. En la tabla se usan los subíndices *A* y *B* para identificar los límites variables inferior y superior de los intervalos.

Tabla 6.2 *Datos de estimación de la velocidad instantánea en el punto P* (t = 7 s, s = 20 m)

t_B	t_A	s_B	s_A	$\Delta t = t_B - t_A$	$\Delta s = s_B - s_A$	$\overline{v}$
12	2	30	5	10	25	2,5 m/s
7,5	6,5	21	19	1,0	2,0	2,0 m/s
7,05	6,95	20,10	19,92	0,10	0,18	1,8 m/s
7,005	6,995	20,010	19,993	0,010	0,017	1,7 m/s

Como el lector recordará de los cursos de matemáticas, lo que hemos realizado es el equivalente algebraico de determinar la pendiente de la línea recta tangente a la curva en el punto *P* de la fig. 6.4. A medida que Δt y Δs se hacen más pequeños, la sección de la curva que incluyen se aproxima más a una línea recta que juega el papel de la hipotenusa del triángulo rectángulo *ABC* (véase dibujo complementario en la fig. 6.4). Pero trigonométricamente, se sabe que $\Delta s/\Delta t = \operatorname{tg}\theta$, en donde θ es el ángulo formado por la hipotenusa con la horizontal; de modo que, finalmente, cuando Δt es suficientemente pequeño, $\Delta s/\Delta t$ se convierte, a la vez, en el valor numérico de la velocidad instantánea v en el punto *P* y en el valor de tg θ de la recta tangente en el punto *P*, es decir, la pendiente de dicha recta.*

Es de agradecer este inesperado resultado, ya que acorta el trabajo necesario para determinar velocidades instantáneas en movimientos no uniformes. En el futuro no necesitaremos construir tablas como la 6.2 para determinar la velocidad instantánea de un punto determinado durante el movimiento de un objeto. Simple-

* Estrictamente hablando, la ecuación $\Delta s/\Delta t = \operatorname{tg}\theta$ es incorrecta, ya que el primer miembro debe tener unidades (o «dimensiones») de m/s, mientras que el segundo miembro es un número puro sin unidades. Ésta es la razón por la cual debemos especificar el «valor numérico» de $\Delta s/\Delta t$ como distinto de la magnitud física.

mente nos referiremos al gráfico distancia-tiempo, determinaremos la línea tangente a la curva en el punto en cuestión y calcularemos su pendiente. De hecho, esta última frase puede considerarse como la definición del concepto de velocidad instantánea en función de las operaciones reales necesarias para su determinación. Si la determinación de velocidades por lectura directa del velocímetro parece mucho más simple, téngase en cuenta que la construcción inicial y calibración de este aparato se hizo de tal modo que realizase automáticamente tareas equivalentes a las descritas en nuestra definición de velocidad instantánea.

Este concepto es el más útil que emplearemos de ahora en adelante y, con él, discutiremos problemas típicos en los cuales la velocidad (instantánea) de un cuerpo cambia desde cierto valor inicial v_0 a otro valor v durante un intervalo de tiempo específico t. A veces realizaremos representaciones de velocidad (instantánea) en función del tiempo. Para el caso indicado en la fig. 6.1 tal gráfica sería, simplemente, una recta horizontal, pero para la fig. 6.3 es más compleja.

Problema 6.2 Copiar la fig. 6.3 a una escala mayor y superponer sobre ella una gráfica de la velocidad en función del tiempo.

6.5 Aceleración

De todos los movimientos, el más interesante para nuestros propósitos es aquel cuya velocidad *varía uniformemente*, esto es, el movimiento con aceleración o deceleración constante. En una primera aproximación, éste es el movimiento de un objeto que cae libremente a tierra, o se desliza sobre un plano inclinado hasta detenerse al final del mismo, y, en general, de todos los cuerpos que experimentan una fuerza constante.

Gráficamente, existen tres casos simples en los que el cuerpo cambia, uniformemente de velocidad. En la fig. 6.5 (a) la velocidad en el momento de partida es

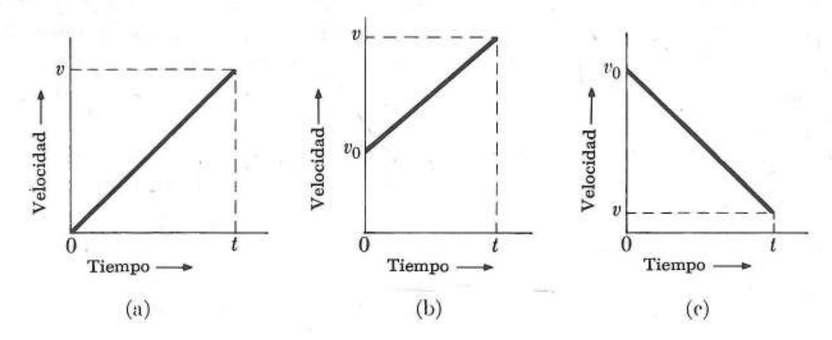


Fig. 6.5 Tres casos de velocidad variable uniformemente.

cero ($v_0 = 0$) y crece, uniformemente, hasta alcanzar el valor v en el tiempo t; en (b), v_0 no es cero y va creciendo también uniformemente, y en (c), la velocidad decrece desde un valor inicial grande v_0, hasta hacerse casi cero en el tiempo t. Es fácil sugerir situaciones concretas que correspondan a cada una de las gráficas.

En todos estos casos, es fácil definir el concepto de aceleración, que representaremos por a, del siguiente modo: ***Aceleración es la razón de la variación de la velocidad ($v - v_0$) al tiempo (t) en que tiene lugar esta variación;*** o, en forma algebraica,

$$a = \frac{v - v_0}{t}. \qquad (6.1)$$

Como hemos convenido en limitar nuestra atención al tiempo transcurrido en un movimiento con aceleración constante, no necesitamos referirnos a la aceleración media o instantánea, ya que, al igual que sucede en el caso de velocidad constante, los valores medio e instantáneo son numéricamente iguales.

Ejemplo 1. Un esquiador comienza a descender por una ladera y aumenta su velocidad con aceleración constante hasta alcanzar, al cabo de 5 s, la velocidad de 10 m/s. ¿Cuál es su aceleración?

Solución: Como en todo problema, debemos comenzar por ***traducir*** cada frase separada a símbolos matemáticos o bien extraer de ellas sugerencias tales como qué conceptos físicos, leyes y limitaciones son aplicables en tal caso. Éste no es un proceso trivial; la mayor parte de los alumnos encuentran que la intuición obtenida de la experiencia al resolver tales problemas es más importante que la habilidad para resolver ecuaciones matemáticas. La frase «un esquiador comienza a descender por una ladera» se traduce por $v_0 = 0$; «aumenta su velocidad con aceleración constante», significa que a es constante; por tanto, la Ec. (6.1) se cumple para este caso; «hasta alcanzar al cabo de 5 s la velocidad de 10 m/s» puede resumirse así: $v = 10$ m/s para $t = 5$ s. La frase final ***no*** significa «cuál es la causa o naturaleza física de su aceleración» (esto lo veremos después), sino, simplemente, pide un valor numérico para a.

Resumiendo todas las condiciones establecidas, resulta:

$v_0 = 0$; $\quad v = 10$ m/s; $\quad t = 5$s; $\quad a = \frac{v - v_0}{t}$ es válida; $\quad a = \ ?$

Evidentemente,

$$a = \frac{10 \text{ m/s} - 0}{5 \text{ s}} = 2 \text{ (m/s)/s}.$$

Este resultado puede leerse «2 metros por segundo cada segundo», y más concisamente se escribe 2 m/s^2. Aunque esta abreviación puede leerse como «2 metros por segundo cuadrado», recuérdese que el concepto de «segundo cuadrado» procede, simplemente, del hecho de haber definido la aceleración como un cambio de velocidad (unidades m/s) dividido por un intervalo de tiempo (unidades s).

Si bien este ejemplo puede parecer excesivamente simple, el lector debe considerar que las etapas aquí establecidas son las mismas en todo problema, por complejo que sea, de modo que si se siguen desde el principio, ***traduciendo cada frase por separado***, se evitará el 50 por 100 de las dificultades de los problemas de física.

Ejemplo 2. Un coche va por una carretera horizontal, con una velocidad de 70 km/h. De pronto, el conductor desembraga y el coche continúa deslizándose por el impulso. Durante el primer minuto, su velocidad disminuye en 30 km/h. ¿Cuál fue su aceleración durante este tiempo?

Solución: Trasladándolo al lenguaje de los símbolos tendremos, $v_0 = 70$ km/h, $v = 40$ km/h para $t = 1$ min $= 60$ s, $a = ?$ (Evidentemente, existirá una aceleración ***negativa***, a veces llamada ***deceleración***, pero, realmente, este término es superfluo.)

Es muy tentador lanzarse directamente y decir que

$$a = \frac{40 \text{ km/h} - 70 \text{ km/h}}{60 \text{ s}} = -\tfrac{1}{2}(\text{km/h})/\text{s}.$$

Sin embargo, esto sólo es verdad si suponemos que el coche continuaba marchando con aceleración constante, lo cual, aunque puede presumirse, no tiene por qué ser necesariamente correcto. Por tanto, debemos decir, $a = -\frac{1}{2}$ (km/h)/s, si la aceleración fuera constante. Hay que notar el signo negativo, que nos indica que el coche va disminuyendo su marcha.

Ejemplo 3. Una vagoneta en unas montañas rusas que tienen muchas curvas, cambia su velocidad de 5 km/h a 25 km/h en 20 s. ¿Cuál será su aceleración?

Traducción al lenguaje de símbolos: $v_0 = 5$ km/h, $v = 25$ km/h, $t = 20$ s, $a = ?$ Sin embargo, puesto que en este caso es poco probable que la aceleración sea constante, debemos admitir, simplemente, que no podemos resolver este problema hasta tener más datos que nos permitan conocer el tipo de movimiento.*

* Sería un error considerar tal afirmación como la admisión de una derrota deshonrosa; por el contrario, en la ciencia, como en cualquier otro campo, la posibilidad de resolver un problema improvisadamente es la excepción, en lugar de la regla, y constituye una victoria preliminar saber qué información adicional se necesita para llegar a una solución.

Las unidades de aceleración son diversas, tales como (m/s)/s o (km/h)/s, ya vistas, u otras como, por ejemplo, (m/s)/min. (Si el alumno se encuentra en alguno de los pocos países que todavía no han adoptado el sistema métrico decimal, debe conocer el uso de la tabla de factores de conversión del Apéndice II a fin de traducir estas unidades en aquellas más familiares.) En todos los casos las unidades corresponden a la dimensión (longitud/tiempo)/tiempo o en un simbolismo, muy aceptado, L/T^2.

6.6 Prueba gráfica de Oresme del teorema de la velocidad media

En las últimas cuatro secciones hemos dejado aparte los hechos históricos a fin de introducir algunos conceptos básicos de la notación moderna. Muchos de los mismos problemas de movimiento acelerado se discutieron hace bastante tiempo, en el siglo XIII, por los matemáticos de Oxford y París, aunque muchos de sus argumentos expresados verbalmente sin la ayuda del álgebra y la geometría analítica son difíciles de seguir para un lector moderno. Un resultado particular de su trabajo, de gran importancia para la física, es el ***teorema de la velocidad media***, llamado, frecuentemente, ***teorema de Merton***, en honor del Merton College de Oxford.

En la notación actual el teorema de la velocidad media se refiere a un movimiento uniformemente acelerado con velocidad inicial v_0 y velocidad final v durante un tiempo t. El teorema establece que la distancia recorrida es la misma que recorrería según otro movimiento que tuviera lugar a la velocidad media (es decir, a una velocidad constante igual al valor medio de v_0 y v) durante el mismo intervalo de tiempo. En otras palabras, si el movimiento completo ha tenido lugar a una velocidad constante v_0 durante un tiempo t, la distancia recorrida será v_0t; si la velocidad es v durante el mismo tiempo, será vt; pero si la velocidad cambia, uniformemente, de v_0 a v, la distancia es la misma que si la velocidad hubiera sido igual a una velocidad constante de valor $\frac{1}{2}(v_0 + v)$, o sea $\frac{1}{2}(v_0 + v)t$.

Este resultado puede parecer poco interesante, incluso trivial. También puede deducirse, fácilmente, de las ecuaciones algebraicas a estudiar en la sección siguiente. Sin embargo, de mayor importancia es un ***método*** particular usado por Nicolás Oresme en la universidad de París, en el siglo XIV.* Oresme comprobó que como v_0t es un producto de dos números, podía representarse por el área de un rectán-

* Oresme (aprox. 1320-1382), capellán del rey Carlos V y, posteriormente, obispo de Lisieux, ha atraído recientemente la atención de los historiadores de la ciencia por sus ideas sobre la cinemática y astronomía que hasta cierto punto se anticiparon a las establecidas por Galileo en el siglo XVII.

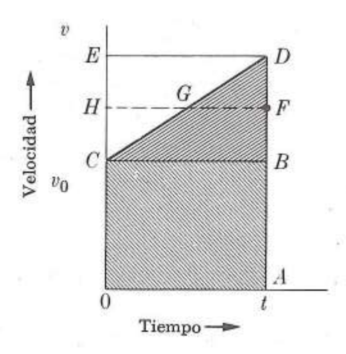


Fig. 6.6 Representación gráfica de Oresme de la relación entre la velocidad, el tiempo y la distancia.

gulo de lados v_0 y t. Éste sería el rectángulo *OABC* en la fig. 6.6. De igual modo, vt es el área del rectángulo *OADE*. Por tanto, Oresme decía que la distancia real recorrida cuando la velocidad varía uniformemente desde v_0 a v debe ser igual al área de la parte sombreada de la figura, a saber: el rectángulo *OABC* más el triángulo *CBD*. (Si esto no resulta obvio, estúdiese un poco la figura y parecerá, al menos, razonablemente plausible.)

Una vez aceptado que la distancia recorrida en el movimiento acelerado es igual al área sombreada *OABDC*, la prueba del teorema de la velocidad media es bastante simple. Si a esta área sumamos el triángulo *CGH*, y restamos el triángulo *GFD*, resulta el rectángulo *OAFH*. Ahora bien, si la línea *HGF* es paralela a *ED* y *CB*, y está exactamente equidistante de ambas, el punto *G* estará exactamente también equidistante de *C* y *D* y el segmento rectilíneo *CH* será igual al *DF*. Además, $HG = GF$ y $\angle DGF = \angle HGC$. Por tanto, los triángulos *HCG* y *GDF* son iguales, tienen igual área, por lo que el área sumada es igual al área restada. Así, el área del rectángulo *OAFH* que representa la distancia recorrida a una velocidad constante, media entre v_0 y v es igual al área de la figura original (rectángulo *OABC* más triángulo *CBD*) que representa el área cubierta con movimiento uniformemente acelerado con velocidad creciente constantemente de v_0 a v.

El razonamiento matemático anterior es tan difícil como cualquiera de los que aparezcan en este libro, dejando aparte el hecho de tener que resolver un sistema de ecuaciones algebraicas. En realidad, la primera etapa de la demostración de Oresme sugiere el teorema fundamental del cálculo de Newton y Leibniz: ***El área comprendida bajo la curva velocidad-tiempo es igual a la distancia recorrida.*** Como la propia velocidad se define como la variación de la distancia por unidad de tiempo, podemos generalizar este teorema para obtener una relación general entre cualquier magnitud (tal como la distancia) variable con otra (tal como el tiempo) y la velocidad de variación de la primera respecto a la segunda; esta relación general

lleva consigo la determinación del área bajo la curva de la «velocidad de variación» en función de la segunda magnitud y puede ser válida incluso cuando la variación de la velocidad de variación (en este caso la aceleración) no sea uniforme. Aunque el cálculo basado en este teorema constituye una herramienta poderosa, usada en toda la física teórica desde el siglo XVII, no resulta necesaria en nuestras explicaciones básicas de los conceptos y teorías físicas.

6.7 Ecuaciones del movimiento con aceleración constante

La razón de habernos ocupado del movimiento uniformemente acelerado no es sólo por su aparición ocasional en la Naturaleza, sino porque nos permite establecer con gran *facilidad* algunas ecuaciones simples del movimiento en las que se relacionan cinco importantes magnitudes variables:

distancia recorrida (s)
tiempo transcurrido (t)
velocidad inicial (v_0)
velocidad final (v)
aceleración (a)

La Ec. 6.1 es un buen ejemplo. Podemos escribirla así:

$$v = v_0 + at, \tag{6.2}$$

que en palabras significa: la velocidad v al final del intervalo de tiempo t, es la suma de la velocidad inicial v_0 más la variación de velocidad, que es el producto de la aceleración constante a, por el intervalo de tiempo t.

Existen otras ecuaciones similares que relacionan las cinco variables, tres de las cuales vamos a deducir ahora. Hemos visto que el área bajo la curva, en la gráfica velocidad-tiempo, es numéricamente igual a la distancia s recorrida. Así, en la fig. 6.6, el área sombreada bajo la curva es la de un rectángulo de lados v_0 y t más un triángulo de base t y altura $(v - v_0)$:

$$s = v_0 t + \tfrac{1}{2}(v - v_0)t. \tag{6.3}$$

Podemos interpretar este resultado como la distancia $v_0 t$ que habría recorrido durante el tiempo t si el movimiento se realizara con velocidad constante v_0 más la distancia $\frac{1}{2}(v - v_0)t$ añadida en virtud de la aceleración del movimiento.

Si no conociéramos originalmente la velocidad final, pero se nos diera la velocidad inicial v_0 y la aceleración a, podríamos, con ayuda de la Ec. (6.1), eliminar v de la ecuación anterior. La forma más rápida de hacer esto es observar que la

expresión $(v - v_0)$ sería la misma del segundo miembro de la Ec. (6.1) si se dividiera por t. Así, multiplicando y dividiendo el segundo término de la Ec. (6.3) por t, resulta:

$$s = v_0 t + \frac{1}{2}\left(\frac{v - v_0}{t}\right) t^2.$$

Mediante la Ec. (6.1) reemplacemos la magnitud entre paréntesis por a:

$$s = v_0 t + \tfrac{1}{2}at^2. \qquad (6.4)$$

La Ec. (6.4) es muy útil. Nos permite calcular la distancia recorrida en el tiempo t partiendo de la velocidad inicial v_0 siendo el movimiento uniformemente acelerado con aceleración a. A menudo se usa para el caso particular en el que la velocidad inicial es cero; entonces,

$$s = \tfrac{1}{2}at^2 \qquad (\text{cuando } v_0 = 0). \qquad (6.5)$$

A veces se necesita una forma algo más general que la Ec. (6.4) para aquellas situaciones en las cuales la distancia variable s no comienza en el origen cero cuando la variable de tiempo t es cero. Esto se ilustra mejor con un ejemplo.

Ejemplo 4. Un automóvil eléctrico estaba a 10 km al Oeste de Boston, dirigiéndose hacia el Oeste a una velocidad de 50 km/h cuando se aplicó una aceleración uniforme de 1 km/h^2. ¿A qué distancia de Boston se halla el coche una hora después?

Traducción de datos: Definimos la distancia inicial $s_0 = 10$ km; sabemos que $v_0 = 50$ km/h, $a = 1$ km/h^2, $t = 1$ h. Si usamos la letra s para representar la distancia total desde Boston, la distancia recorrida en este intervalo de tiempo t será $s - s_0$; pasando esta magnitud al primer miembro de la Ec. (6.4),

$$s - s_0 = v_0 t + \tfrac{1}{2}at^2;$$

por tanto, resulta

$$s = s_0 + v_0 t + \tfrac{1}{2}at^2. \qquad (6.6)$$

Sustituyendo nuestros valores numéricos, resulta

$$s = 10 \text{ km} + (50 \text{ km/h}) \times (1 \text{ h}) + \tfrac{1}{2}(1 \text{ km/h}^2 \times (1 \text{ h})^2 =$$
$$= (10 + 50 + \tfrac{1}{2}) \text{ km} = 60{,}5 \text{ km}.$$

La Ec. (6.6) es la ecuación más general de este tipo que necesitaremos siempre que nos limitemos a los casos con aceleración uniforme.

Hasta ahora hemos supuesto que el movimiento tiene lugar para un determinado intervalo de tiempo t y hemos deducido ecuaciones para la distancia y la velocidad. Otras veces necesitamos tratar problemas en los cuales conocemos la distancia y se nos pide el tiempo o la velocidad. En el caso más simple, si la velocidad inicial y la distancia inicial son ambas nulas, utilizando la Ec. (6.5) y despejando t en función de s, resulta

$$t = \sqrt{(2s/a)}.$$

En casos más generales tendríamos que resolver una ecuación de segundo grado tal como (6.6) para valores conocidos de s, s_0 y v_0.

Un problema de importancia considerable en la física es: Dada la velocidad inicial, la distancia recorrida y la aceleración, determinar la velocidad final. Ahora que el lector conoce ya el procedimiento general puede deducir una expresión que responda a esta cuestión.

Problema 6.3 Probar que si $s_0 = 0$,

$$v^2 = v_0^2 + 2as. \tag{6.7}$$

[*Sugerencia:* De acuerdo con el teorema de la velocidad media, $s = \frac{1}{2}(v_0 + v)t$. Combinar este resultado con la Ec. (6.1).]

A continuación resumimos los principales resultados de esta sección por medio de cuatro ecuaciones que relacionan las seis variables s_0, s, t, v_0, v y a, comenzando con el teorema de la velocidad media:

$$s = \tfrac{1}{2}(v_0 + v)t \tag{I}$$

$$s = s_0 + v_0t + \tfrac{1}{2}at^2 \tag{II}$$

$$v = v_0 + at \tag{III}$$

$$v^2 = v_0^2 + 2as \tag{IV}$$

A menos que se especifique otra cosa, puede suponerse que $s_0 = 0$.

Ahora es posible volver atrás, por decirlo así, y considerar el esquema global de lo hecho hasta ahora. Las ecuaciones I a IV nos proporcionan todas las importantes e interesantes relaciones entre las distancias recorridas, tiempo invertido, etc., para un cuerpo que se mueve con aceleración constante. Siempre que encontremos este tipo de movimiento (por ejemplo, una piedra que cae), podremos, en seguida,

calcular dos cualesquiera de las cinco magnitudes cuando nos den los valores de las tres restantes. Por ejemplo, si sabemos que una piedra dejada caer desde la Torre inclinada de Pisa a 60 m de altura llega al suelo con una velocidad de 36 m/s, podemos, en seguida, calcular el tiempo de caída y su aceleración. Traduciendo los datos a $v_0 = 0$, $v = 36$ m/s, $s = 60$ m, $t = ?$, $a = ?$, y recurriendo a las cuatro ecuaciones expuestas, observamos que t puede deducirse de la ecuación I[$t = 2s/(v_0 + v) = 3{,}33$ s] y que la aceleración puede deducirse de la IV [$a = (v^2 - v_0^2)/2s$], o ahora que t se conoce, de II o III.*

El hecho es que las ecuaciones I a IV son nuestras ***herramientas*** para resolver este tipo de problemas y, una vez deducidas y establecidas, debemos recordarlas y aplicarlas cuando surge la ocasión del mismo modo que un artesano, que una vez que ha elegido cuidadosamente el equipo de herramientas apto para su trabajo, deja de modificarlas o ajustarlas cada vez, y se contenta con tomar de su estuche el instrumento que se requiera según la situación. Antes de que nuestro equipaje empiece a llenarse de herramientas, debemos proceder a dominar y tener confianza en cada nuevo concepto o ley a medida que se introduzcan. Así podemos utilizarlos cuando se presenta la ocasión, sin necesidad de un segundo examen detallado. Por ejemplo, cuando deseamos encontrar v a partir de v_0, a y s para un cuerpo uniformemente acelerado, podemos usar la ecuación IV (es decir, $v^2 = v_0^2 + 2as$, y, por tanto, $v = \sqrt{v_0^2 + 2as}$), aunque, indudablemente, tengamos poco sentido intuitivo hacia esta ecuación. Si la ecuación IV ha sido deducida a plena satisfacción, debemos confiar en su bondad.

Desde luego, esto no es lo mismo que la nefasta costumbre de sólo aprender fórmulas de memoria o buscarlas en un formulario para aplicarlas cuando se necesiten. Esta artimaña no puede ir bien porque no se puede aplicar adecuadamente una ecuación sin conocer todas sus virtudes y debilidades íntimas, que es lo que habíamos llamado su «texto» implícito.

Como ejemplo final de este trabajado pero importante punto, imaginemos que nos pidan hallar el tiempo de caída de un ladrillo desde la cima del Empire State Building. Nos dan v_0, a y s. La tentación de «enchufar» la ecuación II, de fácil memorización, debe ceder aquí al conocimiento, que emana de un estudio más profundo, de que, indudablemente, las cuatro ecuaciones no son aplicables a este caso, ya que en una distancia tan grande de caída el rozamiento del aire impide que la aceleración sea constante. Según todo el mundo sabe, por observación de la caída de hojas, nieve, lluvia, etc., tarde o temprano todo cuerpo puede alcanzar una velocidad final de caída constante. Esta velocidad, sobrepasada la cual ya no hay ace-

---

* La hipótesis de que a es, realmente, constante para la caída libre de los cuerpos reales en Pisa, debe comprobarse primero si es que existe razón para la duda. Si el movimiento, en efecto, no resulta ser uniformemente acelerado, debemos investigar la bondad de una aproximación de nuestras idealizaciones hacia el caso real de la caída libre. Esto se tratará en el capítulo siguiente.

leración alguna, depende de la superficie del cuerpo, de su peso y de las propiedades del medio (aire, etc) por el que cae.

Esto completa nuestro estudio formal del movimiento simple que será la base del estudio que haremos de las leyes del movimiento de proyectiles.

Problemas adicionales

Nota.—Como regla general, no invertir más de media hora, como máximo, en cada problema. Si no se resuelven en este tiempo, ya se intentará su solución más adelante, o bien terminar indicando el procedimiento que puede preverse para su solución y el resultado final. Notar también que no todos los problemas *tienen* soluciones numéricas simples, aunque su enunciado lo sea.

Problema 6.4 *a)* Copiar la figura 6.1 en papel milimetrado y determinar, por interpolación gráfica, la posición aproximada del coche, correspondiente a los tiempos de 5 s, 0,5 s, 7,005 s. Determinar por extrapolación las posiciones correspondientes a 10 s, 50 s, –2 s (hacer este trabajo sobre papel milimetrado). *b)* Discutir las limitaciones de los procesos de interpolación y extrapolación.

Problema 6.5 Representar, en papel milimetrado, la gráfica correspondiente a la fig. 6.1, pero usar los datos que se tomaron en las estaciones *A*, *B*, *C*, *D*, y *E* al pasar una partícula a la velocidad constante de 22,2 m/s. Construir una tabla que se corresponda con la 6.1. (Tener cuidado; muchos cálculos pueden simplificarse.)

Problema 6.6 Describir las posibles situaciones experimentales que han podido dar lugar a las gráficas de distancias-tiempos de la fig. 6.7 para movimientos rectilíneos. Intentar establecer, a partir de cuatro o cinco de las gráficas, una relación algebraica entre s y t.

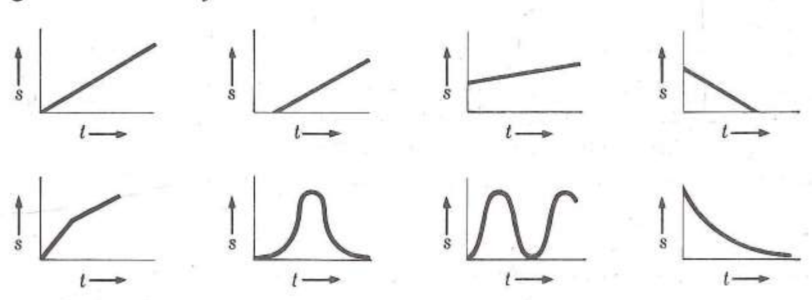


Figura 6.7

Problema 6.7 En unas vacaciones, un coche que va de Cambridge, Mass., a Berkeley, Calif., invierte 15 días incluyendo largas paradas en ruta. Calcular la velocidad media de este coche en km/h.

(*Nota.*—Siempre que los datos sean insuficientes, puede encontrarse información adicional en libros pertinentes. Si no se encuentran los libros adecuados, hacer alguna hipótesis plausible.)

Problema 6.8 Hacer hipótesis razonables sobre la velocidad que puede alcanzar un automóvil durante los diez primeros segundos de su movimiento, partiendo del reposo; calcular su aceleración.

(*Nota.*—En todos los problemas que siguen, suponer que la aceleración de los cuerpos que caen libremente en la superficie de la Tierra es 9,80 m/s^2. Esto resulta ser cierto dentro de límites estrechos en toda la Tierra. El símbolo empleado para esta «constante» (la aceleración de la gravedad) es la letra g en lugar de la a.)

Problema 6.9 Cinco estaciones de observación, separadas 20 m una de otra, se encuentran en línea vertical. Desde la estación superior se deja caer un objeto en un momento dado. Su caída es libre cuando pasa por cada una de las restantes estaciones. Calcular y tabular los tiempos y velocidades de paso por las distintas estaciones. Representar gráficamente los resultados (utilizar papel milimetrado).

Problema 6.10 Hacer una tabla de los valores de s, v y $\overline{v}$ para un cuerpo que cae libremente si $v_0 = 0$ y t es, sucesivamente, 1 s, 2 s, 3 s, 5 s, y 10 s. Representar esta información en tres gráficas (sobre papel milimetrado).

Problema 6.11 Un muchacho arroja una piedra verticalmente y hacia abajo desde un piso a 50 m de altura, comunicándole una velocidad inicial importante. Si la piedra llega al suelo en 1,8 s, ¿con qué velocidad inicial la arrojó?

Problema 6.12 Hacer una lista de las limitaciones, condiciones impuestas e idealizaciones más importantes para resolver el problema 6.11.

Problema 6.13 Se lanza un núcleo de helio por un tubo recto de 2 m de longitud que forma parte de un acelerador de partículas. Si el núcleo entra con una

velocidad de 1 000 m/s y sale por el otro extremo con una velocidad de 10 000 m/s, ¿cuánto tiempo está el núcleo de helio en el tubo? Razonar las hipótesis realizadas.

Textos recomendados para lecturas posteriores

E. T. Bell, *Men of Mathematics*, New York: Simon & Schuster, reimpresión de la edición de 1937; capítulos 1, 2 y 3.

Marie Boas, *The Scientific Renaissance 1450-1630*, capítulo VII.

E. A. Burtt, *The Metaphysical Foundations of Modern Physical Science*, capítulo IV.

A. C. Crombrie, «Descartes», *Scientific American*, págs. 160-173 (octubre de 1959).

Project Physics Reader, vol. 1, artículo de Gerhart y Nussbaum.

Fuentes, interpretaciones y trabajos de referencia

A. C. Crombrie, *Medieval and Early Modern Science* (edición revisada de *Augustine to Galileo*), Garden City, N.Y.: Doubleday Anchor Books, 1959, vol. II, capítulo I.

René Descartes, *Discourse on Method, Optics, Geometry, and Meteorology* (1637), traducida por P. J. Olscamp, Indianapolis: Bobbs-Merrill, 1965. (El famoso «Discurso del Método» fue publicado originalmente como una introducción a los otros tres trabajos. «Geometry» contiene los métodos de la geometría analítica.)

S. Drake, «The uniform motion equivalent to a uniformly accelerated motion from rest», *Isis*, vol. 63, págs. 28-38 (1972).

J. F. Scott, *Scientific Works of René Descartes*, London: Taylor & Francis, 1952.

Capítulo 7

Galileo y la cinemática de la caída libre

7.1 Introdución

La materia del capítulo anterior sobre velocidad y aceleración de movimientos simples, fundamento lógico e histórico de la física, constituye, en gran extensión, el trabajo de Galileo. Es una parte pequeña, pero crítica, de este hombre emprendedor, llamado, con frecuencia, el padre de la ciencia moderna. En este capítulo examinaremos con detalle la contribución de Galileo al problema de los cuerpos que caen libremente desde los puntos de vista histórico, científico y metodológico.

Galileo es importante e interesante para nosotros por diversas razones, muy distintas de su papel dramático en la historia de la astronomía descrita en el capítulo 5. En primer lugar, si entendemos lo que tuvo que luchar y las actitudes contemporáneas que tuvo que rechazar al fundar su nueva «Filosofía mecánica», quizás entonces veamos más clara la naturaleza de nuestra estructura actual de la ciencia y nuestras propias actitudes y concepciones previas. Para citar una analogía, ciertamente no podemos dejar de estudiar el período de la Revolución americana si deseamos entender las actuales instituciones democráticas que crecieron de aquélla.

En segundo lugar, una vez clarificada la semblanza histórica del trabajo de Galileo, él nos habla como científico, aún más, como investigador, cuya virtuosidad en el descubrimiento y elocuencia en los argumentos, excita en sus oyentes una profunda y duradera impresión. Será para nosotros un ejemplo de científico de primera categoría en su campo, y, aunque en su caso las circunstancias fueron extraordinarias, este hecho no le quita personalidad: Si Galileo hubiera nacido en el siglo XX, no es difícil imaginarle haciendo nuevos descubrimientos sensacionales y jugando un papel de dirección en muchas ramas de la ciencia moderna.

En tercer lugar, los trabajos de Galileo sobre el problema del movimiento de caída libre de los cuerpos nos proporcionarán, según veremos en este capítulo y en los siguientes, la oportunidad de un estudio introspectivo de los procedimientos de la ciencia física. Necesitamos esto. En los últimos años, mucha gente ha mostrado incomprensión, e incluso hostilidad, hacia la ciencia y la tecnología, mientras, al mismo tiempo, investigadores de las ciencias biológicas y sociales discutían vigorosamente sobre si los métodos de las ciencias físicas eran o no aplicables a sus propios campos. Puesto que las ciencias físicas, han tenido un éxito espectacular en el descubrimiento de las leyes de la Naturaleza (independientemente del uso que la sociedad ha hecho de estos descubrimientos), un claro conocimiento de cómo trabajan los físicos es de capital importancia para la cuestión más amplia acerca de la naturaleza de la ciencia. Si no queda claro el lugar que ocupan las definiciones e hipótesis, la experimentación y la intuición física y sin un conocimiento de los procesos vitales mediante los cuales funciona y crece este campo del conocimiento, la ciencia nos parecería como un formalismo seco, para ser memorizado sin comprensión, reproducido en exámenes sin entusiasmo, y, quizás, aplicado a problemas prácticos sin la debida consideración de sus limitaciones.

Para comenzar, consideremos la cinemática* que Galileo pudo aprender en su universidad y qué tipo de física, eventualmente, tuvo que rechazar. Fue, naturalmente, la ciencia de los escolásticos, herederos y, con frecuencia, falsos intérpretes del más grande de los filósofos científicos de la Antigüedad: Aristóteles. No obstante, debemos, en este punto, hacer una advertencia: la historia de la ciencia es un campo sofistificado en sí mismo. Por la propia naturaleza de su materia, hay muchos puntos importantes con incertidumbres, y en este libro no intentaremos evaluar cuestiones tan delicadas como, por ejemplo, hasta qué punto Galileo compartió opiniones y métodos con los partidarios de Aristóteles o aprovechó el trabajo de otros investigadores— Arquímedes, toda la tradición de estudiantes de la venerable Universidad de París, Tartaglia, Benedetti o Stevinus.** En la ciencia, como en cualquier otra empresa intelectual, no se puede partir de cero sin raíces de alguna tradición. Galileo también tuvo el apoyo, a menudo no reconocido, de muchos brotes luminosos de la física de su tiempo en su lucha por dar forma a un todo consistente. Pero su lucha, juzgada por sus propias palabras, tuvo lugar contra un grupo de exponentes del punto de vista escolástico contemporáneo más estricto. En resumen, la tesis de que Galileo comenzó la ciencia moderna es tan abrupta y tiene tantas omisiones, que con toda justicia puede decirse que tal tesis es falsa,

---

* *Cinemática* (del griego *kinema*, movimiento) es la rama de la física que trata de la descripción del movimiento, con exclusión del estudio de las fuerzas específicas responsables del movimiento.

** Para más detalles sobre el estado de la mecánica antes de Galileo, véanse algunos de los libros mencionados en la bibliografía al final de este capítulo.

pero no más falsa que afirmar que la República americana data de junio de 1788, cuando se estableció la Constitución.

7.2 La física de Aristóteles

A pesar de la historia, bien conocida, del experimento de Galileo en la Torre inclinada de Pisa, la mayor parte de la gente sigue creyendo (erróneamente) que los cuerpos pesados, al caer, aumentan de velocidad mucho más rápidamente que los cuerpos más ligeros. Esto fue el punto de vista de Aristóteles (sec. 1.3), muchos de cuyos trabajos, por mediación de Santo Tomás de Aquino y sus seguidores, llegaron a ser la base del pensamiento cristiano en Europa a partir del siglo XIII. Sin embargo, el punto de vista de Aristóteles sobre el movimiento de caída de los cuerpos, no fue simplemente un error ni el resultado de experiencias mal realizadas, sino una consecuencia característica de un gran esquema global; ciertamente, no era más que un miembro bastante menor de una estructura impuesta que Aristóteles erigió como resultado de su búsqueda de una unidad de *todo* pensamiento y experiencia. Su sistema abarcaba, al mismo tiempo, elementos que ahora se separan en partes componentes: científico, poético, teológico, ético.

De acuerdo con el sistema de Aristóteles descrito en la sec. 1.3, el movimiento natural de un objeto debe depender de su composición en elementos agua y tierra, cuyo lugar natural está en el centro del Universo. Así, una piedra grande caería más de prisa que una pequeña, y esta predicción parece justificada por la experiencia común, al menos si se comparan magnitudes extremas (un guijarro y un poco de polvo).

Un científico moderno objetaría inmediatamente que la teoría de Aristóteles no resiste ningún experimento *cuantitativo*. En su libro *Sobre los cielos*, Aristóteles establece que la velocidad de caída es proporcional al peso del objeto:

«Un peso determinado recorre una determinada distancia en un tiempo dado; un peso más pesado recorre la misma distancia en menos tiempo, siendo éste inversamente proporcional al peso. Por ejemplo, si un peso es doble, tardará la mitad de tiempo en recorrer la misma distancia.»*

La observación casual o cuidadosa (bien realizada por Aristóteles) nos prepara para notar diferencias en la velocidad de caída. Pero bastaría un método simple de medida de tiempos de caída para descubrir que una piedra el doble de pesada que

* De la obra *De Caelo*, de Aristóteles, traducida por J. L. Stokes, Oxford University Press, libro I, cap. 6, pág. 273b. Obsérvese que Aristóteles no usó ecuaciones, ni lo hicieron la mayor parte de los físicos hasta después de la época de Galileo.

otra no cae dos veces más rápidamente. Pero ésta es la sabiduría de la percepción tras el suceso. Entonces no era natural pensar en función de tales ensayos sobre la Tierra.

Aristóteles tuvo en cuenta no sólo el peso del cuerpo que cae, sino también la resistencia ofrecida por el medio a través del cual cae. Así, una piedra cae más deprisa en el aire que en el agua. Por tanto, era natural sugerir que la velocidad es inversamente proporcional a la fuerza de resistencia. Se podía pensar que el peso del cuerpo y la resistencia del medio eran dos fuerzas opuestas: Existe movimiento sólo si el peso excede la resistencia (una piedra no puede caer a través de la Tierra sólida), y cuanto mayor es el peso en proporción a la resistencia, mayor es la velocidad.*

Dicho verbalmente, parece una regla plausible, si bien no puede comprobarse experimentalmente. Tan pronto como intentemos expresarla matemáticamente, surgen consecuencias inesperadas. Si la velocidad v es directamente proporcional al peso W e inversamente proporcional a la resistencia R, se podría escribir

$$v \propto W/R \qquad \text{o} \qquad v = k(W/R),$$

en donde k sería una constante de proporcionalidad no especificada. También hemos de tener en cuenta que

$$v = 0 \qquad \text{a menos que} \qquad W > R$$

(no hay movimiento, a no ser que el peso exceda la fuerza resistente). Hubo que esperar hasta el siglo XIV para que Thomas Bradwardine, del Merton College de Oxford, comprobase que estas dos ecuaciones no concuerdan armónicamente. Él consideraba el siguiente experimento imaginario (o mental): Comenzar con un peso determinado y una fuerza de resistencia muy pequeña y, poco a poco, dejar que la resistencia R vaya creciendo hasta que, por fin, exceda al peso W. Según la descripción cualitativa del movimiento de Aristóteles, la velocidad v del movimiento tendería a cero en este experimento. Sin embargo, las ecuaciones nos dicen que v disminuye, gradualmente, hasta un valor un poco mayor que k cuando R tiende a W, pero entonces v se anula bruscamente cuando R se hace igual a W. Este cambio discontinuo de la velocidad no es, en absoluto, compatible con el punto de vista básico de la Física de Aristóteles y, por tanto, de acuerdo con Bradwardine, debe rechazarse la relación $v \propto W/R$.

Realmente, es posible encontrar una función matemática de W y R que tenga la propiedad deseada: disminuir constantemente hasta cero cuando R, inicialmente

* Aristóteles, aparentemente, pensaba que v permanecía constante, una vez comenzado el movimiento, a menos que existiera algún cambio de la resistencia u otras fuerzas que actuaran sobre el objeto.

menor que W, se aproxima a esta magnitud.* Pero este enfoque no es fructífero y, por consiguiente, no lo seguiremos. Quizás es suficiente para señalar el útil papel de las matemáticas en el desarrollo de las teorías físicas: Al forzar al físico para hacer más precisas sus ideas, pone a veces de manifiesto las inconsistencias de éstas y le llevan a rechazar hipótesis sin necesidad de pruebas experimentales. Sin embargo, en la búsqueda de hipótesis válidas, las matemáticas no pueden sustituir a todos los experimentos; una teoría en desarrollo debe ser fertilizada, en parte, por contacto con el mundo real.

Otra consecuencia de la relación de Aristóteles $v \propto W/R$ es que el movimiento en el vacío sin resistencia en absoluto ($R = 0$) tendría lugar con velocidad infinita, cualquiera que fuese el valor del peso W. Este absurdo fue algunas veces citado por los partidarios de Aristóteles como una razón de que ¡el vacío era inconcebible! Era inimaginable para ellos que la paradoja pudiera atribuirse a un planteamiento inadecuado del postulado original.

Al final del siglo XVI, la teoría del movimiento de Aristóteles había sido fuertemente criticada por cierto número de eminentes científicos y resultaba claro que no podía estar de acuerdo con las soluciones de los más simples experimentos. Sin embargo, la teoría estaba bien introducida en el mundo intelectual. De acuerdo con los principios modernos del método científico, esto sería un escándalo: se supone que los científicos no pueden sumarse dogmáticamente a una teoría que no pueda comprobarse experimentalmente. Pero antes de que nos precipitemos a condenar a nuestros antecesores (en verdad su conducta no es muy diferente a la observada en cualquier otro campo, incluso en nuestro tiempo), estudiemos las razones de la atracción de la filosofía de Aristóteles.

De acuerdo con Aristóteles, no basta una teoría que simplemente describa y prediga los hechos observados, independientemente de la precisión con que lo haga: debe también darles significado en un sentido más amplio, mostrando que los hechos están de acuerdo con los postulados generales de todo el sistema filosófico. Para el aristotélico de finales del siglo XVI, los postulados que se referían a los elementos y tendencias (como los postulados sobre los movimientos circulares en astronomía) y todas sus conclusiones eran reales («filosóficamente reales»), claros, ciertos, ya que formaban parte de un esquema mayor, importante y satisfactorio, que alcanzaba la teología y otros campos. Los postulados no podían abandonarse justamente porque el movimiento detallado de dos pesos lanzados desde una torre contradijeran una de sus muchas conclusiones. Para él la «verdad filosófica» tenía preferencia sobre la contradictoria «verdad científica», aunque la última no existie-

* El propio Bradwardine sugirió una función logarítmica: $v = \log W/R$ (recuérdese que $\log 1 = 0$). Para un relato de la vida de Bradwardine y sus trabajos, véase el artículo de J. E. Murdoch, sobre Bradwardine, en el *Dictionary of Scientific Biography.* Otra posibilidad fue sugerida por Philoponus, de Alejandría, en el siglo V: $v = W - R$.

ra como concepto distinto. Su física era la investigación de la naturaleza de las cosas en un contexto tan amplio que la preocupación de la ciencia posterior —por ejemplo, con medidas detalladas de los cuerpos que caen— le parecía un tema pequeño, artificial e incompleto de poca importancia en sí mismo. El historiador F. S. Taylor decía en ***Science Past and Present:***

«La ciencia de Aristóteles y de los escolásticos ha sido, fundamentalmente, una ciencia de propósitos. Para los últimos era suficientemente claro que el mundo, y todo lo que en él existía, había sido creado para el servicio del hombre, y que el hombre había sido creado para el servicio de Dios. Éste era un esquema perfectamente inteligible del mundo. El Sol estaba allí para darnos luz, decirnos el tiempo y fijarnos el calendario a través de sus movimientos. Las estrellas y planetas eran un medio de distribuir influencias beneficiosas o perjudiciales a las cosas de la Tierra con las cuales estaban asociadas; las plantas y los animales fueron creados para darnos alimento y placer, y los hombres estábamos aquí para complacer a Dios haciendo Su voluntad. La ciencia moderna no ha obtenido ninguna evidencia de que esto no sea perfectamente cierto, pero no lo considera como una explicación científica; no es lo que la ciencia necesita para conocer el mundo.»

Inversamente, en general (aunque hay notables excepciones) los estudiantes de la Naturaleza anteriores a Galileo habrían encontrado poco razonable, o, incluso inconcebible, interesarse seriamente tan sólo en el tipo de cuestiones que solicita nuestra ciencia. Que tales cuestiones fuesen ciertamente interesantes o importantes, que los métodos empleados en nuestras investigaciones científicas puedan dar resultados, era algo que no podía imaginarse antes que los propios resultados comenzaran a fructificar en el siglo XVII. Pero ha sido tan abrumadora la corriente, insospechada y siempre creciente, que nosotros, que estamos atrapados por la misma, difícilmente podemos pensar en términos precientíficos. Es de deplorar esta imaginación nuestra sin recursos. Si cada uno de nosotros pudiera salir de su propio esquema para apreciar claramente el punto de vista a partir del cual Aristóteles había partido, estaríamos mejor equipados para tratar los conflictos cotidianos de diferentes temperamentos y opiniones.

No fue fácil para el hombre abandonar el punto de vista aristotélico del mundo, en el cual cada cosa tenía su objetivo y su lugar, cuidadosamente elegido en relación con el conjunto. Para muchos intelectuales devotos y sensibles de principios del siglo XVII debe haber sido muy perturbador conocer los nuevos descubrimientos de estrellas distribuidas al azar por todo el firmamento sin ninguna relación evidente con la Tierra, la cual, a su vez, dejaba de tener una posición privilegiada, y conocer teorías que, como las doctrinas ateas de Lucrecio y Epicuro, parecían describir el mundo como un concurso fortuito y sin significado de átomos que se movían a través del espacio vacío. El poeta John Donne se lamentaba de los tiempos cambiantes en unas famosas líneas escritas en 1611:

«Y la nueva filosofía pone todo en duda,
el elemento fuego se apagó completamente;
el Sol se ha perdido, y la Tierra, y no hay ingenio humano
que pueda dirigirle donde pueda verse.
Y libremente los hombres confiesan que este mundo ha pasado
cuando en los planetas y en el firmamento
ellos buscan tantos mundos nuevos; ven que éste
se ha desmenuzado otra vez en sus átomos.
Está todo en pedazos, toda coherencia se ha ido;
*todo suministro justo y toda relación...»**

7.3 *Dos nuevas ciencias* de Galileo

Los primeros escritos de Galileo sobre mecánica siguieron la tradición de la crítica medieval clásica de Aristóteles y, como mencionamos en la sec. 5.1, en el momento en que pudo haberse realizado el experimento legendario de la Torre de Pisa, aun no había desarrollado la teoría general que es por la que mejor se le conoce. Durante los años de madurez su interés se centró en la astronomía, y fue en relación con los efectos teóricos de la rotación terrestre que propuso su principio de la inercia (sec. 5.3). Cuando la Inquisición condenó sus *Diálogos sobre los dos grandes sistemas del mundo* (1632) y le prohibió enseñar la «nueva» astronomía, fue cuando se dedicó a la Mecánica. Su libro *Discursos y demostraciones matemáticas relativas a dos nuevas ciencias pertenecientes a la mécanica y al movimiento local* (1638), conocido usualmente como *Dos nuevas ciencias*, fue escrito estando prácticamente prisionero de la Inquisición, y fue publicado subrepticiamente en Holanda, en 1638, pues en la propia Italia sus libros estaban siendo suprimidos.

Aún cuando era ya viejo, estaba enfermo y comenzaba a quedarse ciego, Galileo escribía en un estilo claro y delicioso. Usó, de una manera consciente y deliberada, la forma de diálogo manteniendo una conversación viva entre tres «interlocutores»: *Simplicio*, que representa el punto de vista aristotélico; *Salviati*, que representa los nuevos puntos de vista de Galileo, y *Sagredo*, el hombre de buena voluntad no comprometido y de mentalidad abierta, ávido de aprender. Escuchemos a los tres personajes de Galileo discutir el problema de la caída libre:

»*Salviati:* Dudo grandemente que Aristóteles haya comprobado por el experimento, si es verdad que dos piedras, siendo una de ellas diez veces más pesada que

* John Donne, «The first anniversary», reimpreso en varias ediciones modernas de los poemas de Donne.

la otra, al dejarlas caer en el mismo instante desde una altura de 100 codos,* diferirían en velocidad de tal manera, que cuando la más pesada hubiese llegado a tierra, la otra no habría recorrido en su caída más que 10 codos...»

«*Simplicio:* Su lenguaje parece indicar que él había ensayado el experimento, ya que dice: ***Vemos el más pesado***; la palabra ***vemos*** indica que él había hecho el experimento.»

«*Sagredo:* Pero, Simplicio, yo que he hecho la experiencia, puedo asegurarte que una bala de cañón que pesa 100 ó 200 libras o más no alcanzará el suelo con una ventaja de un palmo** por delante de una bala de mosquete, que pesa sólo media libra, si se lanzan de una altura de 200 codos.»

Quizás aquí podríamos esperar un informe detallado sobre algún experimento realizado por Galileo o uno de sus colegas. En su lugar Galileo nos presenta un experimento mental, un análisis de lo que ocurriría en un experimento imaginario. Galileo, también, irónicamente, usa el mismo método de Aristóteles para atacar la teoría del movimiento del propio Aristóteles (igual que había hecho con su prueba de la ley de la inercia, estudiada en la sec. 5.3):

«*Salviati:* Sin más experimentos es posible probar claramente, por medio de un argumento corto y concluyente, que un cuerpo pesado no se mueve más rápido que otro ligero, siempre que ambos sean del mismo material, o sea, como los mencionados por Aristóteles. Pero, dime, Simplicio, si tú admites que cada cuerpo que cae adquiere una velocidad definida fija por naturaleza, es decir, una velocidad que no puede aumentarse o disminuirse, excepto por el uso de la fuerza (***violenza***) o resistencia.»

«*Simplicio:* No hay duda de que un cuerpo, moviéndose en un medio, tiene una velocidad fija determinada por la Naturaleza, la cual no puede incrementarse si no es por la acción de una cantidad de movimiento (***impeto***) o disminuida por alguna resistencia que le retarde.»

«*Salviati:* Entonces, si tenemos dos cuerpos cuyas velocidades naturales sean diferentes, es claro que, unificando a ambos, el más rápido será retardado por el

---

* 1 *codo* = aproximadamente 20 pulgadas = 50 cm; 100 codos es, aproximadamente, la altura de la Torre de Pisa. El codo es una medida derivada de la longitud del antebrazo humano (del latín *cubitum* = codo, de *cumbere* = reclinar).

** 1 palmo = 9 pulgadas = 23 cm (desde la punta del pulgar hasta la del meñique cuando se extiende la mano).

más lento y éste apresurado por el más rápido. ¿No estás de acuerdo con esta opinión?»

«Simplicio: Es una razón incuestionable.»

«Salviati: Pues si esto es cierto, y una piedra grande se mueve con una velocidad, por ejemplo, de ocho, y otra más pequeña con una velocidad de cuatro, cuando estén unidas el sistema se moverá con una velocidad menor que ocho; sin embargo, cuando las dos piedras están atadas juntamente, forman una piedra mayor que la que antes se movía con velocidad de ocho. Por tanto, la piedra ahora más pesada se mueve con menos velocidad que la más ligera; este efecto es contrario a vuestra hipótesis. Es decir, de tu hipótesis de que el cuerpo pesado se mueve más rápido que el más ligero, yo deduzco que el cuerpo más pesado se mueve más lentamente.»

«Simplicio: Estoy hundido... Esto es, ciertamente, superior a mi comprensión...»

Cuando Simplicio retrocede confundido, Salviati sigue adelante con el argumento mostrando que es contradictorio suponer que un objeto caerá más rápidamente si su peso se incrementa en una pequeña cantidad. Simplicio no puede refutar la lógica de Salviati. Sin embargo, tanto el libro de Aristóteles como su propia observación, le dicen que un objeto pesado *cae*, al menos hasta cierto punto, más de prisa que un objeto ligero:

«Simplicio: Tu discusión es, realmente admirable; sin embargo, yo no encuentro fácil creer que un perdigón caiga con la misma velocidad que una bala de cañón.»

«Salviati: ¿Por qué no decir que un grano de arena, tan rápidamente como una piedra de molino? Pero, Simplicio, tengo la esperanza de que no seguirás el ejemplo de muchos otros, que desvían la discusión de un punto principal y dicen que algunas de mis afirmaciones se apartan de la verdad por un cabello, y por este cabello esconden las faltas de otras teorías tan gruesas como un cable de navío. Aristóteles dice que «una esfera de hierro de 100 libras, cayendo desde una altura de 100 codos, llega a tierra antes que una bola de una libra haya caído a lo largo de un solo codo». Yo digo que las dos llegan al mismo tiempo. Tú encuentras, al hacer la experiencia, que la más pesada adelanta a la más ligera en dos o tres dedos...; ahora no puedes esconder detrás de estos dos dedos los 99 codos de Aristóteles, ni puedes mencionar mi pequeño error, y al mismo tiempo pasar en silencio el suyo, mucho mayor.»*

* Esta cita y las anteriores se han tomado de la traducción de Henry Crew y Alfonso de Salvio, publicada originalmente en 1914 y ahora reimpresa por Publicaciones Dover; véase págs. 62-65.

Esta observación es tan clara como quisiéramos lo fuese la idea de que una primera ojeada de sucesos naturales no constituye, en absoluto, una base suficiente para una teoría física; diferentes cuerpos que caen libremente en el aire *no* llegan, realmente, a tierra en el mismo instante; pero esto, al pensarlo más detenidamente, es menos importante que el hecho de que lleguen *casi* al mismo tiempo. En el vacío la caída sería igual para ambos cuerpos. Merece la pena, por su utilidad, prestar atención a este último punto, en que se dejan a un lado las primeras impresiones, porque en él se considera que el hecho de que los tiempos de caída no sean iguales, más que un fallo es una pequeña discrepancia explicable por el rozamiento del aire, en vez de considerarse como una gran verdad. Cuando fue inventada la bomba de vacío, poco después de Galileo, esta hipótesis fue confirmada por la observación de que una pluma y una moneda, dentro de un tubo de vidrio en que se hacía el vacío, caían en el mismo tiempo.

Recordemos el viejo dicho de que «la Ciencia ha crecido casi más por lo que ha sabido ignorar que por lo que ha tomado en cuenta». Aquí de nuevo encontramos en la ciencia el tema recurrente: Considerar los sucesos observables con ojo penetrante para buscar detrás de la confusión inmediata de las apariencias una simplicidad subyacente y una legitimidad matemática. En este caso particular era más fácil barrer una hipótesis contraria (postulado de Aristóteles de que la velocidad de caída depende del peso), razonando en un experimento mental, que molestarse con experimentos extensos que nunca podían ser totalmente convincentes. Para llegar al resultado correcto, hubiera sido inútil confiar en los métodos de observación disponibles en aquel tiempo; en su lugar, todo dependía de la capacidad de «prescindir del aire» y sus efectos sobre la caída libre.

Esto es bastante fácil para nosotros que conocemos las bombas de vacío y las propiedades de los gases; pero en aquel tiempo era conceptualmente casi imposible por varias razones —unas evidentes, pero otras muy sutiles. Por ejemplo, Aristóteles, que había examinado la cuestión de la existencia del vacío, había negado su posibilidad como contraria, no sólo a la experiencia, sino también a la razón. Uno de sus argumentos era: Donde existe el vacío, no hay *nada*. Si no hay nada —continuaba—, el propio espacio y las leyes físicas no pueden existir en este vacío; ¿pues cómo una piedra, por ejemplo, podría conocer el camino a seguir, hacia arriba o hacia abajo, si no es con relación a través de la influencia de un medio?

La respuesta dependía de disociar las palabras *vacío* y *nada* y así evitar que el *espacio* fuese aniquilado, simplemente, porque se hubiera extraído el aire. Sin embargo, aunque Galileo encontraba mentalmente posible hacer esto, Descartes y sus seguidores continuaban rechazando la posible existencia del vacío, mientras otros científicos lo llegaron a aceptar basándose en las demostraciones experimentales subsiguientes de que los cuerpos podían caer y que el calor, la luz, el magnetismo, etc., podían propagarse a través de recintos en los que se había extraído el aire.

7.4 Estudio de Galileo del movimiento acelerado

Ya se sabía antes de Galileo que los aristotélicos estaban equivocados en sus teorías sobre la caída libre, pero fue él quien descubrió los detalles de la descripción correcta de este movimiento y la incluyó como parte de un sistema más general de la mecánica. La tarea que se impuso en *Dos nuevas ciencias* fue inventar conceptos, métodos de cálculo y medida, etc., para llegar a una descripción del movimiento de los objetos en una forma rigurosamente matemática.

En los siguientes extractos no podemos perder de vista el plan principal. En primer lugar, Galileo discute las matemáticas de un *posible* tipo de movimiento que define como uniformemente acelerado. Después sienta la hipótesis de que el movimiento de caída libre de los cuerpos que ocurre en la Naturaleza es, realmente, uniformemente acelerado. Sin embargo, no era posible comprobar esta hipótesis directamente por experiencias en tiempos de Galileo. Él, por tanto, arguye que la hipótesis sería confirmada si tuviera éxito al describir otro tipo de movimiento íntimamente relacionado con la caída libre: la rodadura de una bola por un plano inclinado. (En términos actuales, la misma fuerza de la gravedad actuará sobre la bola si se deja caer verticalmente hacia abajo o se deja rodar descendiendo por un plano inclinado; en el segundo caso el movimiento real resulta más lento y, por consiguiente, puede medirse más fácilmente.) Finalmente, describe una prueba experimental de conclusiones cuantitativas deducidas de su teoría del movimiento acelerado cuando se aplica a la situación experimental particular.

Galileo introduce la discusión con estas observaciones:

«Mi objeto es establecer una ciencia muy nueva que trata de una materia muy antigua. Quizá no exista en la Naturaleza nada más viejo que el movimiento, con relación al cual los libros escritos por los filósofos no son ni pocos ni pequeños; sin embargo, yo he descubierto algunas propiedades de él que son de reconocido valor y que hasta ahora no habían sido ni observadas ni demostradas. Se habían hecho algunas observaciones superficiales como, por ejemplo, que el movimiento libre de la caída de un cuerpo pesado era continuamente acelerado; pero no se había establecido hasta qué punto esta aceleración se ajusta a la realidad...»

«Se había observado que los proyectiles y las armas arrojadizas describen una trayectoria curva; sin embargo, ninguno había puesto de manifiesto el hecho de que esta trayectoria es una parábola; pero yo he tenido éxito al demostrar estos y otros hechos, no pocos en número ni menos de reconocido valor, y, lo que *yo considero más importante*, se ha abierto el camino, del cual mi trabajo es simplemente el comienzo, a esta vasta y excelente ciencia, por el cual otras mentes más agudas que la mía explorarán sus rincones.»

A continuación sigue una discusión completa y profunda del movimiento uniforme (no acelerado) según las líneas indicadas en el capítulo anterior. Luego sigue la sección sobre el movimiento naturalmente acelerado:

«Consideremos ahora el movimiento naturalmente acelerado tal como se presenta en los cuerpos en su caída...»

«Ante todo, es de desear encontrar una definición que se ajuste, lo mejor posible, a los fenómenos naturales. Si bien es totalmente permisible inventar un tipo arbitrario de movimiento y estudiar su desarrollo (y algunos se han propuesto hélices y concoides como trayectorias descritas en ciertos movimientos —incluso sabiendo que no se presentan en la Naturaleza— y han discutido de una manera loable sus propiedades a partir de su definición), sin embargo, nosotros hemos decidido considerar los fenómenos de la caída libre de los cuerpos pesados con una aceleración *tal como la que tiene lugar en la Naturaleza*; y hacer que nuestra definición del movimiento acelerado presente las características esenciales de este tipo de movimiento natural acelerado. Y tenemos la esperanza de haberlo conseguido al fin, después de repetidos esfuerzos; nos hemos confirmado en esta creencia principalmente por la consideración de que los resultados experimentales están de acuerdo y corresponden, exactamente, con aquellas propiedades que hemos descrito.»

«Finalmente, en la investigación del movimiento naturalmente acelerado hemos sido llevados, como de la mano, por la observación cuidadosa del tratamiento y leyes de la propia Naturaleza en todas sus otras acciones, en las cuales acostumbra siempre a emplear los medios más fáciles y simples...»

«...Por esto, cuando observo una piedra inicialmente en reposo, cayendo desde una posición elevada y adquiriendo de un modo continuo nuevos incrementos de velocidad, ¿por qué no había yo de creer que tales incrementos se realizan de la manera más simple y fácil para todo el mundo? Si ahora examinamos la materia cuidadosamente, no encontramos adición o incremento más simple que aquel que se repite siempre del mismo modo. Podemos comprender esto fácilmente cuando consideramos la relación íntima entre tiempo y movimiento; ya que al igual que el movimiento uniforme se define y se piensa en términos de intervalos iguales de tiempo e iguales distancias (de este modo, llamamos movimiento uniforme, cuando las distancias recorridas en iguales intervalos de tiempo son iguales), también podemos, de una manera similar, pensar que los incrementos de velocidad son iguales para intervalos iguales de tiempo sin complicaciones... Y de esta manera, la definición del movimiento que vamos a estudiar, puede establecerse como sigue:

«Un cuerpo se dice que está uniformemente acelerado cuando partiendo del reposo adquiere incrementos iguales de velocidad en iguales intervalos de tiempo.»

En el pasaje anterior, Galileo ha estado hablando por sí mismo, como si estuviera en el papel de «un académico» que ha escrito un tratado sobre mecánica cuyos caracteres se tratan en el diálogo. Introdujo lo que es, en efecto, la moderna

definición de movimiento uniformemente acelerado (y de la propia aceleración): De igual modo que la velocidad fue definida como el incremento de distancia dividido por el incremento de tiempo,

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t},$$

también la aceleración se define como la variación de velocidad dividida por la variación de tiempo,

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t},$$

y un movimiento uniformemente acelerado es simplemente aquel cuya aceleración a es constante en cualquier intervalo de tiempo. Sin embargo, Galileo sabía, desde sus primeras luchas con el concepto de aceleración, que obviamente ésta era la única definición posible. Por ello, al llegar a este punto, inserta una discusión crítica que nos da una mayor claridad al problema de hacer una descripción razonable y matemática de la Naturaleza:

«*Sagredo:* Aunque no puedo ofrecer ninguna objeción racional a esta definición y, en verdad, a ninguna otra inventada por cualquier autor, sea quien sea, puesto que todas las definiciones son arbitrarias, puedo, sin ofender a nadie, dudar si una definición como la anterior, establecida de una manera abstracta, corresponde y describe aquella clase de movimiento acelerado que encontramos en la Naturaleza, en el caso de la caída libre de los cuerpos...»

La discusión vuelve ahora a la única contestación correcta a esta excelente pregunta, a saber: que la definición «arbitraria» de Galileo de aceleración es la más útil para describir los hechos experimentales del movimiento real observable. Existe una pequeña y significativa digresión cuando Sagredo propone:

«De estas consideraciones, quizá podemos obtener nosotros una contestación a la pregunta que ha sido argüida por los filósofos, a saber: cuál sea la *causa* de la aceleración del movimiento natural de los cuerpos pesados...»

Salviati aparta, sin más, esta persistente preocupación de los dos milenios anteriores con una simple afirmación de tipo moderno que, en líneas generales, nos lleva a preguntar primero acerca del «cómo» en vez del «por qué» del movimiento

y a no desperdiciar energías en una teoría de éste mientras se desconozca aún la ***ley descriptiva*** del movimiento:

«*Salviati:* Parece que ahora no es el momento más propicio para investigar la causa de la aceleración del movimiento natural respecto al cual han sido expresadas varias opiniones por distintos filósofos, explicándola algunos por la atracción al centro, otros por la repulsión entre las pequeñas partes del cuerpo, mientras que otros la atribuyen a una cierta presión del medio que le rodea, el cual, al cerrarse detrás del cuerpo que cae, lo empuja de una posición a otra. Ahora bien, todas estas fantasías, y otras muchas más, deberían ser examinadas; pero, realmente, no vale la pena. Por el presente es propósito de nuestro autor (Galileo), simplemente investigar y poner de manifiesto, siempre que sea posible, algunas de las propiedades del movimiento acelerado (cualquiera que sea la causa de esta aceleración).»

Galileo, entonces, analiza su decisión de que en el movimiento uniformemente acelerado, debe considerar el incremento de velocidad proporcional al tiempo transcurrido y no a la distancia recorrida, proposición que cumple, igualmente bien, su requisito de simplicidad. Admite que al principio aceptó la segunda alternativa, pero muestra, mediante una serie de plausibles experimentos, que nos pide imaginar (***experimentos mentales***, uno de los artificios más fructíferos de los métodos del científico) cómo tal movimiento hipotético no corresponde a la caída libre real.* En términos modernos, un movimiento en el que $\Delta v \propto \Delta s$ puede ***llamarse*** arbitrariamente movimiento uniformemente acelerado, pero en este caso la palabra «aceleración» no puede significar $a = \Delta v/\Delta t$ y no puede ser la misma constante que postulamos en la caída libre real.

Habiendo dispuesto de esta alternativa, Galileo podía ahora haber obtenido una serie de datos experimentales para demostrar que en caída libre —por ejemplo una piedra dejada caer desde una torre elevada— la magnitud medida $\Delta v/\Delta t$ permanece, ciertamente, constante para diversos intervalos de tiempo Δt durante el descenso. Esto hubiera aclarado todo. ¡Pero consideremos las dificultades experimentales en tal ataque directo! Hoy puede utilizarse un equipo de filmación a gran velocidad para registrar las posiciones sucesivas de la piedra que cae, a partir de las cuales puede construirse una gráfica de la distancia en función del tiempo. A partir de esta gráfica se podrían calcular los datos necesarios para una gráfica de la velocidad instantánea en función del tiempo y luego comprobar la hipótesis de que $\Delta v/\Delta t$ es constante en todo el movimiento. Pero en tiempos de Galileo, ni siquiera podía disponerse de un buen reloj para la medida de movimientos rápidos.

* Su argumento en este punto, aunque correcto en su conclusión, es erróneo en algunos detalles. Un estudio completo puede encontrarse en un artículo de Stillman Drake en el número de junio de 1970 del *British Journal for the History of Science.*

Siendo imposible experimentar sobre la caída libre rápida, Galileo vuelve ahora a una consecuencia más fácilmente comprobable de su hipótesis «cuya verdad será establecida cuando sus conclusiones se correspondan y concuerden exactamente con el experimento». Primero se convenció él mismo analíticamente de que una bola rodando por un plano inclinado liso obedece las mismas reglas que se aplican al movimiento de caída libre, que se trata de un caso «diluido» o menos rápido de dicho movimiento, cualquiera que sea su ley. Si se encuentra que la bola se mueve con aceleración constante, también deberá hacerlo un cuerpo en caída libre (aun cuando el valor numérico de la aceleración será, desde luego, diferente). Su atención, por tanto, se centró en un experimento simple. (Como este experimento se realiza, frecuentemente, con aparatos modernos en los cursos de física elemental, el alumno puede tener la oportunidad de juzgar por sí mismo, si Galileo pudo obtener la precisión que pretendía.)

«Tomemos una tabla de madera* de unos 10 codos de longitud, medio codo de anchura y tres dedos de espesor. En su extremo superior hacemos un canal en línea recta, de una anchura poco más que la de un dedo; este canal se suaviza frotándolo con pergamino, de manera que quede lo más pulido posible, para facilitar la rodadura por él de una bola muy redonda y lisa construida del bronce más duro. Ahora colocamos la tabla en una posición inclinada, elevando uno de los extremos uno o dos codos por encima del otro, y dejamos rodar la bola por el canal, anotando el tiempo requerido para el descenso. Repitamos esta experiencia más de una vez para estar seguros del tiempo de descenso y encontrar que la desviación entre dos observaciones nunca exceda una décima de pulsación. Habiendo llevado a cabo esta operación hasta estar seguros de su fiabilidad, dejemos rodar la bola desde una longitud 1/4 del canal, y al medir el tiempo de su descenso encontraremos que es precisamente la mitad del anterior. Probemos ahora otras distancias, comparando el tiempo empleado en recorrer la longitud total con el correspondiente a la mitad, dos tercios, tres cuartos o cualquier fracción de la misma. En tales experimentos repetidos hasta un centenar de veces, siempre encontraremos que las distancias recorridas están en la misma relación que los cuadrados de los tiempos, y esto se cumple para cualquier inclinación... del canal a lo largo del cual ha rodado la bola...»

«Para la medida del tiempo empleamos una gran vasija de agua colocada en una posición elevada; en la parte baja de esta vasija se soldó un tubo de vidrio de pequeño diámetro que daba un delgado chorro de agua que recogíamos en una copa durante el tiempo de cada descenso, tanto si correspondía a la longitud total del canal como si correspondía a una parte de ella; el agua así recogida se pesaba en una balanza de gran precisión; las diferencias y razones de estos pesos nos daban las diferencias y razones de los intervalos de tiempo, y esto con tal precisión

* *N. del T.*—En el original *scantling*, viga de pequeña sección utilizada por los carpinteros.

que, aunque la operación fuese repetida una y otra vez, no se obtenían discrepancias apreciables en los resultados.»

No conviene dejar de observar el retorcido ingenio del argumento. Incluso en estos experimentos del plano inclinado no era posible comprobar directamente si $\Delta v/\Delta t$ era constante, ya que ello exigiría medidas directas de las velocidades instantáneas, mientras que Galileo sólo podía medir directamente distancias e intervalos de tiempo. Justamente por esta razón, Galileo dedicó una porción considerable de ***Dos nuevas ciencias*** a la deducción de diversas relaciones entre distancia, tiempo, velocidad y aceleración, equivalentes a las ecuaciones ya presentadas en la sec. 6.7. En particular, estableció un teorema según el cual, ***en el movimiento uniformemente acelerado, partiendo del reposo, la distancia recorrida es proporcional al cuadrado del tiempo de descenso*** (Ec. 6.5). Éste fue, precisamente, el resultado que Galileo decía haber encontrado en su experimento del plano inclinado y, por tanto, llegó a la conclusión de que el movimiento es, en verdad, uniformemente acelerado.

Es fácil criticar el relato de Galileo de su experimento con el fundamento de que sus resultados no pueden aplicarse a la caída libre. Por ejemplo, si se aumenta suficientemente la inclinación del plano (o tabla de madera), la bola comienza a deslizarse al mismo tiempo que rueda y no es evidente que se puedan extrapolar los valores de la aceleración encontrados para diversos ángulos de inclinación al valor encontrado por caída libre en los planos verticales. Por este motivo, Galileo no registró un valor numérico de la aceleración, ni para la bola que rueda ni para la caída libre.*

Aunque la comprobación experimental, completa, del punto de vista de Galileo sobre la forma en que los cuerpos se mueven se verificaría más tarde, lo importante es que se estableció claramente, con demostraciones y razonamientos plausibles, y fue expuesta en forma que podía ser cuantitativamente comprobada. Recapitulemos ahora estos resultados:

1) Cualquier cuerpo en movimiento sobre un plano horizontal sin rozamiento continuará moviéndose indefinidamente con la misma velocidad (ley de la inercia).

2) En caída libre a través del vacío todos los objetos —de cualquier peso, tamaño o constitución— caen una distancia determinada en el mismo tiempo.

---

* Un valor aproximadamente equivalente al valor actual de $g = 9{,}8\ \text{m/s}^2$ para la caída libre fue obtenido por vez primera por Christian Huygens.

3) El movimiento de un objeto en caída libre o rodando hacia abajo sobre un plano inclinado, es uniformemente acelerado, es decir, se obtienen incrementos iguales de velocidad en tiempos iguales.

Estas leyes no son suficientes por sí mismas para constituir una ciencia completa del movimiento, pero ciertamente son un buen punto de partida. Como Sagredo decía a Salviati al concluir la discusión del «tercer día» en *Dos nuevas ciencias:*

«...Los teoremas establecidos en esta breve discusión, si llegan a manos de otros investigadores conducirán continuamente a nuevos y maravillosos conocimientos. Es concebible que, de tal manera, un tratamiento digno pueda extenderse gradualmente a todos los dominios de la Naturaleza...»

«Durante este largo y laborioso día he disfrutado de estos teoremas simples más que de sus demostraciones, muchas de las cuales, para su comprensión completa, exigirían más de una hora cada una; este estudio, si tú eres tan amable de dejarme el libro, lo efectuaré en mis ratos de ocio después que haya leído la porción restante que trata del movimiento de proyectiles; y si estás de acuerdo conmigo, lo emprenderemos mañana.»

«*Salviati*: No dejaré de estar contigo.»

Problemas

Problema 7.1 Leer en *Dos nuevas ciencias*, de Galileo, el «Tercer día» para ver los argumentos que le indujeron a pensar que la ley del movimiento para el plano inclinado es la misma que la de la caída libre. (Veáse la traducción de H. Crew y A. de Salvio.)

Problema 7.2 Anotar los distintos pasos que hemos reseñado en este capítulo, que condujeron a Galileo de su primera definición de movimiento uniformemente acelerado a la confirmación de que esta definición es útil para describir el movimiento de los cuerpos que caen libremente. ¿Qué limitaciones e idealizaciones se introducen en el argumento?

Problema 7.3 Leer, en *Dos nuevas ciencias*, el «Tercer día», de Galileo, hasta el teorema IV. Resumir, del modo más conciso posible, el argumento que le lleva a la conclusión de que la aceleración a de un objeto que se desliza por un plano

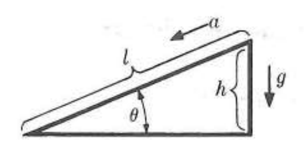


Figura 7.1

inclinado liso es a la aceleración g de la caída libre, como la altura h del plano, es a su longitud l; esto es, $a = g$ sen θ (figura 7.1).

Problema 7.4 Resumir los métodos específicos de ataque y de solución que se deducen de esta discusión del trabajo de Galileo sobre los cuerpos que caen libremente.

Textos recomendados para lecturas posteriores

C. B. Boyer, «Aristotle's Physics», *Scientific American*, págs. 48-51 (mayo de 1950).

E. A. Burtt, *The Metaphysical Foundations of Modern Physical Science*, capítulo III.

Galileo Galilei, resumido de *Las dos nuevas ciencias*, traducido por Hurd & Kipling, *The Origins and Growth of Physical Science*, vol. 1, págs. 163-177.

L. Geymonat, *Galileo Galilei, a Biography and Inquiry into his Philosophy of Science*, traducido del italiano con notas y apéndices de S. Drake, prólogo de G. de Santillana; New York, McGraw-Hill, 1965.

E. C. Kemble, *Physical Science*, capítulo 6.

M. Wertheimer, *Productive Thinking*, New York: Harper, 1945. Los procesos mentales que pueden haber guiado a Galileo en su desarrollo de las leyes del movimiento se tratan aquí desde el punto de vista de la psicología Gestalt.

A. N. Whitehead, *Science and the Modern World*, New York: Macmillan Co., 1925; reimpresión de Mentor, capítulo I.

Fuentes, interpretaciones y trabajos de referencia

Física de Aristóteles, traducida por H. G. Apostle, Boomington, Indiana: Indiana University Press, 1969.

M. Clagett, *The Science of Mechanics in the Middle Ages*, Madison, Wisconsin: University of Wisconsin Press, 1959.

A. C. Crombie, *Medieval and Early Modern Science*, Garden City, N.Y.: Doubleday Anchor Books, vol. II, págs. 121-166.

E. J. Dijksterhuis, *The Mechanization of the World Picture*, traducido por C. Dikshoorn, New York: Oxford University Press, 1961.

S. Drake e I. E. Drabkin, *Mechanics in Sixteenth Century Italy: Selections from Tartaglia, Benedetti, Guido Ubaldo and Galileo*, traducido con anotaciones, Madison, Wisconsin: University of Wisconsin Press, 1969.

S. Drake, «Uniform acceleration, space, and time», *British Journal for the History of Science*, vol. 5, págs. 21-43 (1970).

S. Drake, *Galileo Studies, Personality, Tradition, and Revolution*, Ann Arbor, Michigan: University of Michigan Press, 1970.

Galileo Galilei, *On Motion* y *On Mechanics*, traducido por I. E. Drabkin y S. Drake, Madison, Wisconsin: University of Wisconsin Press, 1960.

Galileo Galilei, *Dialogues Concerning Two New Sciences* (First and Third Days), traducido por H. Crew y A. de Salvio, New York: Dover Publications, 1952.

E. Grant, «Bradwardine and Galileo: equality of velocities in the void», *Archive for History of Exact Sciences*, vol. 2, págs. 344-364 (1962-1966).

W. C. Humphreys, «Galileo, falling bodies, and inclined planes. An attempt at reconstructing Galileo's discovery of the law of squares», *British Journal for the History of Science*, vol. 3, págs. 225-244 (1967).

A. Koslow, *The Changeless Order*, New York: Braziller, 1967 (resúmenes de los escritos de Platón, Aristóteles, Descartes y Galileo), págs. 1-63.

A. Koyré, *Documentary History of the Problem of Fall from Kepler to Newton*, Philadelphia: American Philosofical Society, 1955.

A. Koyré, *Metaphysics and Measurement*, Cambridge: Harvard University Press, 1968

Ernst Mach, *The Science of Mechanics*, traducido por T. J. McCormack del alemán, LaSalle, Illinois: Open Court Publishing Co., 6ª edición, 1960 (la primera edición alemana fue publicada en 1883), págs. 151-181.

W. Wallace, «The enigma of Domingo de Soto: Uniformiter difformus and falling bodies in late medieval physics», *Isis*, vol. 59, págs. 384-401 (1968).

M. W. Wartofsky, «All fall down: the development of the concept of motion from Aristotle to Galileo» págs. 419-473 en su *Conceptual Foundations of Scientific Thought*, New York: Macmillan, 1968.

Capítulo 8

Movimiento de los proyectiles

Volviendo ahora al movimiento más general de proyectiles, dejaremos el caso, relativamente simple, de los movimientos según una *línea recta* y ampliaremos nuestros métodos para tratar del movimiento *en un plano*. Todo nuestro conocimiento de este campo, típica e históricamente importante, descansa en un descubrimiento de gran alcance: El movimiento observado de un proyectil puede considerarse como el resultado de combinar dos movimientos *por separado*, que tienen lugar *simultáneamente*; una componente del movimiento es una traslación horizontal sin aceleración, mientras que la otra, es un movimiento acelerado vertical que se rige por las leyes de la caída libre. Además, estas componentes no interfieren entre sí; por el contrario, la resultante en un momento cualquiera no es más que el efecto de la superposición de ambas componentes.

De nuevo fue Galileo quien perfeccionó esta materia en la sección «El cuarto día» que sigue inmediatamente a las selecciones de *Dos nuevas ciencias* que fueron presentadas en nuestro último capítulo. Vamos a rehacer sus argumentos originales para obtener conclusiones algo más generales e ilustrar, mediante un estudio laborioso y de investigación, cómo puede aumentar la comprensión de un problema complejo. En los capítulos posteriores será usualmente necesario que el lector suministre algunas de las etapas intermedias de un problema; por tanto, este esfuerzo resultará una buena inversión. Así, si el cap. 7 representó un capítulo históricamente inclinado, éste podía llamarse, realmente, dirigido.

8.1 Proyectil lanzado horizontalmente

Podemos comenzar con dos experimentos simples, pero quizás sorprendentes:

a) Si observamos un aeroplano en vuelo horizontal y uniforme que arrojase un pequeño objeto pesado, veríamos que (prescindiendo del rozamiento del aire)

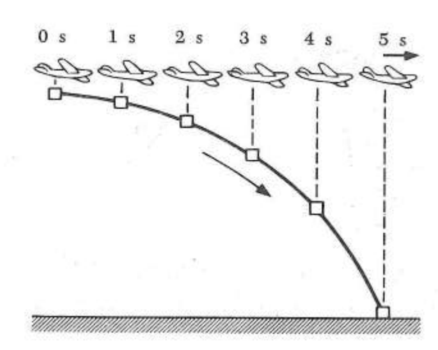


Fig. 8.1 Posiciones sucesivas de un objeto lanzado desde un aeroplano.

dicho objeto se encuentra siempre *directamente debajo del aeroplano*, aunque, por supuesto, cada vez más cerca de la Tierra (fig. 8.1). Si presenciásemos este suceso desde un globo, muy alto y por encima directamente de esta región, sólo veríamos la parte (componente) horizontal del movimiento; y si desde allí pudiéramos ver el objeto, pensaríamos que viaja directamente con el aeroplano en lugar de caer alejándose de él. Una consecuencia clara de esto es que la *componente horizontal del movimiento del objeto continúa lo mismo que en el momento de soltarlo desde el aeroplano* (invariable, como sugiere la ley de la inercia), aunque se le haya superpuesto una velocidad siempre creciente hacia abajo.

b) En el segundo experimento, colocamos dos esferas iguales en el borde de una mesa (fig. 8.2). En el mismo instante en que a una de ellas se le da un fuerte impulso horizontal, de manera que salga disparada rápidamente describiendo una amplia trayectoria* curva, tocamos suavemente a la otra para que caiga directamente al suelo. ¿Qué esfera llegará antes a él?

La experiencia enseña que las esferas llegarán al suelo a la vez, cualquiera que sea la velocidad horizontal de la esfera que hemos impulsado; además, en su recorrido, las dos esferas se encuentran siempre a la misma altura, aunque —por supuesto— la distancia horizontal entre ellas va aumentando gradualmente por tener una de ellas una gran velocidad horizontal (que según el experimento anterior no es de prever que disminuya) y, la otra, ninguna. La conclusión es, pues, que *la componente vertical del movimiento es totalmente independiente de cualquier movimiento horizontal que le acompañe.*

La conclusión de ambos experimentos es que el movimiento en un plano puede descomponerse en dos: la componente horizontal y la vertical; y en el caso de

* Por trayectoria entendemos el camino recorrido por un proyectil bajo la acción de la gravedad.

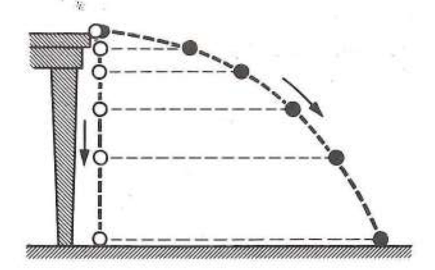


Fig. 8.2 Las componentes horizontal y vertical del movimiento son independientes.

proyectiles (objetos, esferas, etc.) que se muevan cerca de la Tierra, estas dos componentes del movimiento son independientes. Esto nos permite responder a algunas preguntas sobre el movimiento de nuestros proyectiles, siendo la más simple: ¿A qué distancia del punto de partida llegará al suelo el objeto o la segunda esfera? Durante el tiempo de caída, por ejemplo t segundos, la componente horizontal, invariable del movimiento, transportará el proyectil a una distancia igual al producto de la velocidad inicial que se le comunicó en el momento del lanzamiento por el tiempo t, simultáneamente, la componente vertical creciente contribuye a un desplazamiento hacia abajo que corresponde a la distancia de caída libre durante dicho tiempo t bajo la influencia de la aceleración de la gravedad g. Si expresamos con el subíndice x todas las componentes horizontales y con el y las verticales, como se indica en la fig. 8.3, podemos volver a escribir las afirmaciones anteriores más concisamente:

$$s_x = v_{0x}t \qquad \text{o sea} \qquad s_x = v_x t, \tag{8.1}$$

ya que $v_{0x} = v_x$, pues por hipótesis el movimiento horizontal no es acelerado; además,

$$s_y = \tfrac{1}{2}\, gt^2, \tag{8.2}$$

ya que v_{0y} se supuso igual a cero: el movimiento inicial en el momento del lanzamiento tenía lugar sólo en dirección horizontal.

Si t es el tiempo total real de «vuelo», el valor de s_x calculado es el llamado *alcance* del proyectil, y s_y la distancia de caída; pero nuestra cuestión no es s_x ni s_y. Si deseamos obtener el desplazamiento total a partir del punto de partida (magnitud que llamaremos s), basta observar la fig. 8.3 para resolver el problema. Por el teorema de Pitágoras, para el desplazamiento en un plano,

$$s = \sqrt{s_x^2 + s_y^2}. \tag{8.3}$$

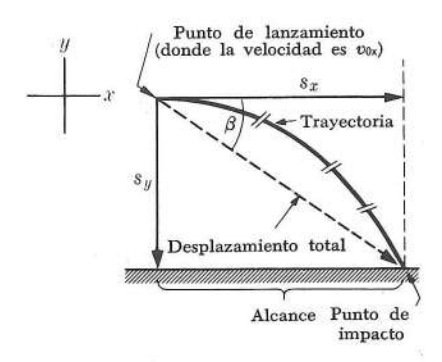


Fig. 8.3 Trayectoria y desplazamiento total de un proyectil.

Sustituyendo valores, resulta

$$s = \sqrt{(v_{0x}t)^2 + (\tfrac{1}{2}gt^2)^2}.$$

Para obtener una respuesta numérica debemos conocer, por tanto, la velocidad inicial y el tiempo de vuelo, aparte del valor de g, que en todo nuestro trabajo se supondrá igual a 9,8 m/s^2.

Además, el ángulo β que la dirección s forma con la horizontal viene claramente dado* por $\text{tg}\beta = s_y/s_x$. Éste es el ángulo que debe tener el «punto de mira» para determinar el instante justo de liberación de este proyectil desde el aeroplano. Un problema más difícil que ahora no intentaremos resolver es el cálculo, no del *desplazamiento* total, sino de la longitud real a lo largo de la trayectoria curva. Es una cuestión poco importante para nosotros, mientras que el alcance s_x y la distancia s_y son las magnitudes más buscadas; sin embargo, podemos deducir un resultado interesante sobre la forma de la trayectoria. Según las ecuaciones (8.1) y (8.2),

$$s_x = v_{0x}t, \qquad \therefore\ t = \frac{s_x}{v_{0x}} \quad \text{y} \quad t^2 = \frac{s_x^2}{v_{0x}^2}.$$

Pero

$$s_y = \tfrac{1}{2}gt^2 = \tfrac{1}{2}g\left(\frac{s_x^2}{v_{0x}^2}\right),$$

* Véase Apéndice V para un resumen de relaciones trigonométricas.

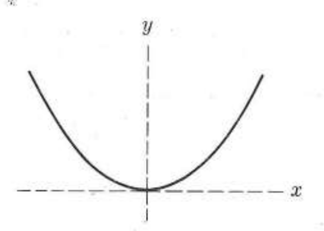


Fig. 8.4 Gráfica de la ecuación y = (const. positiva)·x^2.

que podemos escribir en la forma

$$s_y = \left(\frac{g}{2v_{0x}^2} \right) s_x^2 \, . \tag{8.4}$$

Como las magnitudes comprendidas dentro del paréntesis son constantes en el movimiento de un proyectil particular, resulta que s_y es proporcional a s_x^2; por tanto, $s_y = ks_x^2$, siendo $k = (g/2v_{0x}^2)$. Esta ecuación, de acuerdo con la geometría analítica de Descartes, corresponde, simplemente, a una parábola, como indica la fig. 8.4.

Problema 8.1 Representar en papel milimetrado la ecuación $y = (-\frac{1}{3})\ x^2$. a) Dar a x sólo valores +; b) dar a x valores tanto + como −. Recordar el convenio de que para distancias por encima del origen o a la derecha del origen se asignan valores+; para distancias por debajo o a la izquierda del origen, se asignan valores −.

Después de que Galileo dedujera la naturaleza parabólica de la trayectoria del proyectil, siguiendo un argumento análogo al que hemos utilizado nosotros, la comprensión de su movimiento fue ya cosa fácil, pues hacía tiempo que los matemáticos habían establecido las propiedades geométricas de la parábola buscando los principios de la geometría abstracta. Encontramos aquí una primera clave para tres hechos importantes de la física moderna: 1. Si podemos expresar cuantitativamente los fenómenos y moldear la relación entre observables en forma de ecuación, podremos comprender el fenómeno de una sola ojeada, manipularlo mediante las leyes de la matemática y abrir así camino al descubrimiento de nuevas verdades referentes a este conjunto de fenómenos. Por ejemplo, si se ha visto que las trayectorias son parabólicas y fuese necesario calcular la longitud de la trayectoria real a lo largo de la curva podríamos, con toda confianza, calcularla por medio de alguna fórmula que nos propusiera un matemático quien, posiblemente no habría nunca visto el movimiento real de un proyectil, pero que hubiera estudiado a fondo las parábolas. 2. En consecuencia, siempre hay una necesidad imperiosa de un sis-

tema bien desarrollado de matemáticas puras del cual pueda extraer el físico las que necesite. 3. Vemos así por qué el físico intenta siempre tratar sus problemas de forma que sean aplicables los métodos de cualquier otra rama de la ciencia para ayudarle en su resolución. Y así, igual que Galileo utilizó las propiedades matemáticas conocidas de las parábolas para el estudio del movimiento real del proyectil, también la ingeniería acústica moderna utiliza el esquema matemático desarrollado independientemente por los ingenieros eléctricos para la resolución de sus problemas específicos. Se ha demostrado que, cualesquiera que sean los métodos de una rama de la ciencia, se pueden utilizar, de un modo provechoso, en otras especialidades.

Queda aún otra cuestión relacionada con nuestro movimiento de proyectiles: ¿Cuál es la velocidad real del objeto móvil, un tiempo t después de lanzado? Impulsados por nuestros dos experimentos iniciales y por el razonamiento que nos llevó a la Ec. (8.3), representaremos las dos componentes observadas de la velocidad real en distintas porciones de la trayectoria [figura 8.5 (a)]. En cada uno de los tres puntos seleccionados la componente horizontal de velocidad $v_{0x} = v_x =$ constante, pero la componente vertical crece linealmente desde $v_{oy} = 0$ hacia valores cada vez mayores de acuerdo con la ley de los cuerpos que caen, $v_y = v_{oy} + gt$, que en este caso se reduce a $v_y = gt$. Nuestros experimentos demuestran que v_x y v_y no se perturban mutuamente, pero esto no nos indica cuál es la velocidad real v en un punto cualquiera de la trayectoria. Un importante descubrimiento de Galileo fue que el efecto total de ambas componentes de la velocidad, es decir, la velocidad real v podía componerse a partir de v_x y v_y por el mismo esquema simple que nos permitió encontrar s cuando se conocían s_x y s_y. En la fig. 8.5 (b) la velocidad en el punto C se construye completando el paralelogramo (en este caso un simple rectángulo, ya que v_x y v_y son perpendiculares) formado por las flechas correspondientes a v_x y

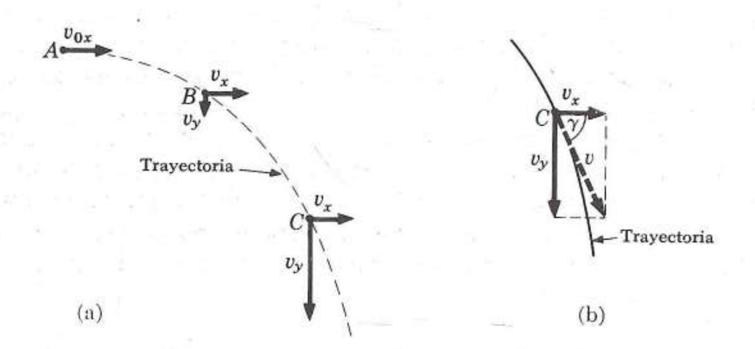


Fig. 8.5 La velocidad real v puede ser compuesta a partir de sus componentes v_x y v_y.

v_y; la velocidad total o «real» viene indicada por la diagonal v, la cual es, en cada punto, tangente a la trayectoria instantánea del proyectil y tiene el valor

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}. \tag{8.5}$$

En consecuencia, la dirección instantánea del movimiento en el punto C puede especificarse en función del ángulo γ comprendido entre v y la dirección horizontal, y viene dado por

$$\text{tg } \gamma = \frac{v_y}{v_x}. \tag{8.6}$$

Este es un postulado ***confirmado por la experiencia***, que en lenguaje formal nos dice: La velocidad instantánea de un proyectil y su dirección de movimiento en un instante cualquiera se pueden obtener ***componiendo según la regla del paralelogramo las dos componentes independientes*** v_x y v_y y la resultante v viene dada, en dirección, sentido y magnitud por la diagonal del paralelogramo, tal como se indica en la fig. 8.5 (b).

Este ***principio de la superposición de las componentes de la velocidad*** es tan simple como evidente, pero resulta engañoso. La ***única*** justificación para postular las ecuaciones cruciales (8.5) y (8.6) es que se trata de descubrimientos esencialmente confirmados por la experiencia. De una forma u otra los principios de superposición son artificios tan simplificadores que puede parecer que se ha esperado demasiado de ellos; sin embargo, los fenómenos naturales presentan, a veces, estas características y es prácticamente inconcebible que la física se hubiera embarcado en la empresa de hacer grandes descubrimientos, desde la época de Galileo, sin haber intuido muchos de estos «simples» principios.

Ejemplo 1. Se arroja una piedra desde un avión en vuelo horizontal y con velocidad de 200 m/s. Si la piedra llega al suelo 5 s después, ¿desde qué altura se dejó caer? ¿Cuál es el alcance de este proyectil? ¿Cuál ha sido su desplazamiento total, y su velocidad al llegar al suelo? Traduciendo al lenguaje matemático, tendremos: $v_{0x} = 200$ m/s, $v_{0y} = 0$, $t = 5$ s, $s_x = ?$, $s_y = ?$, $s = ?$, $v = ?$ Supongamos que $g = 9{,}8$ m/s^2 (con frecuencia, es suficientemente aproximado $g = 10$ m/s^2) y que la resistencia del aire sobre el proyectil es tan pequeña que su movimiento horizontal no viene afectado y su movimiento vertical permanece uniformemente acelerado. Estas dos hipótesis últimas, como se ha demostrado experimentalmente, se cumplen perfectamente en los primeros segundos, pero con el tiempo dejan de cumplirse.

Resolviendo, encontramos:

$$s_y = \tfrac{1}{2}gt^2 = 125 \text{ m}, \; s_x = v_{0x}t = 1000 \text{ m}, \; s = \sqrt{125^2 + 1000^2} \text{ m},$$

y así sucesivamente.

8.2 Introducción a los vectores

El estudio anterior ha agotado toda cuestión que valga la pena plantear ahora sobre el movimiento de proyectiles, ***siempre que el movimiento se inicie con una velocidad horizontal*** y no haya componente vertical alguna. Ahora estudiaremos el caso general, es decir, el movimiento de proyectiles con todas las condiciones iniciales posibles de velocidad, sin despreciar los proyectiles disparados por un cañón que apunta con un ángulo por encima o por debajo de la línea horizontal. Nuestro interés aquí no es precisamente utilitario: aquellos aspectos de la ciencia que los hombres aprovechan para dirigir las armas contra sus semejantes son, seguramente, los más deplorables. En su lugar, consideraremos esta exposición como una formulación típica de un esquema general amplio y fructífero para manipular todos los casos posibles específicos de un problema. Además, en este laborioso esfuerzo tendremos que desarrollar o inventar algunos conceptos físicos nuevos de utilidad permanente.

Imaginemos ahora el progreso de un proyectil que deja el ánima de un cañón con una velocidad inicial v_0 formando un ángulo θ con la horizontal [figura 8.6 (a)], se eleva hasta cierta altura h y después cae en un valle situado bajo el horizonte. Las componentes horizontal y vertical de la velocidad inicial v_{0x} y v_{oy} pueden calcularse por ***descomposición*** a partir de v_0 y del ángulo θ, utilizando la misma aproximación trigonométrica que nos condujo a la proporción inversa, la ***composición*** de v a partir de v_x y v_y.

$$\begin{aligned} \text{Componente horizontal de } v_0 &= v_{0x} = v_0 \cos \theta, \\ \text{Componente vertical de } v_0 &= v_{0y} = v_0 \operatorname{sen} \theta, \end{aligned} \tag{8.7}$$

Como antes, v_{0x} permanece también igual al valor de la componente horizontal v_x en todos los puntos posteriores, incluyendo las seis posiciones indicadas. (F se refiere a la situación justamente anterior al choque del proyectil.) Por otra parte, v_{oy} a partir del punto A disminuye progresivamente a medida que el proyectil se eleva en contra de la aceleración de la gravedad, opuesta y dirigida hacia abajo, hasta que en el punto C, $v_y = 0$. Desde este punto en adelante, v_y deja de apuntar hacia arriba, pues se invierte y se hace cada vez mayor en la forma previamente examinada. ***Esta componente vertical*** evolucionaría exactamente igual si v_{0x} hubiera sido cero, es decir, si nos refiriésemos, por ejemplo, a una piedra lanzada verticalmente hacia arriba desde el borde de un acantilado con el mismo valor inicial de v_{oy} [fig. 8.6 (b)].

Ahora surge la cuestión de calcular la velocidad real total v del proyectil en la fig. 8.6 (a) en cierto punto B. Tenemos la seguridad de que en B, como en cualquier otra parte, $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$ (y si no estuviéramos seguros, un experimento com-

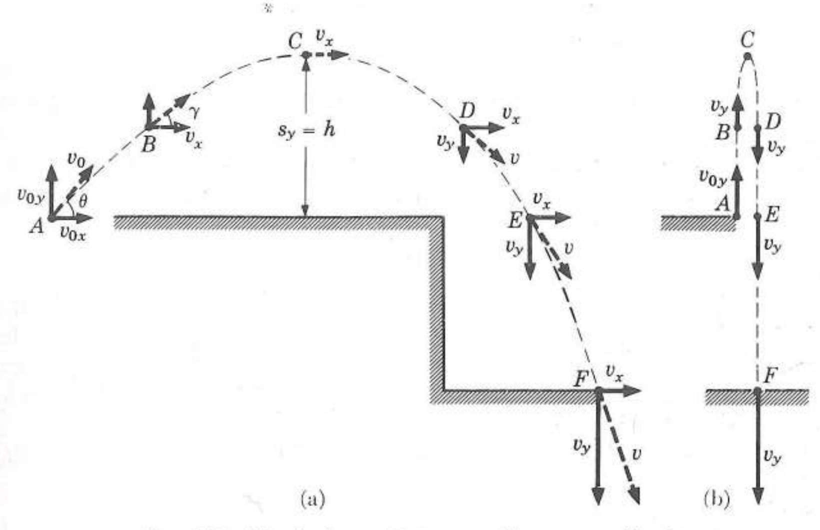


Fig. 8.6 Movimiento de proyectiles generalizado.

probaría este punto). En B, v_x es todavía igual en magnitud a v_{0x} y, por tanto, igual a $v_0 \cos \theta$. Pero cuando volvemos a la componente vertical encontramos que su magnitud inicial ha ido decreciendo entre los puntos A y B con deceleración constante debido al impulso de la gravedad en dirección opuesta al movimiento. Podemos, por consiguiente, considerar v_y en B como una componente de velocidad constante v_{oy} disminuida por una componente creciente de signo contrario, de magnitud gt, en donde t es el tiempo necesario para alcanzar el punto B (véase fig. 8.7 en «B»). En el punto C, evidentemente $v_y = 0$, ya que el término gt se hace exactamente igual a v_{oy}. Más allá de dicho punto, resulta algo incierto el cálculo de v_y a partir de v_{oy}, t y g, y debemos recurrir a un esquema geométrico.

Consideremos la fig. 8.6 (b). Cada flecha que representa v_y en cualquier punto, puede imaginarse como el resultado de una simple adición o sustracción de la longitud de otras dos flechas que representan, respectivamente, la velocidad constante v_{oy} (hacia arriba) y el efecto acumulativo de la gravedad, gt, hacia abajo (fig. 8.7).

$v_y = v_{0y} + gt$ (en B) $\qquad v_y = v_{0y} + gt$ (en E)

Figura 8.7

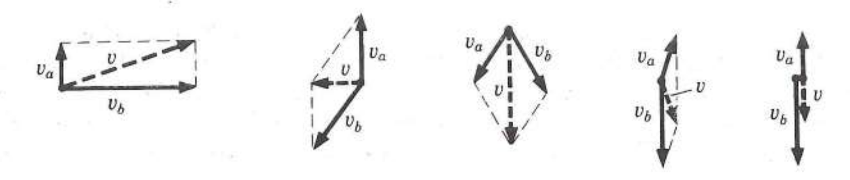


Fig. 8.8 Método gráfico para sumar dos vectores velocidad.

Pero éste es, justamente, un caso especial de un esquema general de suma de magnitudes, tales como desplazamientos (como se hizo en la sec. 8.1) y velocidades, esquema debido a Galileo que empleamos, previamente, para obtener v a partir de v_x y v_y; no importa si las velocidades que actúan simultáneamente sobre el proyectil lo hacen en ángulo recto (como antes), a lo largo de la misma línea (como ahora que consideramos sólo la componente *vertical*) o formando un ángulo cualquiera; en todo caso encontraremos la velocidad total resultante por el denominado método de construcción del paralelogramo. En esta construcción, las flechas que representan las dos componentes de la velocidad se dibujan a escala (por ejemplo, 1 cm = 10 m/s) sobre el papel en la relación correcta con orígenes comunes, se completa el paralelogramo y se traza la diagonal desde el punto de contacto de las dos flechas hasta el vértice opuesto; esta diagonal da a la escala utilizada la magnitud y la dirección de la velocidad total resultante.

La fig. 8.8 muestra varios casos hipotéticos en los que v es la resultante de dos componentes v_a y v_b. El primero de estos ejemplos nos es familiar. El último es un caso particular del que le precede; las dos componentes están en sentidos opuestos a lo largo de una recta y el dibujo de un paralelogramo claro se hace prácticamente imposible, aunque el resultado es, obviamente, el mostrado. De igual modo, si el ángulo que forman v_a y v_b en el tercer esquema se redujera a cero, la resultante v crecería hasta alcanzar la suma numérica de las componentes. Las magnitudes que permiten tal método gráfico de adición se llaman *vectores*; además del desplazamiento y la velocidad, encontraremos otras muchas magnitudes vectoriales, especialmente fuerzas. En todo caso, el método de suma de vectores (es decir, la determinación de la resultante de dos componentes separadas) es este método del paralelogramo basado en una simple ley de superposición.*

8.3 Caso general del movimiento de proyectiles

Pronto tendremos amplia oportunidad de utilizar la adición de vectores en otros contextos, pero de momento es suficiente considerar el esquema de la fig. 8.7

* Para un ulterior estudio de vectores, véase el Apéndice IX.

como una reafirmación del caso particular de suma de vectores indicado en el último dibujo de la fig. 8.8. Se nos ocurre un convenio sencillo que obvie la inevitable inexactitud y el esquema un tanto embrollado inherentes a dibujar a escala estas flechas para hallar en cada caso la resultante. Si convenimos en dar valores ***positivos*** a las cantidades representadas por una flecha hacia arriba y ***negativos*** a las dirigidas en sentido contrario, podremos emplear la sencilla ecuación

$$v_y = v_{0y} + gt \tag{8.8}$$

en su forma original para calcular v_y en cualquier momento t después de iniciado el movimiento del proyectil. Un vistazo a la fig. 8.7 mostrará, cualitativamente, que esta ecuación, junto con dicho convenio, asegura el cálculo correcto de los valores numéricos de v.

Ejemplo 2. Mediante un fusil inclinado 60° sobre la horizontal se lanza un proyectil con una velocidad inicial v_0 de 1000 m/s. a) ¿Cuánto vale v_y al cabo de 20 s de vuelo? b) ¿Cuál es la velocidad total v del proyectil al cabo de estos 20 s? c)¿Qué ángulo forma, entonces, con la horizontal?

Solución: a) $v_y = v_{oy} + gt$, donde $v_{oy} = v_0$ sen $\theta = 870$ m/s (valor positivo); $gt = 10\,(\mathrm{m/s^2}) \times 20\ \mathrm{s} = 200$ m/s, magnitud ***dirigida siempre hacia abajo*** y, por tanto, según nuestro convenio, de signo negativo, es decir, –200 m/s. Por consiguiente, $v_y = 870$ m/s + (–200) m/s = 670 m/s. [El hecho de que este resultado tenga signo positivo, significa que la velocidad está todavía dirigida hacia arriba; esto significa que estamos en una posición de la trayectoria semejante a la del punto *B* en la fig. 8.6 (a).] b) Para calcular v mediante $\sqrt{v_x^2 + {}_y^2}$ y después el ángulo a partir de tg $\gamma = v_y/v_x$, determinamos v_x de $v_x = v_{0x} = v_0$ cos θ (continúa como ejercicio).

Ejemplo 3. ¿Cuánto tiempo tardará el mencionado proyectil en alcanzar el punto más elevado? La solución de esta cuestión descansa en el hecho de que $v_y = 0$ en el punto más alto de la trayectoria, es decir, en el punto *C* de la fig. 8.6 (a). Entonces $gt = -v_{oy}$, según la Ec. (3.8), o sea $(-10 \times t)$m/s = –870 m/s, y, en consecuencia, $t = -870/(-10)$ s = 87 s. (Sospechamos que en tales condiciones las realidades físicas del rozamiento del aire hacen, indudablemente, nuestros cálculos muy académicos.)

Ejemplo 4. ¿Cuánto vale la componente vertical v_y de la velocidad de este proyectil, después de 174 s?

$(v_{oy}t)$ + $(\frac{1}{2}gt^2)$

s_y =

Figura 8.9

Solución: De la Ec. (8.8) resulta $v_y = 870$ m/s + (−10 × 174) m/s = 870 m/s −1740 m/s = −870 m/s (negativo = hacia abajo). En resumen, después de un tiempo igual al que se necesitó para alcanzar la parte más alta de la trayectoria, la componente de la velocidad hacia abajo es numéricamente igual, pero de sentido contrario al de la componente vertical inicial. Esto se representa en el punto *E*, fig. 8.6.

Los dos últimos ejemplos justifican la conveniencia de conceder el signo menos permanentemente al valor de *g*, o sea, $g = -9{,}8$ m/s^2 en todos los casos y, de ese modo eliminamos la tentación de cambiar el signo más de la Ec. (8.8) en cualquier momento. Así lo haremos en adelante.

Sin embargo, el lector puede preguntar por qué no adoptamos antes este criterio en la sec. 8.1, o, puesto que no lo hicimos de esta manera entonces, si las conclusiones obtenidas no eran erróneas. La respuesta es que nuestro convenio de signos + y − es arbitrario y podría cambiarse totalmente con tal de que distinguiésemos en el cálculo numérico entre componentes «arriba» y «abajo». En la sec. 8.1, donde v_{oy} se mantuvo igual a cero, sólo aparecen componentes de la variedad «hacia abajo»; por tanto, no había necesidad de introducir un convenio de signos diferenciador.

Con este tratamiento de un tipo de componentes vectoriales como base, sólo hemos de señalar que el mismo convenio de signos aplicado a las componentes del *desplazamiento* nos permitirá resolver, en forma similar, todos los problemas relacionados con la altura de una trayectoria, el alcance, etc. Después de todo, los desplazamientos son también magnitudes vectoriales en el sentido de que pueden representarse por flechas y pueden, a su vez, sumarse (componerse) o desconponerse según el mismo esquema simple del paralelogramo que utilizamos para las velocidades. Por ejemplo, nuestro uso del teorema de Pitágoras en la Ec. (8.3) muestra, claramente, este aspecto vectorial del desplazamiento. Otro ejemplo puede ser la deducción gráfica de s_y en el punto *B* de la fig. 8.6, como se indica en la fig. 8.9.

Por tanto, s_y también alcanzará valores positivos si se representa por una flecha que apunta hacia arriba, es decir, cuando el desplazamiento corresponde a un punto por encima del nivel del lanzamiento del proyectil; y s_y tomará valores negativos para los desplazamientos medidos en el sentido opuesto. Por tanto, podemos usar, en su forma original, las ecuaciones pertinentes correspondientes al desplazamiento, tales como

$$s_y = v_{0y}t + \tfrac{1}{2}gt^2, \tag{8.9}$$

siempre que, de nuevo, sustituyamos en nuestros cálculos *g* por el valor −9,80 m/s^2.

Ejemplo 5. El proyectil mencionado en los ejemplos anteriores, cae en un valle 300 m por debajo del nivel del arma. ¿Cuánto tiempo estuvo en el aire y cuál fue su alcance? Traduciendo los datos al lenguaje matemático, recordemos que $v_0 = 1000$ m/s a 60°; por tanto, $v_{oy} = 870$ m/s, $v_{0x} = 500$ m/s; $g = 10$ m/s^2. A esto añadiremos que $s_y = -300$ m (el signo negativo indica que el desplazamiento vertical corresponde a un punto ***por debajo*** del nivel de disparo), $t = ?$, $s_x = ?$

La Ec. (8.9) puede escribirse en la forma: $\frac{1}{2}gt^2 + v_{oy}t - s_y = 0$, ecuación cuadrática en t fácil de resolver:

$$t = \frac{-(v_{0y}) \pm \sqrt{(v_{0y})^2 - 4(\frac{1}{2}g)(-s_y)}}{2(\frac{1}{2}g)}.$$

Sustituyendo nuestros valores con sus signos apropiados según el convenio establecido, obtendremos una respuesta numérica* para t. A continuación puede calcularse s_x, ya que sigue siendo $s_x = v_{0x}t$.

Resumiendo, exponemos a continuación las siguientes ecuaciones del movimiento en problemas de proyectiles donde todos los símbolos tienen el significado expuesto y se utiliza el nuevo convenio para sustituir los valores numéricos con los signos correctos.

$$s_y = \left(\frac{v_{0y} + v_y}{2}\right)t \qquad \text{(I)}$$

$$s_y = v_{0y}t + \tfrac{1}{2}gt^2 \qquad \text{(II)}$$

$$v_y = v_{0y} + gt \qquad \text{(III)}$$

$$v_y^2 = v_{0y}^2 + 2gs_y \qquad \text{(IV)}$$

$$s_x = v_{0x}t = v_xt \qquad \text{(V)}$$

$$v_{0x} = v_x = v_0 \cos\theta \qquad \text{(VI)}$$

$$v_{0y} = v_0 \operatorname{sen}\theta \qquad \text{(VII)}$$

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2},\ \operatorname{tg}\gamma = \frac{v_y}{v_x} \qquad \text{(VIII)}$$

$$s = \sqrt{s_x^2 + s_y^2}, \operatorname{tg}\beta = \frac{s_y}{s_x} \qquad \text{(IX)}$$

* Conviene recordar que de las dos soluciones de la ecuación de segundo grado, una *puede* carecer de interés físico o ser absurda (por ej., si t se hace cero o negativa o si la cantidad debajo de la raíz cuadrada es negativa). ¿Qué indica esto en relación al papel de las matemáticas en las ciencias físicas?

Convenios respecto al signo:

Las componentes de los vectores en el sentido $+y$ se toman con signo positivo. Las componentes de los vectores en el sentido $-y$ se toman con signo negativo. En consecuencia, s_y tiene valor + si el desplazamiento está por encima del nivel de lanzamiento; s_y tiene valor – si el desplazamiento está por debajo de dicho nivel; y v_{oy} y v_y tienen signos + mientras el movimiento sea hacia arriba, y – cuando el movimiento sea hacia abajo.

El valor de g se tomaría, aproximadamente, igual a $-9{,}80$ m/s^2.

Este sistema de ecuaciones no es tan formidable como pudiera parecer a simple vista. Recordemos que la Ec. (I) resulta de la definición de velocidad media en el movimiento uniformemente acelerado, es decir, $\overline{v} = (v_{oy} + v_y)/2 = s/t$. La Ec. (II) es una ley experimental (de los experimentos sobre caída libre) y, por tanto, es algo distinto. Las Ecs. (III) y (IV) pueden deducirse de las I y II. La Ec. (V) es una segunda ley experimental (es decir, la componente horizontal del movimiento v_x no está acelerada). Las restantes ecuaciones (VI) a (IX) se refieren, simplemente, a las propiedades matemáticas de los vectores: la Ec. (VI) incluye la regla que define la determinación de la componente x del vector v_0, mientras la Ec. (VII) hace lo propio para la componente y. Las Ecs. (VIII) y (IX) dan la regla de adición de vectores (magnitud, dirección y sentido de la resultante: la primera para la velocidad total, y la segunda para el desplazamiento total). Finalmente, los convenios de signo reflejan sólo una forma de sentido común para diferenciar entre suma y resta de magnitudes.

Cuando un físico práctico ha de resolver problemas de proyectiles, no necesita, realmente, tener delante todas estas ecuaciones definidoras y los convenios. Basta con que recuerde las Ecs. (II) y (IV) modificadas del modo siguiente:

$$s_y = (v_0 \operatorname{sen} \theta)t + \tfrac{1}{2}gt^2; \qquad s_x = (v_0 \cos \theta)t.$$

Ordinariamente, combinará estas ecuaciones eliminando t entre ellas (basta reemplazar en la primera t por $s_x/v_0 \cos \theta$) para obtener

$$s_y = (\operatorname{tg} \theta)s_x + \tfrac{1}{2}g\left(\frac{s_x^2}{v_0^2 \cos^2 \theta}\right). \tag{8.10}$$

Ésta es la ecuación de la trayectoria *en el vacío* y, con ella, pueden abordarse la mayor parte de los problemas (véase fig. 8.10). Para nosotros es suficiente compro-

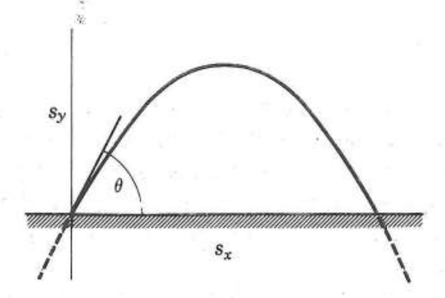


Fig. 8.10 Esta curva representa la Ec. (8.10).

bar que toda la teoría del movimiento de proyectiles, mediante las matemáticas, puede expresarse así de un modo tan reducido y conveniente para su manejo. También conviene apreciar que la Ec. (8.10) es de la siguiente forma:

$$s_y = (\text{una constante}) \times s_x + (\text{otra constante}) \times s_x^2.$$

Esto indica, una vez más, que la ***trayectoria es parabólica*** [ya no simplemente la mitad derecha de la parábola de la fig. 8.4 que corresponde al caso en que $\theta = 0$, de donde tg $\theta = 0$ y $s_y = (\text{constante}) \times s_x^2$ solamente].

Problema 8.2 Las dos curvas de la fig. 8.11 difieren sólo en la situación del origen de coordenadas, de modo que en (a) $\theta = 0$, y en (b) $\theta = 60^\circ$. Copiar las dos parábolas en una hoja de papel milimetrado y mostrar por cálculo, en diversos puntos, que la ecuación para (a) es $Y = (\text{constante}) \cdot X^2$, y para (b) $Y = (\text{constante}) \cdot X + (\text{otra constante}) \cdot X^2$. Por enésima vez, vemos que el conocimiento de las parábolas es todo lo que necesitamos para resolver problemas prácticos de proyectiles. Sin embargo, a nuestro nivel será más fácil continuar resolviendo problemas por medio de las Ecs. (I)-(IX) que utilizar la Ec. (8.10), más la teoría de parábolas.

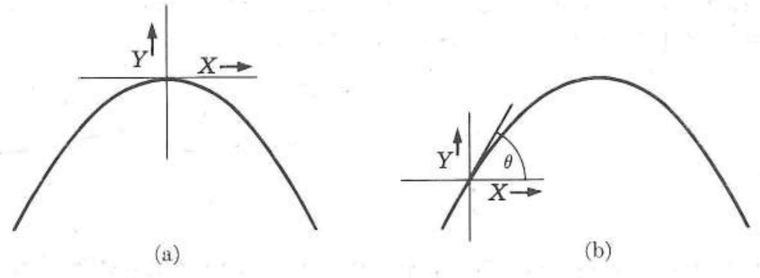


Figura 8.11

8.4 Aplicaciones de la ley del movimiento de proyectiles

Revisemos la materia estudiada. En primer lugar, a partir de algunas observaciones experimentales hemos encontrado las ecuaciones independientes de las componentes horizontal y vertical de un movimiento general de proyectiles. En particular, la componente horizontal no es acelerada, y la vertical obedece las leyes del movimiento de los objetos uniformemente acelerados. En segundo lugar, el movimiento total (desplazamiento s y velocidad v) se obtiene en dirección, sentido y magnitud por una suma vectorial de las componentes que sigue un procedimiento empíricamente justificado de suma por el método del paralelogramo. La recompensa a este esfuerzo se verá ahora. Con este conjunto de ecuaciones podemos resolver una amplia variedad de problemas de proyectiles (los cuales pueden considerarse como la expresión algebraica de la *ley general del movimiento de proyectiles*).

Ejemplo 6. Un cañón dispara un proyectil con un ángulo θ sobre la horizontal y con velocidad de salida v_0. ¿Qué tiempo tardará el proyectil en caer de nuevo a tierra? Esto es, dados v_0, θ y, por supuesto, g obtener t, cuando $s_y = 0$ (fig. 8.12).

Solución: Puesto que, en general,

$$s_y = v_{0y}t + \tfrac{1}{2}gt^2 \qquad \text{(II)}$$

y

$$0 = (v_0 \operatorname{sen} \theta)t + \tfrac{1}{2}gt^2$$

$$t = \frac{-2v_0 \operatorname{sen} \theta}{g}$$

Puesto que g se toma como negativo, t será positivo, como debe ser.

Ejemplo 7. En el ejemplo anterior, ¿cuál será la altura máxima del proyectil? Esto es, dados v_0, θ y g, determinar s_y ($\equiv h$) cuando $s_y = 0$.

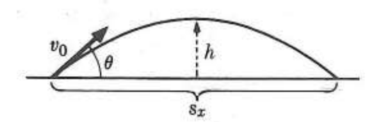


Figura 8.12

Solución: De la Ec. (IV), $0 = (v_0\text{sen}\theta)^2 + 2gs_y$, y

$$s_y\,(\equiv h) = \frac{-(v_0\text{ sen }\theta)^2}{2\,g}.$$

De nuevo s_y es positivo, ya que g tiene un valor negativo.

Ejemplo 8. ¿Cuál es el alcance en el primer ejemplo, es decir, si v_0, θ y g vienen ya determinados y $s_y = 0$, cuánto vale s_x?

Solución: $s_x = v_{0x}t = (v_0\cos\theta)t$. Sin embargo, como t no se conoce explícitamente, debe comenzarse por su cálculo, y esto puede hacerse como se indica en el ejemplo 1. (Éste puede considerarse como un problema de dos etapas.) Por sustitución directa, resulta que

$$s_x = \frac{-v_0^2\,2\cos\theta\text{ sen }\theta}{g} = \frac{-v_0^2\text{ sen }(2\theta)}{g}.$$

Hay que hacer constar que los resultados obtenidos se mantienen estrictamente tan sólo para proyectiles que se mueven en el vacío por encima de una tierra plana. El efecto real de la resistencia del aire puede disminuir el alcance hasta en un 50%. Evidentemente, para las aplicaciones prácticas tendríamos que investigar, a través de correcciones teóricas y empíricas, cómo tales efectos modifican a estos resultados.

8.5 Conclusiones de Galileo

El mismo Galileo llegó a calcular tablas muy prolijas de alcances y alturas de trayectorias para distintos ángulos θ sobre la horizontal. Estos cálculos probaban que para una determinada velocidad inicial el alcance era máximo si $\theta = 45^\circ$, como podemos asegurar analizando la ecuación general $s_x = [-v_o^2\text{sen }2\theta]/g$, pues sen (2θ), toma su valor máximo, 1, si $\theta = 45^\circ$. Galileo también utilizó este resultado para demostrar que, para un determinado tipo de proyectil, s_x tiene el mismo valor para dos valores cualesquiera de θ que difieran de 45° en la misma cantidad: uno por defecto, y otro por exceso (por ejemplo 52° y 38°). El alumno puede convencerse a sí mismo de este resultado por el método de sustitución, si no encuentra otro camino más simple. Galileo hizo observaciones penetrantes sobre este punto:

«La fuerza de una demostración rigurosa, tal como ocurre cuando se utilizan sólo las matemáticas, me llena de admiración y de gozo. Ya sabía, por la información que me habían dado los artilleros, que en los cañones y morteros el máximo

alcance de un disparo se obtenía cuando la elevación era de 45°...; pero comprender *por qué* sucede esto pesa mucho más que la mera información obtenida del testimonio de otros o incluso de experiencias repetidas... El conocimiento de un solo efecto aprehendido a través de su causa, abre la mente a la comprensión y explicación de otros hechos sin necesidad de recurrir al experimento. Tal es el caso presente en que habiendo adquirido la certeza, por la experiencia, de que se obtiene el máximo alcance cuando la elevación (θ), es de 45°, el autor (Galileo) demuestra lo que nunca se había observado en la práctica, a saber, que para elevaciones que soprepasan o quedan por defecto de 45° en igual cantidad, el alcance es el mismo...»

Observemos el placer que le proporcionó el descubrimiento de una ley matemática y cómo la consideraba como el modo de «comprender *por qué*» los proyectiles se mueven tal como se observa. Notemos también, de un modo especial, la frase «sin necesidad de recurrir al experimento»; el mismo Galileo, considerado tradicionalmente como el patrón de la ciencia experimental, nos dice claramente que no es necesaria la comprobación experimental continua de una predicción de una ley, una vez ésta ha sido bien establecida. Disipadas ya las obligadas dudas iniciales, se debe creer en la ley para obtener algún beneficio de su uso.

Existe una segunda conclusión importante sobre los proyectiles que a primera vista puede parecer casi trivial. En apoyo de la tesis de Copérnico de que la Tierra giraba sobre su propio eje y alrededor del Sol, Galileo ofrecía una respuesta a los críticos que argüían que si la Tierra se movía, una piedra arrojada desde una torre quedaría detrás de ella mientras caía por el aire y, por tanto, no llegaría al suelo precisamente al pie de la torre como se observaba, sino mucho más atrás. Galileo consideraba que, durante el *corto* tiempo de caída, puede suponerse que la Tierra, la parte superior de la torre y su base, se mueven con la misma velocidad uniforme. Si el conjunto de la torre se mueve con la misma velocidad v_{0x}, la piedra que se ha dejado caer debería permanecer siempre al lado de la torre, porque conserva su «componente de velocidad horizontal *inicial*»; igual que un paquete que se dejara caer desde un avión llegaría a tierra manteniéndose siempre debajo del mismo, o según la analogía de Galileo, como un cuerpo que se dejara caer desde arriba del mástil de una embarcación en movimiento llegaría al suelo precisamente al pie del mástil. De estas y otras observaciones análogas relativas a las otras leyes de la mecánica, se ha deducido una generalización de gran validez, conocida, normalmente, como *principio de relatividad de Galileo*: Cualquier experimento mecánico, tal como la caída de los cuerpos, que se realice en un «laboratorio» en reposo (por ejemplo, en una embarcación en reposo) se comportará exactamente del mismo modo si se repite en un segundo «laboratorio» móvil (por ejemplo, en una embarcación en movimiento) siempre y cuando el segundo laboratorio se mueva con *velocidad constante* con relación al primero.

Podemos expresar esto mismo utilizando las palabras «sistema de coordenadas» en lugar de «laboratorio», pues lo que importa para la descripción de un ex-

perimento es el sistema de referencia usado para las medidas. Una esquina de una mesa rectangular de laboratorio podría utilizarse como origen de todas nuestras medidas de distancia y las tres aristas, como direcciones x, y, z. Entonces, podríamos establecer el principio de relatividad de Galileo así: «Todas las leyes de la mecánica observadas en un sistema de coordenadas, son igualmente válidas en cualquier otro sistema de coordenadas que se mueva con velocidad constante con relación al primero.» Si dejamos caer una maleta en el compartimiento de un tren, esté éste en reposo o vaya a una velocidad de 40 u 80 km por hora en línea recta y en un terreno horizontal, la maleta llegará al suelo en el punto que corresponde al pie de la perpendicular trazada desde el punto en que la abandonamos, y caerá con la aceleración usual, medida en el vagón. En consecuencia, del movimiento de un proyectil en un vagón, no podemos concluir que el propio vagón esté en movimiento. Si el principio es verdad en su forma más general, se sigue que ningún experimento *mecánico* realizado sobre la Tierra puede informarnos de algo tan interesante como es si el sistema solar en conjunto marcha con una cierta velocidad constante a través del espacio que nos rodea.

8.6 Resumen

Evidentemente, este capítulo nos ha llevado muy lejos del punto de partida. Recordemos que comenzamos estudiando el caso simple del movimiento de un proyectil en un plano y con el ángulo $\theta = 0^\circ$. Dedujimos después el principio de superposición para las velocidades, aprendimos a sumar componentes vectoriales mediante el método del paralelogramo y extendimos nuestro estudio al caso más general, obteniendo la *ley del movimiento de proyectiles* sin imponer restricciones a la dirección inicial del movimiento. Por último, vimos que a partir de estas ecuaciones podían deducirse principios aún más generales. Notemos de paso, también, el significado y la potencia de la formulación matemática para describir los sucesos físicos y la cantidad de predicciones que pueden hacerse con las expresiones matemáticas que se obtienen, ya sean teóricas, como la predicción del máximo alcance para un ángulo $\theta = 45^\circ$, ya prácticas, como la construcción de tablas de tiro. Y de este ejemplo podemos ya percibir el problema moral que enfrenta al científico moderno: la clara posibilidad de que sus descubrimientos pueden ser aplicados por otros a la guerra o a otros propósitos, le gusten o no.

Teniendo presentes estos ejemplos del desarrollo y potencia de las leyes físicas trataremos más adelante los «métodos científicos». Pero en lo que resta de este estudio, iremos encontrando, de vez en cuando, la influencia del trabajo de Galileo, del mismo modo que se encuentran rasgos ancestrales a través de las generaciones de una familia.

De momento, nos queda una tarea urgente. En esta sección, parte B del texto, hemos estudiado movimientos de diversas clases, pero sin considerar las fuerzas que

los originan. A la cinemática hemos de añadir el concepto de fuerza para alcanzar la *dinámica*. Éstas son las dos caras de una moneda: sin ambas no podemos adquirir una total comprensión de los fenómenos mecánicos.

Problemas adicionales

Problema 8.3 ¿Qué significado tiene el decir que las trayectorias de los proyectiles *en el vacío* son parabólicas? Cuando encontramos, por experiencia, que las trayectorias son parabólicas, ¿qué ventaja supone esto en la solución de los problemas de proyectiles? ¿Por qué tales trayectorias son parábolas y no curvas como la indicada en la fig. 8.13?

Problema 8.4 Se arroja una piedra en dirección prácticamente vertical y hacia arriba con una velocidad inicial $v_{oy} = 10$ m/s (fig. 8.14). Hallar al cabo del primero, tercero y séptimo segundo: a) el desplazamiento s_y; b) la velocidad instantánea. Utilizar estos datos para construir una gráfica (en papel milimetrado) de v frente a t y determinar en ella (gráficamente): c) cuándo tendrá la piedra una velocidad de 20 m/s (numéricamente) y d) cuál será la aceleración en el instante en que la piedra ha alcanzado su posición más elevada y justamente comienza a invertir su movimiento.

Problema 8.5 ¿Cuánto tiempo tardará la piedra del problema 8.4 en caer de nuevo al nivel de lanzamiento? Obtener el resultado primero de la gráfica del problema anterior y, luego, comprobarlo por cálculo directo.

Problema 8.6 Un fusil dispara una bala con una velocidad de boca de 1 000 m/s y un ángulo de 30° sobre el horizonte. ¿Cuánto tiempo tardará el proyectil en caer a tierra, cuál será su altura máxima y cuál su alcance sobre la horizontal? (Despréciese la resistencia del aire.)

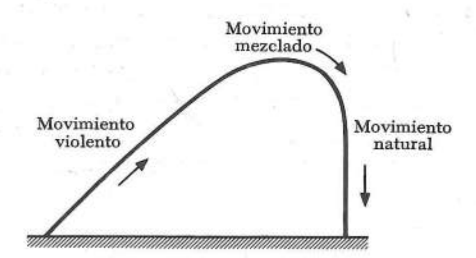


Fig. 8.13 Concepción del movimiento de proyectiles de principios del siglo XVI con la terminología usada por los aristotélicos. (El «movimiento violento» era el producido por una fuerza propulsora sobre el objeto.)



Figura 8.14

Problema 8.7 Se lanza una pelota de béisbol horizontalmente con una velocidad de 40 m/s desde una altura que dista 2 m del suelo. El bateador está a 20 m del lanzador. ¿Alcanzará bien la pelota sin moverse?

Problema 8.8 Durante la Primera Guerra Mundial hubo un famoso cañón conocido como el Gran Berta cuyo alcance máximo en territorio horizontal era de unos 100 km. Suponiendo que fuese éste su alcance *en el vacío* ¿cuál sería la velocidad de boca del proyectil? (La velocidad de boca real era, por supuesto, algo mayor.)

Problema 8.9 Se lanza una pelota de béisbol con una velocidad $v_0 = 15$ m/s y una elevación θ de 60°. Demostrar que al cabo de 2 s se ha elevado 6,6 m, ha recorrido 15 m horizontalmente, y su dirección de movimiento se ha inclinado hacia abajo con un ángulo de –40,9° (es decir, 40,9° por debajo de la horizontal).

Problema 8.10 La moderna investigación de los rayos cósmicos utiliza, a veces, cohetes para analizar automáticamente la radiación a alturas elevadas. Como ejemplo de cálculo, considerar que un cohete de investigación autopropulsado, parte del reposo y se mueve verticalmente hacia arriba aumentando constantemente su velocidad de manera que a una altura de 25 km, cuando se le ha agotado el combustible, ha alcanzado un valor de 1500 m/s. En este punto los estabilizadores giran automáticamente el cohete un ángulo de 60°, después de lo cual el misil continúa como un proyectil ordinario: a)¿De qué intervalo de tiempo (en s) se dispone para efectuar medidas en la región, relativamente exenta de aire, por encima de los 25 km? b) ¿Cuál es la altura máxima alcanzada por el cohete? c) ¿Cuál es el tiempo total desde el disparo del cohete hasta que llega de nuevo a la Tierra? d) ¿Qué hipótesis se han introducido?

Problema 8.11 Un cazador apunta directamente el cañón de su fusil a un mono que se encuentra en una palmera lejana. ¿Dónde irá a parar la bala? Si el animal, asustado por el fogonazo, se deja caer de las ramas en el mismo instante del disparo, ¿será alcanzado por el proyectil? Explicar por qué. ¿Sería la misma la con-

testación si la aceleración de la gravedad no fuese de 9,80 m/s^2, sino solamente 1/6 de este valor, como en la Luna?

Problema 8.12 Dibujar esquemáticamente dos gráficas, una de ellas del desplazamiento vertical en función del tiempo transcurrido, y la otra de la velocidad vertical en función del tiempo transcurrido, para cada uno de los siguientes casos. Utilizar con cuidado el convenio de los signos: a) Un paracaidista que cae desde un avión después de abrir el paracaídas y llega al suelo. b) Una pelota que arrojamos y bota tres veces antes de quedarse quieta en el suelo. c) Una bala disparada con una elevación de 60° y que cae en un valle profundo.

Problema 8.13 Leer lo relativo al movimiento de proyectiles en el «Cuarto día» (de la obra *Dos nuevas ciencias*, de Galileo) y entonces discutir brevemente: a) el examen que hace Galileo del papel que tiene la resistencia del aire en el movimiento del proyectil; b) el uso que hace Galileo de la experiencia para apoyar sus argumentos; c) su interés en las aplicaciones prácticas de su trabajo.

Textos recomendados para lecturas posteriores

A. R. Hall, *From Galileo to Newton 1630-1720* New York: Harper, 1963; capítulos I-V. Cubre varios aspectos del desarrollo de la ciencia del siglo XVII no mencionados en este texto.

P. Kirkpatrick, «Bad physics in athletic measurements», *American Journal of Physics*, 1944, reimpreso en *Project Physics Reader*, vol. 1.

P. Wierner y A. Noland (editores), *Roots of Scientific Thought*, New York: Basic Books, 1957. Los artículos de Koyré, Nicolson, Johnson, Strong, Boas y Thorndike tratan varios temas de la ciencia del siglo XVII.

Fuentes, interpretaciones y trabajos de referencia

René Dugas, *Mechanics in the 17th Century*, New York: Central Book Co., 1958; capítulos I-IV y la primera parte del capítulo XV.

Galileo Galilei, *Dialogues Concerning Two New Sciences* (Cuarto día). Dover Publications, New York, 1954.

Ernst Mach, *The Science of Mechanics*, págs. 181-191.

Parte C

Las leyes de Newton y su sistema del mundo

9
Leyes del movimiento de Newton

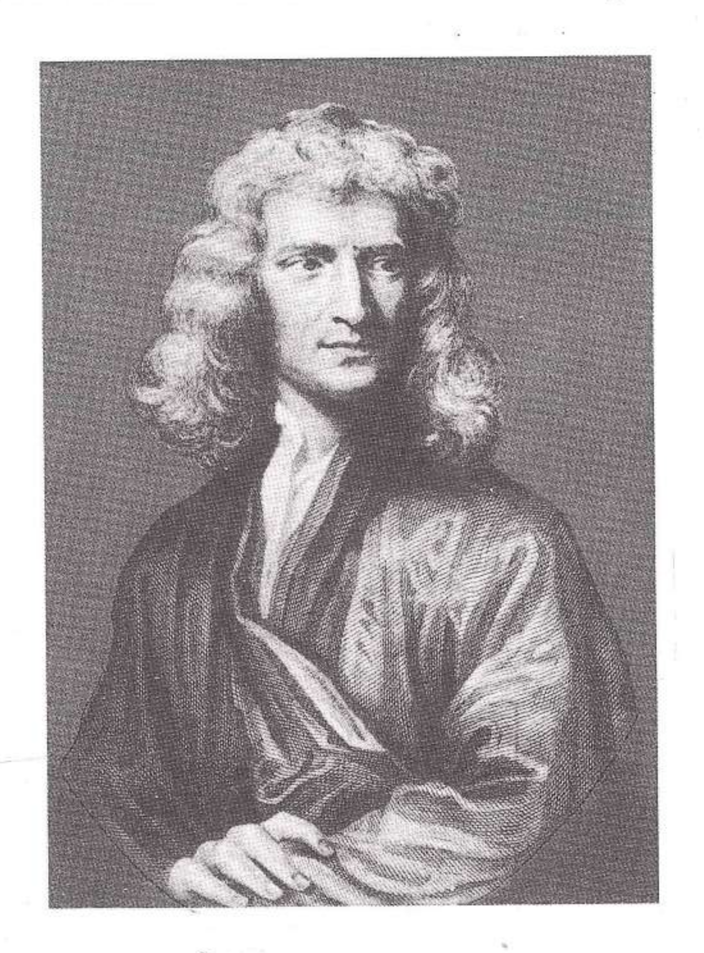
10
Movimiento de rotación

11
Ley de la gravitación universal de Newton



Las leyes de Newton y su sistema del mundo

«Este tema de la formación de las tres leyes del movimiento y de la ley de la gravitación merece una atención crítica. Todo el desarrollo del pensamiento ocupó,



exactamente, dos generaciones. Comenzó con Galileo y terminó con los ***Principia*** de Newton; Newton nació el año que moría Galileo. También las vidas de Descartes y Huygens transcurrieron dentro del período ocupado por estas grandes figuras. La labor combinada de estos cuatro hombres tiene derecho a ser considerada como el mayor éxito intelectual alcanzado por la humanidad.» (A. N. Whitehead, ***Science and the Modern World.***)

Cuando analizamos la historia, nos encontramos con que, a veces, el progreso en un campo del conocimiento depende de una formulación incisiva del problema concreto en el momento oportuno efectuada por el hombre. Así ocurrió con la parte de la mecánica llamada ***dinámica*** que estudia los efectos de las fuerzas sobre los cuerpos móviles. El hombre fue Isaac Newton y la formulación fue la de los conceptos de ***fuerza y masa*** expuesta en tres enunciados asociados entre sí, que con el tiempo se llamaron las ***tres leyes del movimiento de Newton***. Éstas, junto con una introducción al movimiento de rotación, complementan y amplían el estudio de la cinemática pura de la parte B. Con ello, no sólo entendemos un gran número de fenómenos mecánicos simples, sino también, con ayuda de la ley de gravitación universal de Newton, podemos resolver algunos de los problemas sobresalientes de astronomía introducidos en la parte A. Una vez tratados con éxito estos problemas, la dinámica de Newton se convierte en una herramienta poderosa para avanzar al nivel siguiente de los problemas de las ciencias físicas.

Capítulo 9

Leyes del movimiento de Newton

9.1 La ciencia en el siglo XVII

Entre la muerte de Galileo y la publicación de los ***Principia**** de Isaac Newton transcurrieron apenas cuarenta y cuatro años; sin embargo, en tan breve intervalo tuvo lugar un cambio sorprendente en el ambiente intelectual de la ciencia. Por una parte, la «Nueva Filosofía» de la ciencia experimental había llegado a ser un instrumento respetado y respetable en manos de grandes e ingeniosos investigadores; y, por otra parte, esta nueva actitud es responsable de una lluvia espléndida de invenciones, descubrimientos y teorías. Incluso una lista muy abreviada de éstos, que cubriese menos de la mitad del siglo XVII y sólo las ciencias físicas, bastaría para justificar el nombre de «siglo de los genios»: los trabajos sobre vacío y neumática de Torricelli, Pascal, von Guericke, Boyle y Mariotte; el gran estudio de Descartes sobre Geometría analítica y óptica; los trabajos de Huygens en Astronomía y sobre la fuerza centrípeta; su perfeccionamiento del reloj de péndulo y su libro sobre la luz; el establecimiento de las leyes del choque por John Wallis, Christopher Wren y Christian Huygens; el trabajo de Newton sobre óptica, incluyendo la interpretación del espectro solar, y su invención del cálculo casi simultáneamente con Leibniz; la apertura del famoso observatorio de Greenwich; y el trabajo de Hooke, incluyendo la elasticidad.

Los hombres de ciencia ya no estaban aislados. Aunque no podemos suponer que súbitamente todos los científicos tuvieran un espíritu moderno, la verdad es que los partidarios de la Nueva Filosofía eran muchos y crecientes en número. Se

* Título completo: *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*

habían formado sociedades científicas en Italia, Inglaterra y Francia, entre ellas la Royal Society de Londres, fundada en 1662. Los miembros de la Royal Society tenían reuniones regulares, se trabajaba, se discutía, se escribía copiosamente y, algunas veces, habían fructíferas controversias. Como grupo, solicitaban apoyo para su trabajo, combatían los ataques de los antagonistas, y tenían amplia lectura las publicaciones científicas. La ciencia había llegado a una actividad bien definida, fuerte e internacional.

¿Qué había detrás de este repentino florecimiento? Incluso para dar una contestación parcial, que nos llevaría lejos de la propia ciencia, habríamos de examinar el cuadro total de resurgimiento social y político y los cambios económicos que tuvieron lugar en los siglos XVI y XVII.* Una causa de este resurgimiento fue que, tanto los artesanos como los hombres adinerados y con mucho tiempo libre, comenzaron a interesarse por la ciencia, unos, para perfeccionar sus métodos y productos, los otros como nuevo pasatiempo. Pero ni la necesidad de la ciencia ni la disposición de dinero y tiempo ni la presencia de empresas y organizaciones explican por sí solos tal florecimiento. Ingredientes aún más importantes fueron los hombres hábiles, los problemas bien formulados y las buenas herramientas matemáticas y experimentales.

Científicos hábiles, los había. Algunos, como Newton, encontraron libertad para trabajar incluso en universidades aún dominadas por la escolástica medieval. Otros, como Wren y Hooke, encontraron tiempo para proseguir la investigación científica a pesar de su profesión activa en otros campos como la Arquitectura, si no tenían, como Robert Boyle, la ventaja inicial de una riqueza heredada.

Problemas bien formulados, habían quedado claros recientemente en los escritos de Galileo y otros. Fue Galileo, por encima de todos, quien había dirigido la atención hacia el fructífero lenguaje de la Ciencia y quien había presentado una manera nueva de observar el mundo de los hechos y experimentos. Mientras el énfasis que Francis Bacon hacía acerca de la observación y la inducción era aplaudido por muchos, especialmente en la Royal Society, Galileo había ya demostrado la fertilidad de hipótesis atrevidas combinadas con la deducción matemática. Su desprecio por la introspección estéril y servidumbre ciega al dogma tuvo eco en todos los campos de la ciencia.** Y la vieja pregunta de Platón: «¿qué hipótesis de movimientos uniformes y ordenados puede explicar los movimientos aparentes de los planetas?», había perdido su significado original en la nueva ciencia; la nueva preocupación se manifiesta por lo que puede llamarse los dos problemas más críticos de la física del siglo XVII: «¿qué fuerzas actúan sobre los planetas para explicar las trayectorias observadas?» y «¿cómo han de explicarse los efectos observados de la gravitación terrestre ahora que la doctrina aristotélica ha fallado?».

---

* Algunos de estos problemas están hábilmente analizados en el libro de G. N. Clark, *Science and Social Welfare in the Age of Newton,* Oxford University Press (2.ª ed., 1949, reimpresa en 1969).

** Como ejemplo delicioso, léanse las treinta o cuarenta primeras páginas del *Sceptical Chymist* de Robert Boyle, edición Everyman's Library (publicada, originalmente, en 1661).

Se habían creado también buenos instrumentos de trabajo, tanto matemáticos como experimentales. Las matemáticas encontraban ahora amplia aplicación en la física, fertilizándose mutuamente los dos campos y dando ricas cosechas; los mismos hombres (Descartes, Newton y Leibniz) hacían descubrimientos importantes en ambos campos. La geometría analítica y el cálculo son parte del rico legado del siglo XVII, todavía útiles a la ciencia, aunque muchas de las teorías científicas de aquel siglo han sido superadas. El telescopio, el microscopio y la bomba de vacío abrieron vastos y nuevos dominios a los científicos, y la necesidad de medidas más exactas de los fenómenos estudiados estimularon la invención de otros dispositivos ingeniosos, iniciando así la colaboración entre el científico y el instrumentista, que ha llegado a ser típica en la ciencia moderna.

Para entender las razones del espectacular crecimiento de la ciencia después de Galileo, basta considerar, simplemente, que la ciencia tiene un potencial explosivo de crecimiento en cuanto se dan las condiciones necesarias para ello.* Estas condiciones estaban establecidas en tiempos de Galileo: Por fin había muchos hombres con aptitudes similares trabajando en los mismos campos, con posibilidad de comunicarse libremente, y tenían mejor acceso a los descubrimientos de sus predecesores, en parte por el arte, relativamente joven, de la imprenta. Estaban ya cansados de los razonamientos cualitativos y comenzaban a interesarse más y más en los métodos cuantitativos. Utilizando una analogía moderna, se había alcanzado la masa crítica, y la reacción en cadena comenzaba a desencadenarse.

Esta fue, desde el punto de vista de la ciencia, la nueva era en la que vivió Newton. Pero antes de seguir adelante con su obra, es necesaria una advertencia. La historia de las ideas, tanto en ciencia como en otros campos, no se reduce a una lista de los científicos más importantes. El trabajo del genio es posible, se estabiliza, a veces incluso está provocado, pero siempre se relaciona con la estructura total de la ciencia solamente por el trabajo de hombres menos conocidos, del mismo modo que los ladrillos de una tapia se unen con el mortero para fortificarlos. Una casa no es sólo un montón de ladrillos y la ciencia no puede hacerse solamente con gigantes. Como ha dicho Lord Rutherford, el fundador de la física nuclear moderna: «No está en la naturaleza de las cosas el que un hombre cualquiera pueda hacer un repentino descubrimiento; la ciencia va paso a paso y todos los hombres dependen del trabajo de sus predecesores... Los científicos no dependen de las ideas de un hombre único, sino de la sabiduría combinada de millares de ellos.» Por esto, en rigor, podríamos señalar en la contribución de cada hombre la herencia del pa-

* Los historiadores, en los últimos años, han estado debatiendo el papel de los factores religiosos, particularmente el auge del puritanismo en Inglaterra, en la creación de un clima social favorable a la ciencia. Al final del capítulo se citan algunos artículos que resumen esta controversia. Otra interpretación desde el punto de vista de la nueva disciplina, llamada *sociología de la ciencia* se da en el reciente libro de Joseph Ben-David, *The Scientist's Role in Society* (Prentice-Hall, 1971).

sado, la influencia de sus contemporáneos y el significado que tiene para sus sucesores. Esta es la tarea, que tiene su recompensa, pero aquí no podemos tocarla sino solamente de paso.

9.2 Un breve resumen de la vida de Newton

Isaac Newton nació el día de Navidad de 1642 en la pequeña aldea de Woolsthorpe, en Lincolnshire. Fue un muchacho tranquilo, que como el joven Galileo, gustaba de construir y arreglar aparatos mecánicos y parecía tener una inclinación secreta por las matemáticas. Por la afortunada mediación de un tío suyo, Newton fue al Trinity College, en la universidad de Cambridge, en 1661 (donde aparece inicialmente dedicado al estudio de las matemáticas aplicadas a la astrología). Allí demostró ser un alumno excelente y aplicado. Hacia 1666, a los 24 años, había hecho importantes descubrimientos en matemática (teorema del binomio, cálculo diferencial), en óptica (teoría del color) y en mecánica. Referente a este período, Newton escribió más tarde:

«Y el mismo año comencé a pensar en la gravedad que se extendía a la órbita de la Luna y... a partir de la regla de Kepler (tercera ley) deduje que las fuerzas que mantienen los planetas en sus órbitas deben estar en razón inversa a los cuadrados de sus distancias al centro alrededor del cual giran: y de este modo comparé la fuerza necesaria para mantener la Luna en su órbita con la fuerza de la gravedad en la superficie de la Tierra y encontré para ella un resultado suficientemente preciso. Todo esto fue en los dos años de la peste de 1665 y 1666, pues en aquellos días estaba en la edad ideal para la invención y discurría acerca de las matemáticas y filosofía (ciencia física) mejor que en cualquier tiempo después.»

De los escritos de Newton puede deducirse que durante aquellos años, habiendo dejado Cambridge para estudiar solo en su casa de Woolsthorpe, había desarrollado una clara idea de las dos primeras leyes del movimiento y de la fórmula para la aceleración centrípeta, aunque no anunció la última hasta muchos años después de aparecer el enunciado equivalente de Huygens*.

Después de su vuelta a Cambridge, Newton alcanzó tal renombre por sus trabajos, que sucedió a su maestro como profesor de matemáticas. Dio conferencias y publicó sus artículos en la Royal Society, particularmente sobre óptica. Pero su

---

* Éste debe haber sido el tiempo de la famosa caída de la manzana. Una de las mejores autoridades sobre esta historia es una biografía de Newton escrita por su amigo Stukely, en 1752, en donde cuenta que estando un día tomando té en un jardín con Newton bajo unos manzanos, éste le dijo que «fue justamente en la misma situación cuando por vez primera se le ocurrió el concepto de gravitación. Fue con ocasión de la caída de una manzana, cuando él estaba sentado con espíritu contemplativo».

Teoría acerca de la luz y los colores, cuando se publicaron en 1672, le envolvieron en tan amargas controversias con sus rivales, que tímido e introvertido, resolvió no publicar ninguna otra cosa. Como Bertrand Russell decía: «Si Newton hubiese encontrado el tipo de oposición que soportó Galileo, es probable que nunca hubiera publicado una línea». Newton se concentró entonces, principalmente, en la ampliación de sus primeros trabajos sobre la mecánica celeste y el estudio de los movimientos planetarios como problema de la física. En 1684, su amigo Edmond Halley pidió su consejo en la disputa que tenía con Christopher Wren y Robert Hooke relativa a la fuerza que debe actuar sobre un cuerpo para que éste se mueva en una órbita elíptica, de acuerdo con las leyes de Kepler. Newton había encontrado hacía algún tiempo la solución rigurosa para este problema y «para otros muchos». Halley persuadió a su mal dispuesto amigo a publicar este trabajo relativo a uno de los problemas científicos más debatidos e interesantes de aquel tiempo. En menos de dos años de increíble trabajo, los *Principia* estuvieron preparados para el impresor; su aparición en 1687 acreditaron a Newton casi inmediatamente como uno de los mayores pensadores de la historia.

Unos años después, Newton, que siempre había tenido una salud delicada, acusó lo que ahora llamaríamos una depresión nerviosa. Al recuperarse y hasta su muerte, acaecida treinta y cinco años después, no realizó nuevos descubrimientos importantes, dedicándose a sus primitivos estudios sobre el calor y la óptica, y cada vez más a la teología. Durante aquellos años recibió honores en abundancia. En 1699 fue nombrado Guardián de la Casa de la Moneda (por su gran interés y competencia en las materias relacionadas con la química de metales), y, posteriormente, su jefe, y ayudó materialmente en la reorganización de la circulación monetaria del país. En 1689 y 1701 representó a su Universidad en el Parlamento. Fue nombrado caballero en 1705. Desde 1703 hasta su muerte, en 1727, fue presidente de la Royal Society. Fue sepultado en la abadía de Westminster.

9.3 *Principia de* Newton

En el prefacio de Newton a los *Principia*, probablemente el libro más famoso de la historia de la ciencia, encontramos un breve esquema del mismo:

«En vista de que los antiguos (según nos dice Pappus) consideraban la ciencia de la Mecánica de la mayor importancia en la investigación de las cosas naturales y de que los modernos, desechando formas sustanciales y cualidades ocultas han tratado de supeditar los fenómenos de la Naturaleza a las leyes de la matemática, yo he utilizado en este tratado las matemáticas en tanto en cuanto se relacionan con la filosofía [nosotros diríamos «ciencia física»]... pues el objeto de la filosofía, me parece a mí, debe consistir en esto: a partir de los fenómenos del movimiento, investigar (por inducción) las fuerzas de la Naturaleza y, a partir de ellas, demos-

trar (por deducción) los otros fenómenos, y a este fin están dirigidas las proposiciones generales de los libros primero y segundo. En el tercer libro, doy un ejemplo de esto en la explicación del sistema del mundo; por las proposiciones demostradas matemáticamente en los primeros libros, deduzco en el tercero, a partir de los fenómenos celestes, las fuerzas de la gravedad con la cual los cuerpos tienden al Sol y a los otros planetas. Entonces, a partir de estas fuerzas, por otras proposiciones que también son matemáticas, deduzco los movimientos de los planetas, los cometas, la Luna y los mares (mareas)...»

El tratado propiamente dicho comienza con un conjunto de definiciones: masa, cantidad de movimiento, inercia, fuerza, fuerza centrípeta. Sigue después una parte sobre espacio, tiempo y movimiento *absolutos y relativos*. Como las críticas de estas definiciones han sido de cierta importancia en el desarrollo de la física moderna, vale la pena describir algunas de ellas.

Masa. Newton utilizó muy bien el concepto de «masa», pero no aclaró su significado. Establece que la masa o «cantidad de materia» es el producto de la densidad por el volumen. Pero, ¿qué es la densidad? Más tarde en los *Principia* define la densidad como el cociente entre la «inercia» y el volumen; sin embargo, primeramente había definido la inercia como proporcional a la masa. Así, la definición es un círculo vicioso, como Ernst Mach indicaba a finales del siglo XIX.* Existen diversos intentos de justificar o reemplazar la definición de masa de Newton, pero son innecesarios, ya que la estructura lógica de los *Principia* no depende, realmente, de esta definición. De hecho, la mayor parte de los científicos reconoce ahora que *cualquier* nueva teoría debe postular cierto número de conceptos cuyo significado debe captarse primero intuitivamente (aunque más tarde puedan definirse operacionalmente). Lo que importa, de verdad, es que Newton estableció claramente la distinción moderna entre *masa* y *peso*, siendo la primera una propiedad inherente al cuerpo, mientras que el segundo depende de la aceleración de la gravedad en un lugar determinado (véase la sección siguiente).

Tiempo. «El tiempo absoluto, real y matemático, por sí mismo y por su propia naturaleza, fluye igualmente sin dependencia de cualquier cosa externa y, por otro nombre, se denomina *duración*. El tiempo relativo, aparente y común es una medida de duración, sensible y externa (exacta o desigual) por medio del movimiento, el cual se usa comúnmente en lugar del tiempo real; tal como una hora, un día, un mes, un año.»

---

* Ernst Mach. *The Science of Mechanics* (publicado primeramente en alemán en 1883; traducción disponible, editada por Open Court Publishing Co.).

Nadie osó discutir esta definición hasta que Mach proclamó que el tiempo absoluto era «una vana concepción metafísica»*, pero pocos tomaron al principio en serio el criticismo de Mach. Albert Einstein decía que él estuvo profundamente influido por la lectura del libro de Mach y su teoría de la relatividad, publicada en 1905, está de acuerdo con este autor hasta el punto de rechazar magnitudes absolutas como el tiempo. Sin embargo, aceptaremos, provisionalmente, la definición de Newton hasta el capítulo 30, en que, siguiendo a Einstein, admitiremos que en sentido estricto, el tiempo absoluto no existe en las teorías físicas.

Espacio. «El espacio absoluto, por su propia naturaleza, sin relación con cualquier cosa externa, permanece siempre semejante e inamovible. El espacio relativo es cierta dimensión o medida movible de los espacios absolutos; el cual nuestros sentidos determinan por su posición respecto a los cuerpos... porque las partes del espacio no pueden verse o distinguirse unas de otras por nuestros sentidos; por tanto, en su lugar usamos medidas sensibles...** en vez de lugares y movimientos absolutos, utilizamos valores relativos; y esto sin ningún inconveniente en asuntos comunes; sin embargo, en disquisiciones filosóficas debemos abstraernos de nuestros sentidos y considerar las cosas en sí mismas distintas de lo que sólo son sus medidas sensibles, pues puede que no haya cuerpo realmente en reposo al cual puedan referirse posiciones y movimientos de otros.»

De la última frase parecería desprenderse que Newton no estaba seguro de la existencia de un espacio absoluto. Esto sería un error. Él creyó haber probado, experimentalmente, que la rotación es un tipo de movimiento absoluto.*** El conocido experimento del péndulo de Foucault, hecho por primera vez a mitad del siglo XIX, parece otra demostración de que la Tierra se mueve respecto a alguna cosa. Al menos debemos reconocer que la creencia de Newton en el espacio absoluto era plausible; de todos modos, ello no perjudicaba la estructura de su sistema, ya que nunca hizo uso explícito de esta hipótesis.

Inmediatamente después, todavía en la sección introductoria de los *Principia*, Newton estableció sus famosas tres leyes del movimiento (que estudiaremos en la

---

* *Ibid.*, pág. 273.

** La palabra «sensible» en estas citas significa «perceptible por los sentidos».

*** Un cubo, medio lleno de agua, está suspendido por una larga cuerda retorcida de tal modo que cuando se suelta el cubo comienza a girar a gran velocidad. Pocos segundos después el agua comienza a seguir el movimiento del cubo y se levanta por los bordes, mostrando así que está girando en el espacio, aun estando en reposo relativo al cubo con el cual está en contacto. Mach encontró más tarde que esto no prueba que el agua se eleve debido a las fuerzas que se engendran mientras gira en el espacio absoluto. Él especulaba, por ejemplo, que la misma observación debería hacerse si el cubo de agua estuviera quieto y las «estrellas fijas» estuvieran en rotación respecto al cubo.

sección siguiente) y los principios de la composición de vectores (por ejemplo de fuerzas y velocidades). El libro I, titulado «El movimiento de los cuerpos», aplica estas leyes a problemas de interés en la astronomía teórica: la determinación de la órbita descrita por un cuerpo alrededor de otro, cuando se supone que interactúan de acuerdo con las diversas leyes de las fuerzas; y teoremas matemáticos relacionados con la suma de las fuerzas gravitatorias ejercidas por diferentes partes del mismo cuerpo sobre otro cuerpo interior o exterior al primero. Otro tipo de aplicación es relevante para el modelo corpuscular de la luz: Newton calcula la acción de las superficies sobre pequeñas partículas que sobre aquéllas se reflejan o refractan. El libro II, titulado «El movimiento de los cuerpos (en medios resistentes)», parece tener como propósito principal la prueba de que el modelo de vórtices de Descartes no puede explicar, adecuadamente, los movimientos observados de los planetas; pero junto con éstos, existe cierto número de teoremas y conjeturas respecto a las propiedades de los fluidos.

El libro III, «El sistema del mundo (con tratamiento matemático)», utiliza los resultados generales deducidos en el libro I para explicar los movimientos de los planetas y otros fenómenos gravitatorios, como las mareas. Comienza con un notable pasaje sobre «Reglas del razonamiento en filosofía». Las cuatro reglas, que reflejan la fe profunda en la uniformidad de toda la Naturaleza, intentan servir de guía a los científicos para formular hipótesis, y en dicha función todavía hoy son válidas. La primera se llamó ***principio de la parsimonia***. La segunda y la tercera, ***principios de unidad***. La cuarta es un acto de fe, sin el cual no podríamos utilizar los procesos de la lógica. Por su importancia señalada en la historia de la ciencia, las exponemos a continuación:

REGLA I

«No hemos de admitir más causas de las cosas naturales que aquellas que son, a la vez, verdaderas y suficientes para explicar su apariencia.»

«A este propósito los filósofos dicen que la Naturaleza no hace nada en balde y tanto más inútil es una cosa cuanto menos sirve; pues la Naturaleza se honra con la simplicidad y no viene afectada por la pompa de las causas superfluas.»

REGLA II

«Por tanto, a los mismos efectos naturales debemos, en tanto sea posible, asignar las mismas causas.»

«Así, la respiración en un hombre y en una bestia; la caída de piedras en ***Europa*** y en ***América***; la luz de nuestro fuego culinario y la del Sol; la reflexión de la luz en la Tierra y en los planetas.»

REGLA III

«Las cualidades de los cuerpos que no admiten aumento ni disminución en su intensidad y que encontramos comunes a todos ellos dentro del alcance de nuestros experimentos, han de considerarse como cualidades universales de todos los cuerpos, cualesquiera que sean.»*

«Como todas las cualidades de los cuerpos son sólo conocidas por la experiencia, entendemos por universales aquellas que universalmente concuerdan con la experiencia, y aquellas que no son susceptibles de disminución, no pueden nunca ser eliminadas. Ciertamente, no podemos renunciar a la evidencia de los experimentos a cambio de sueños y ficciones vanas de nuestro propio legado; ni vamos a retroceder frente a la analogía de la Naturaleza, que acostumbra ser simple y siempre consonante consigo misma. No tenemos otro camino para conocer la extensión de los cuerpos que nuestros sentidos, ni éstos alcanzan todos los cuerpos; pero como percibimos extensión en todo lo que es sensible, así la asociamos, universalmente, a todos los demás... Los cuerpos que manejamos los encontramos impenetrables y, por tanto, llegamos a la conclusión de que la impenetrabilidad es una propiedad universal de todos los cuerpos, cualesquiera que sean...»

REGLA IV

«En la filosofía experimental hemos de considerar las proposiciones que se deducen por inducción general de los fenómenos como exactas o casi verdaderas, a pesar de cualquier hipótesis contraria que pueda imaginarse, hasta el momento en que ocurran otros fenómenos por los cuales puedan hacerse o más precisas o susceptibles de excepciones.»

«Esta regla debe seguirse: que el argumento de la inducción no sea eludido por hipótesis.»

Al final del libro III existe un famoso «General Scholium» que ha tenido tanta influencia en las discusiones subsiguientes del método científico como las «Reglas de razonamiento», a causa de una frase que encierra. Habiendo llegado a la conclusión de que un sistema satisfactorio del mundo puede estar basado en el postulado de que existe una fuerza universal de gravitación entre todas las porciones de materia del universo, Newton se confiesa a sí mismo incapaz de descubrir cualquier explicación más profunda de la *causa* de esta fuerza que se resiste a las *pruebas*, a pesar del gran esfuerzo que él realizó para determinar tal causa. No deseando adelantar una hipótesis artificial, que no estuviera apoyada por evidencia suficiente,

* Es decir, propiedades cualitativas tales como la impenetrabilidad, que se distinguen de las propiedades cuantitativas como la temperatura.

simplemente dice: «*Hypotheses non fingo*» = «Yo no sugiero* hipótesis».

Según el libro III, en la mayor parte de las ediciones de los *Principia* hay un ensayo sobre «El sistema del mundo» que proporciona un resumen no matemático de los principales resultados del tercer libro. Ahora, como en el pasado, pocos lectores consiguieron seguir todo el camino marcado por los libros I, II y III; por ello recomendamos que esta sección de conclusiones sea leída inmediatamente después de la Introducción, a fin de obtener una visión global de los principales resultados del trabajo desde el punto de vista de su autor.

9.4 Primera ley del movimiento de Newton

Una vez estudiado el fundamento histórico de esta ley (secs. 5.3 y 6.1), procedamos directamente a un tratamiento más o menos didáctico desde el punto de vista moderno.

Podíamos enunciar la primera ley, llamada a menudo *Principio de inercia*, así: *Todo cuerpo material persiste en su estado de reposo o movimiento uniforme (no acelerado) en línea recta, si y sólo si no actúa sobre él una fuerza resultante (no equilibrada).*

En esencia, esto significa lo siguiente: si vemos un objeto acelerándose o retardándose o no siguiendo un camino rectilíneo, debemos pensar que una fuerza está actuando sobre él; tenemos un criterio para reconocer, cualitativamente, la *presencia* de una fuerza no equilibrada. Pero observemos bien que esta ley no nos ayuda a descubrir la magnitud de la fuerza ni su origen. Sólo hay implicada la definición de fuerza como la «causa» del cambio de velocidad, definición que ya fue aludida al estudiar el trabajo de Galileo (véase sección 7.3). Recordemos que los escolásticos aristotélicos tenían un punto de vista distinto respecto al papel de las fuerzas; ellos mantenían que la fuerza era también la causa del movimiento *uniforme* (no acelerado).

Como ejemplo, consideremos las dos opiniones dispares que existirían al observar un carro tirado por un caballo en movimiento uniforme sobre un camino horizontal. Un partidario de Galileo-Newton, diría que los esfuerzos del caballo sirven solamente para igualar y contrarrestar las fuerzas de rozamiento de las ruedas, de modo que la fuerza resultante, esto es, el empuje del animal menos la fuerza de rozamiento es cero, y, por tanto, el carro está en un estado de equilibrio, estado que, por definición, incluye tanto el movimiento con velocidad constante como el reposo. Por otro lado, un discípulo de Aristóteles diría que, como el estado natural

* La palabra latina *fingo* se traduce, a veces, por «estructurar», pero esto oscurece el sentido que Newton parece querer darle; más bien significa «sugerir», sin que, realmente, se crea en aquello que se sugiere. En la sec. 11.10 discutiremos el significado de la afirmación de Newton.

del carro es el reposo, es el caballo el que ha de comunicarle una fuerza para mantenerlo en movimiento uniforme, aun en ausencia de rozamiento, si esta circunstancia pudiera darse. Nos encontramos aquí no tanto con una disputa acerca de hechos experimentales observables, como con una diferencia en el esquema conceptual con que se trata el movimiento, complicado por el uso de la misma palabra *fuerza*, con dos significados distintos.

De hecho, la mayoría de quienes no hayan estudiado algo de Física serían aristotélicos y no newtonianos. El punto de vista aristotélico, en este caso como en otros, es el más próximo a la opinión común contemporánea; puesto que en realidad el rozamiento nunca está ausente y es, a menudo, un gran obstáculo al movimiento de los cuerpos, es natural desarrollar la idea intuitiva de que es necesaria una fuerza para «mantener los cuerpos en movimiento», y, dando un paso más, definir las fuerzas como «la causa para mantener el movimiento». El newtoniano sale de esta posición antropomórfica para considerar las fuerzas resultantes que actúan sobre el cuerpo móvil e, incluso, se atreve a definir la fuerza en función de la *suma vectorial* (es decir, fuerza ***resultante***) sin identificar por separado las componentes individuales. Sólo el gran éxito práctico que tuvo, podía justificar un paso lógicamente tan precario.

Otros puntos surgen también de la primera ley del movimiento. Es un hecho claro que resulta necesaria la acción de una fuerza resultante para cambiar el estado de un cuerpo del reposo al movimiento o del movimiento al reposo, de una velocidad a otra o de una dirección de movimiento a otra, incluso a la misma velocidad. En lenguaje menos riguroso, diríamos que los cuerpos materiales son víctimas de una pereza o resistencia al cambio, que es su *inercia*. Ningún provecho se sacaría de intentar ajustar estos hechos experimentales dentro de algún esquema o imagen física; aceptaremos, simplemente, el que los cuerpos materiales estén caracterizados por su inercia como pueden estarlo por otros atributos fundamentales como su volumen, composición química, etc.

Si un cambio de la dirección del movimiento implica la acción de una fuerza, no podemos pensar, como hacían los antiguos, que no actúe ninguna fuerza sobre los planetas en sus órbitas para mantener su movimiento circular; por el contrario, debemos pensar que están sometidos a la acción de fuerzas que los desvían continuamente de una trayectoria rectilínea.

Problema 9.1 Explicar, por la primera ley de Newton, la experiencia de ser arrojados hacia adelante cuando el tren en que viajamos se detiene bruscamente, y qué les ocurre a los pasajeros de un coche que toma una curva muy pronunciada a gran velocidad. ¿Por qué cuando colocamos una moneda sobre la placa giratoria de un tocadiscos y ésta ha alcanzado suficiente velocidad, la moneda sale despedida?

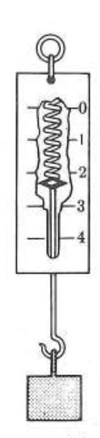


Fig. 9.1 Corte esquemático de un dinamómetro.

Problema 9.2 Consideremos una mesa horizontal y sin ningún rozamiento en el laboratorio. Sobre ella se sitúa un bloque de madera y se le da un pequeño impulso. ¿Cuál será el movimiento del bloque? ¿Cómo vendría afectado este movimiento si todo el laboratorio se desplazara con movimiento rectilíneo durante el experimento? Si el bloque describe una trayectoria en arco, ¿cómo decidiríamos si no es el laboratorio el que se mueve según una curva?

Problema 9.3 Un objeto que pesa X unidades cuelga de un dinamómetro (fig. 9.1) dentro de un ascensor. Decidir, en cada uno de los siguientes casos, si el dinamómetro marcará un peso superior o inferior a X y por qué: el ascensor acelera hacia arriba, hacia abajo, se mueve sin aceleración hacia abajo, decelera hacia abajo.

9.5 Segunda ley del movimiento de Newton

Hasta ahora sólo hemos establecido una noción de fuerza puramente cualitativa, e incidentalmente, aquella propiedad de los cuerpos que llamamos *inercia*. Pero para desarrollar una dinámica poderosa, es preciso determinar, cuantitativamente, tanto la fuerza como la inercia, en lugar de decir simplemente que un cuerpo tiene una gran inercia, porque en forma cualitativa se necesita una gran fuerza para cambiar su estado de movimiento.

En la propia formulación de Newton de la segunda ley se establece que la fuerza que actúa sobre un cuerpo es igual a la variación de su cantidad de movimiento, en donde esta magnitud se define como el producto de la masa por la velocidad. Ésta es una simple generalización que surge, naturalmente, de la observación de los

choques, en los cuales una colisión súbita produce un cambio finito de movimiento en un corto período de tiempo. Sin embargo, para aquellas fuerzas que actúan de un modo continuo, como la gravedad, es más conveniente definir la fuerza de un modo distinto, es decir, la ***velocidad de variación*** del movimiento, que nos conduce al concepto de Galileo de la aceleración; esta versión de la segunda ley, formalizada por el matemático suizo Leonhard Euler en 1750, es la que fue adoptada, finalmente, en física y la que aquí usaremos.*

Es costumbre comenzar por enunciar la segunda ley del movimiento en la forma: ***La fuerza exterior resultante (no equilibrada) que actúa sobre un cuerpo material, es directamente proporcional a, y de igual dirección que, su aceleración.***

Lo que aquí se establece es lo siguiente: si la presencia de una fuerza resultante se manifiesta cualitativamente por la observación de variaciones de velocidad (primera ley), la definiremos exactamente por la variación de velocidad por unidad de tiempo. Si representamos por $\mathbf{F}_{res}$ la fuerza resultante que actúa sobre un cuerpo dado y por $\mathbf{a}$ su aceleración, podemos escribir

$$\mathbf{F}_{res} \propto \mathbf{a} \text{ (para un cuerpo determinado),}$$

o sea,

$$\frac{\mathbf{F}_{res}}{\mathbf{a}} = \text{constante para un cuerpo determinado.} \qquad (9.1)$$

La constante así definida es una medida de la inercia del cuerpo, pues, evidentemente, si la razón de $\mathbf{F}_{res}$ a $\mathbf{a}$, es grande, quiere decir que para producir una aceleración dada se requiere una fuerza grande, justamente lo que esperamos que ocurra en cuerpos de gran masa, a los que asignamos, intuitivamente, una gran inercia, mucho mayor que a los cuerpos pequeños y ligeros. La constante de la ecuación (9.1) la representaremos como la letra m y le daremos el nombre de *masa*. Entonces, podremos escribir la segunda ley del movimiento en la forma

$$\frac{F_{res}}{a} = m; \quad \text{o} \quad F_{res} = m \times a. \qquad (9.2)$$

* Aunque, aparentemente, las dos versiones son conflictivas, Newton usó ambas en situaciones apropiadas. Destacó la diferencia entre las definiciones involucradas en las dos ecuaciones $F = \Delta mv$ y $F = \Delta mv/\Delta t$. Hacía esto tomando $\Delta t = 1$ o absorbiendo implícitamente el factor Δt en la definición de F en el primer caso. Si bien la segunda versión de Newton es equivalente a la ecuación actual $F = ma$ que veremos después, esta ecuación nunca aparece en los *Principia*.

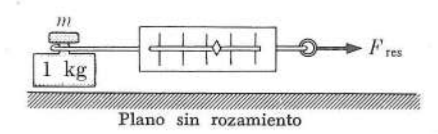


Fig. 9.2 Experimento mental para definir la unidad de fuerza.

La ecuación (9.2) nos permite, en principio, asignar valores numéricos a una fuerza resultante midiendo la aceleración que produce a un cuerpo de masa conocida, o, a la inversa, obtener valores numéricos para la masa a partir de la aceleración y de la fuerza resultante. Pero el círculo vicioso es evidente; desgraciadamente, encontramos que la inercia y la fuerza, los dos conceptos que intentamos establecer cuantitativamente y de un modo riguroso, son interdependientes. Para determinar uno de ellos debemos conocer antes el otro.

Hay una solución inmediata para este aparente dilema. Antes de intentar cualquier medida de fuerza o masa elegimos un objeto conveniente, por ejemplo un pequeño trozo de roca o metal pulimentado, como ***patrón de masa universal***, y le asignamos arbitrariamente una inercia unidad o ***unidad de masa***; por ejemplo, podemos llamarla ***masa patrón de un kilogramo*** (en abreviatura 1 kg). Entonces, por la ecuación (9.2), podremos medir cualquier fuerza observando la aceleración que produce a nuestra masa patrón.

Este importante punto será aclarado si recurrimos a un experimento imaginario («experimento mental»). Coloquemos la masa patrón de 1 kg sobre un plano horizontal tan pulimentado que podamos considerarlo exento de rozamientos.* Fijemos ahora a la masa patrón un dinamómetro no calibrado (de masa despreciable) y tiremos de él horizontalmente, como se indica en la figura (9.2). Aquí, la fuerza aplicada es la única fuerza exterior no equilibrada y, por tanto, la fuerza resultante. Si se mantiene constante la fuerza, la aceleración del objeto también será constante y por tanto averiguable sin ninguna dificultad fundamental. Supongamos que ésta sea de 4 m/s^2 en este caso particular y para una tracción uniforme dada. Esto es todo lo necesario para calcular la magnitud de la tracción; que será por la ecuación (9.2), $F_{res} = m \times a$; en este caso,

$$F_{res} = 1\ kg \times 4\ m/s^2 = 4\ kg\text{-}m/s^2.$$

* Para experiencias demostrativas se puede conseguir una aproximación sorprendente de este ideal colocando una pieza pulida de «hielo seco» sobre una lámina de vidrio lisa y horizontal. La delgada capa de vapor entre ambos cuerpos reduce el rozamiento al mínimo.

La lectura del índice correspondiente a esta tracción puede marcarse* en el dinamómetro con 4 kg-m/s^2; como la unidad kg-m/s tradicionalmente se ha llamado *newton*, la marca será de 4 newtons.**

Naturalmente, un solo punto no basta para fijar el calibrado de un dinamómetro. Por tanto, idealmente repetiremos todo el procedimiento varias veces con diferentes fuerzas aplicadas, observando en cada caso la aceleración correspondiente del objeto de 1 g. De este modo, podemos conseguir un dinamómetro completamente calibrado; con su ayuda, podemos medir no sólo otras fuerzas directamente, sino —lo que es más importante— invertir el argumento para determinar rápidamente la masa desconocida m_x de cualquier otro objeto. Por ejemplo el dinamómetro ahora calibrado se aplica a m_x y se lee 15 newton mientras acelera m_x sobre el plano sin rozamiento. Si la aceleración medida simultáneamente es 6,2 m/s^2, resulta, según la Ec. (9.2),

$$m_x = \frac{F_{\text{res}}}{a} = \frac{15 \text{ newton}}{6{,}2 \text{ m/s}^2} = \frac{15 \text{ kg m/s}^2}{6{,}2 \text{ m/s}^2} = 2{,}4 \text{ kg.}$$

En resumen: La segunda ley de Newton, junto con una elección arbitraria de la masa patrón, nos fija, de un modo conveniente, la unidad de fuerza, nos permite el calibrado de dinamómetros, y nos da una determinación operacional de la masa de cualquier objeto.

Problema 9.4 Repasar, en detalle, los pasos necesarios para determinar (en una experiencia mental) la masa desconocida m_x (en kilogramos) cuando no disponemos sino de un plano horizontal sin rozamiento, 1 kg patrón, un dinamómetro sin calibrar, un metro y un cronómetro. (*Nota*: la contestación representa una primera «definición operacional» de masa y será de gran ayuda para la comprensión de los problemas dinámicos.)

≈25,88 Kg

Problema 9.5 ¿Cuál es la masa m_x de un objeto, si su aceleración sobre un plano horizontal sin rozamiento es de 0,85 m/s^2, cuando el indicador del dinamómetro marca 22 newton? ¿Qué aceleración producirá una fuerza de 1,0 newton aplicada a un objeto de 3,8 kg? ≈ 0,3 m/s^2

---

* Que la fuerza era constante, estrictamente hablando, puede juzgarse sólo a partir de la constancia de la aceleración observada. Sin embargo, por suerte, hay una ley de la Naturaleza que gobierna el comportamiento de los cuerpos elásticos como los muelles de los dinamómetros, según la cual el desplazamiento del muelle y, por tanto, la posición del índice es constante y única para fuerzas constantes.

** Otra unidad, a veces utilizada, es la *dina*, definida como 1 g cm/s^2; obsérvese que 1 newton = 10^5 dinas.

Problema 9.6 Sobre un cierto plano horizontal, el rozamiento en el contacto con un cuerpo móvil no es cero, sino 7,4 newton, mientras que la tracción del dinamómetro es horizontal y de 13,6 newton. Si la aceleración observada del cuerpo es de 2,2 cm/s^2, ¿cuál es su masa?

Problema 9.7 La masa de un estudiante es, aproximadamente, 75 kg. Cuando se sienta en su coche y parte del reposo su aceleración es de unos $2m/s^2$. ¿Qué fuerza ejercerá para acelerarle el asiento del coche y en qué dirección?

9.6 Patrón de masa

Se habrá apreciado fácilmente que el patrón de masa que representa un kilogramo, aunque esencialmente arbitrario, se ha elegido con cuidado. Para el trabajo científico se eligió, originalmente, para un gramo la masa de un cm^3 de agua destilada a 4° C. Esta elección, que data del siglo XVIII, presenta dificultades en la práctica. Aunque el tomar como patrón una cierta cantidad de agua tiene la importante ventaja de su fácil y económica reproducción en cualquier lugar, presenta obvias dificultades de carácter experimental, debido a los efectos de la evaporación, la inercia adicional del recipiente, la relativamente poca precisión con la que pueden medirse los volúmenes, y otras semejantes. Por esto, se ha aceptado usar como patrón primario de masa, la de un cilindro de una aleación de platino cuidadosamente guardado en el ***Bureau Internationale des Poids et Mesures***, de Sèvres, un suburbio de París (junto con el patrón de longitud, barra de metal que representa la distancia de 1 metro*). En los distintos laboratorios de metrología de todo el mundo se guardan réplicas de este patrón primario; y, a su vez, de los patrones secundarios se construyen réplicas auxiliares para su distribución en fábricas, laboratorios, etc.

Por conveniencia y exactitud, este bloque de metal se construyó con una inercia mil veces mayor que la masa de 1 g; así, el objeto patrón (fig. 9.3) es un cilindro de 3,81 cm de altura, de masa 1 000 g, llamado kilogramo (kg). Cuando hablamos de 1 g, pensamos en 1/1 000 de aquel kilogramo patrón. Para todas nuestras discusiones y experimentos mentales, debemos hablar y pensar en nuestro patrón como un bloque metálico de masa 1 kg. Vale, aproximadamente, 2,2 veces más que la libra, la unidad de masa usada, generalmente, en U.S.A. con fines comerciales.**

---

* Como se explica en el Apéndice VIII, esta barra no es ya el patrón primario del metro.

** Más exactamente, 1 kg = 2,204622 lb del sistema inglés, o sea 1 lb = 0,4535924 kg. Sin embargo, la relación fácil de recordar 1 lb = 0,454 kg es suficiente para nosotros. Para una discusión más profunda y tablas de factores de conversión, véanse los apéndices.

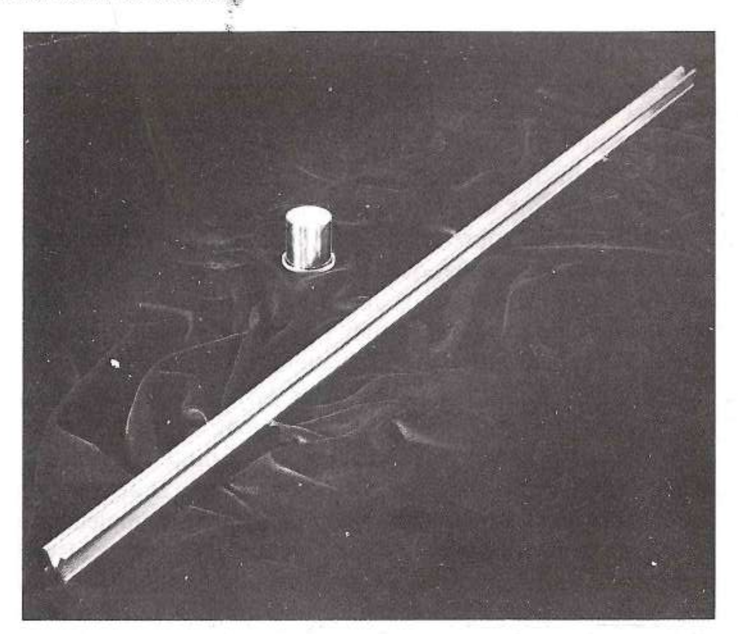


Fig. 9.3 Kilogramo patrón, junto con el metro patrón. (Cortesía del National Bureau of Standards.)

9.7 Peso

Sobre los cuerpos puede actuar cualquier tipo de fuerzas: el impulso dado con la mano, la acción de un resorte sujeto al cuerpo, la atracción magnética si el cuerpo es de hierro u otro material magnético, la acción de cargas eléctricas o la atracción gravitatoria que la Tierra ejerce sobre los cuerpos. Pero, sea cual fuere el origen de las fuerzas, su efecto viene dado siempre por la misma ecuación, $\boldsymbol{F}_{res} = m \times \boldsymbol{a}$. La segunda ley de Newton es tan potente por ser de aplicación tan general, aunque no podamos comprender exactamente cómo y por qué una fuerza en particular (como el magnetismo o la gravedad) actúa sobre los cuerpos.

Si la fuerza resultante es, en efecto, de origen magnético, podemos escribir $\boldsymbol{F}_{mag} = m\boldsymbol{a}$; si es eléctrica, $\boldsymbol{F}_{el} = m\boldsymbol{a}$; y así sucesivamente. En la misma línea utilizaremos el símbolo $\boldsymbol{F}_{grav}$ cuando la fuerza sea la atracción gravitatoria de la Tierra. Como este caso se presenta con gran frecuencia, daremos a $\boldsymbol{F}_{grav}$ el nombre especial de *peso* y lo representaremos con el símbolo $\boldsymbol{W}$.

De todas las fuerzas que un cuerpo puede experimentar, la gravitatoria es, quizá, la más interesante. Vamos a considerarla en detalle. Ante todo, lo que nos sorprende de ella es que actúa entre dos cuerpos (tales como una piedra por un lado y la Tierra por otro), sin necesidad de prepararlos, simplemente poniéndolos próxi-

mos uno a otro. Para que dos trozos de acero se atraigan magnéticamente, debemos tratarlos de un modo especial, para imanarlos, al menos a uno de ellos; y para que puedan actuar fuerzas eléctricas entre dos objetos, hemos de electrizar también, al menos, uno de ellos. Pero la atracción mutua gravitatoria entre dos cuerpos es algo inherente a los mismos, aunque, generalmente, sea tan débil que no pueda detectarse por los medios ordinarios. Nos fijaremos, primeramente, en el caso de la atracción de la Tierra sobre los cuerpos que se encuentran en o cerca de su superficie. En este caso, F_{grav} actúa, queramos o no, en tanto que las fuerzas mecánicas, magnéticas y eléctricas podemos aplicarlas o quitarlas a voluntad.

Nuestro segundo punto es el siguiente: Es fácil cambiar las fuerzas mecánicas y eléctricas que actúan sobre una partícula material —tirando más intensamente de la cuerda a la cual está atada o depositando más cargas sobre ella, etcétera—, pero no ocurre lo mismo con su peso. Hagamos lo que hagamos, el peso de un cuerpo F_{grav} en un lugar determinado es, esencialmente, constante. La experiencia indica también que cuanto más separamos dos cuerpos, menor es la atracción gravitatoria entre ellos, de modo que el peso de un objeto desaparece completamente si lo colocamos en un lugar extremadamente alejado de otros objetos, por ejemplo, en el espacio interestelar.* Pero si en un lugar determinado del globo, el peso de un trozo de metal es, digamos, de 1 newton, nada cambiará este valor, a no ser que destruyamos la identidad del objeto, separando o añadiéndole alguna parte. Aunque interpongamos algún tipo de pantallas, entre el trozo de metal y la Tierra, su atracción mutua gravitatoria no cambia, como se ha demostrado por la experiencia.

De acuerdo con los párrafos anteriores, tenemos algunos métodos precisos para medir F_{grav}. Basta simplemente, dejar caer el objeto permitiendo que F_{grav} actúe sobre él y lo acelere en caída libre y determinar entonces la magnitud de F_{grav} = masa (m) × aceleración debida a la gravedad (g). Conocido m por nuestro tipo previo de experimentos (sec. 9.5), y observando, experimentalmente, la aceleración g en caída libre, podemos calcular en seguida F_{grav}.

Por suerte, hay otro método más fácil y directo. Solamente necesitamos un dinamómetro previamente calibrado: colgamos de él el objeto cuyo peso F_{grav} buscamos y esperamos hasta que se restablezca el equilibrio. En este método, F_{grav} no es la única fuerza que actúa sobre el objeto; pues está equilibrada por la fuerza hacia arriba del dinamómetro. Cuando el indicador queda quieto —digamos en la señal 5 newton—, sabemos (por la primera ley de Newton) que la fuerza resultante es cero. Aunque de sentidos opuestos, las dos fuerzas que actúan sobre el mismo objeto son numéricamente iguales y, por tanto, F_{grav}, el peso en cuestión debe ser también 5 newton (fig. 9.4). De paso, anotemos el hecho curioso de que al «pesar» no

* El mismo resultado, aunque por un razonamiento completamente distinto, se obtiene situando el objeto —mentalmente— en el centro de nuestro planeta, en donde las atracciones gravitatorias procedentes de todas partes se contrarrestan mutuamente.

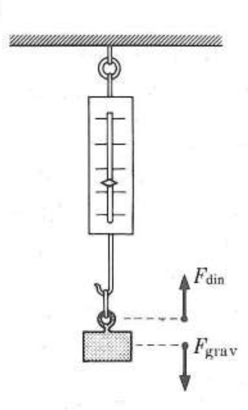


Fig. 9.4 Pesada con un dinamómetro.

«leemos» el peso, sino la magnitud de una fuerza equilibrante dirigida en sentido opuesto. A esto podríamos llamarle determinación *estática* del peso, mientras que la anterior era una determinación *dinámica*. Es un hecho experimental que ambos procedimientos, aunque muy diferentes, dan iguales valores en la misma localidad.

Sin embargo, otro atributo notable de la fuerza de la gravedad viene revelado por la famosa observación de Galileo de que (en una localidad determinada) todos los cuerpos caen con la misma aceleración de la gravedad, g. Esto sólo puede significar que la atracción gravitatoria F_{grav} es proporcional a la masa del objeto atraído, de modo que su composición, forma, etc., no influyen en absoluto sobre F_{grav}. Si reflexionamos, éste es un descubrimiento sorprendente. La magnitud de otras fuerzas (por ej. las fuerzas eléctricas y magnéticas) no es simplemente proporcional a la masa del objeto afectado. Por el contrario, dos esferas de igual masa, pero de diferente material, se comportan, generalmente, de un modo totalmente distinto cuando están en presencia del mismo imán o de la misma carga eléctrica. El hecho de que exista una proporcionalidad universal y estrictamente lineal entre peso y masa es, lógicamente, tan inesperado, como si hubiéramos encontrado que los pesos de los cuerpos son, exactamente, proporcionales a la raíz cuadrada de sus volúmenes; o, siguiendo una analogía, si se descubriese que en un lejano planeta, la riqueza de un hombre fuese proporcional al tamaño de su persona. Ciertamente, la riqueza y el tamaño no son conceptos idénticos, pero tal relación empírica nos permitiría juzgar rápidamente la cuenta bancaria de un hombre conociendo su tamaño y viceversa. De igual modo, aunque el peso F_{grav} y la masa m de un objeto son conceptos completamente diferentes, la simple relación entre los valores correspondientes nos permite alcanzar pronto el hábito de juzgar el peso relativo de un cuerpo a partir de su masa, y viceversa.

En resumen, el método dinámico de medida de pesos por la fórmula $F_{grav} = m.g$ exige una determinación previa de la masa m y, también, una medida de g. Ahora

bien, aunque g tiene el mismo valor para todos los objetos en un punto dado, y que podemos tomar como 9,80 m/s^2 en la superficie terrestre, el valor *exacto* que se mide varía de una localidad a otra. Como se ve en la tabla 9.1, la variación es, desde el valor de 9,7804 m/s^2 en el ecuador, a 9,8322 m/s^2 en el polo Norte. Un objeto de 1 kg de masa tendrá un peso aproximado mg de 9,81 newton en Maine y, 9,79 newton en Florida. Además, para una misma latitud, el valor de g decrece al aumentar la altura sobre el nivel del mar, y aunque las diferencias son generalmente pequeñas, los modernos métodos de medida son tan exactos que se pueden determinar los diminutos cambios de g correspondientes a distintos pisos de un edificio.

Tabla 9.1 *Valores de la aceleración de la gravedad*

Lugar	*Valor de «g»* (m/s^2)
Cambridge, Mass.	9,804
Chicago	9,803
Denver	9,796
Key West	9,790
San Francisco	9,800
Washington, D.C.	9,801
París	9,809
Latitud 0°, al nivel del mar	9,78039
Latitud 90°, al nivel del mar	9,83217
Superficie del Sol	274,40
Superficie de la Luna	1,67

Problema 9.8 Imaginemos una superficie horizontal exenta de rozamientos, una masa patrón de 1 kg, un dinamómetro sin calibrar, un metro, cronómetros y ayudantes. Sin más ayuda que éstas y a partir de las leyes de Newton del movimiento, deducir detalladamente los pasos necesarios para determinar, en una experiencia idealizada, el peso F_{grav} (en newton) de un objeto, por dos métodos esencialmente distintos.

Problema 9.9 Una réplica del kilogramo patrón, construida en París, se envía al National Bureau of Standards de Washington. Calcular: a) su masa en Washington, b) su peso en París y Washington, y c) el porcentaje de las diferencias de peso en los dos lugares. (Para los datos que se precisen, consultar la tabla 9.1.)

Problema 9.10 En el ecuador (latitud 0°) la aceleración de la gravedad es 9,78039 m/s^2 al nivel del mar y 9,77630 m/s^2 a una altura de 1000 m sobre el nivel del mar. Si estos resultados hubieran de confirmarse comparando el peso de un cuerpo de 500 g a estos dos niveles con un mismo dinamómetro ¿cuál deberá ser la magnitud de la división más pequeña de la escala que se pueda estimar con exactitud?

9.8 Balanza de brazos iguales

Al volver ahora al concepto importante (y quizá inicialmente oscuro) de masa, estableceremos un tercer modo de medirla, que en la práctica diaria es, con ventaja, el más práctico y sencillo.

A modo de repaso, recordemos que la necesidad de un patrón de masa arbitrario es esencial. Hecho esto, podemos calibrar un dinamómetro utilizándolo para comunicar aceleraciones mensurables a la masa patrón colocada sobre una superficie horizontal sin rozamiento. El dinamómetro así calibrado podrá servir para determinar las masas de distintos objetos: a) bien usándolo para arrastrar un objeto sobre una superficie sin rozamiento, observando la tracción y la aceleración resultante, o b) midiendo en él el valor de F_{grav} para el objeto en cuestión y dividiendo este valor por la aceleración de la gravedad g medida en dicha localidad.

A estos métodos añadimos ahora otro, c) conocido como «pesada» con una balanza de brazos iguales. A primera vista, este método parece simple y evidente, pero de hecho es conceptualmente muy engañoso. Colocamos la masa incógnita m_x en un platillo (fig. 9.5) y añadimos una cantidad suficiente de masas patrón auxiliares marcadas en el otro platillo hasta que queden horizontales los brazos. En esta situación, la tracción gravitatoria sobre la masa incógnita, que es $m_x g$, queda contrarrestada por el peso de los patrones, $m_s g$. (Nótese que suponemos suficientemente comprobado el resultado experimental referente a la igualdad de aceleraciones de la gravedad para todas las masas en una localidad). Pero si $m_x g = m_s g$, será $m_x = m_s$. Sumando los valores individuales de las masas patrón de un platillo,

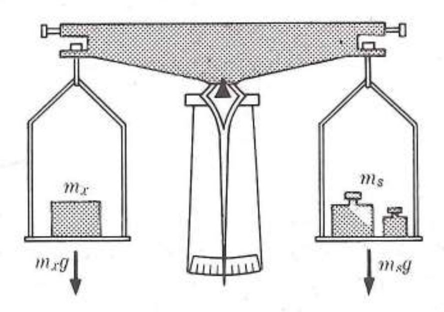


Fig. 9.5 Pesada con una balanza de brazos iguales.

obtendremos, inmediatamente, la masa m_x del objeto del otro platillo. Este procedimiento es preferible a los métodos a) y b) puesto que el margen de pesadas, la precisión del calibrado y la consistencia de un dinamómetro son muy limitados, en tanto que en el método (c) con una balanza de brazos iguales podemos calcular, o manejar con precisión una gama muy amplia de masas y la exactitud de las medidas individuales (que puede alcanzar hasta 10^{-7} g con un cuidado especial), incluso sin refinamientos, es fácilmente superior a $\frac{1}{1000}$ de gramo. Los resultados son reproducibles y consistentes cuando se cumplen estas tres importantes hipótesis comprobables: los brazos de la balanza son rectos y de igual longitud, el valor de g es el mismo en ambos platillos, y el calibrado inicial de las masas patrón auxiliares es permanentemente correcto.

9.9 Masa inerte y masa pesante

Probablemente hemos dado por sentado que un resultado obtenido por el método (a), descrito en la sección anterior, es siempre igual, para el mismo objeto, que los resultados obtenidos por los métodos (b) o (c). Y es más, un poco de reflexión nos convencería de que esta identidad es totalmente imprevisible —o es una coincidencia increíble o es un síntoma de una nueva ley profunda de la Naturaleza. Para empezar, consideremos que en el caso (a) la masa se determinó con una medida dinámica: realmente se permite que el objeto «ceda» a la fuerza, se acelere efectivamente por la tracción del dinamómetro que se mueve horizontalmente y la masa así determinada constituye una medida de la inercia del objeto. Las fuerzas gravitatorias no figuran en absoluto en este cuadro; de hecho la medida experimental se podría llevar a cabo de igual o mejor manera en un espacio exento de gravitación. En cambio, los métodos (b) y (c) que son procedimientos estáticos de pesada con un dinamómetro mantenido verticalmente o con una balanza de brazos iguales, no podrían invocarse en ausencia de gravedad. Aquí toda la medida depende de una propiedad de los cuerpos materiales: que son atraídos por otros cuerpos como la Tierra; la inercia no juega en ellos ningún papel. El caso a) por un lado, y los b) y c) por el otro, miden dos atributos de la materia completamente distintos, a los cuales asignamos los nombres de ***masa inerte*** y ***masa pesante***, respectivamente.

Para fines prácticos no haremos distinción entre los dos tipos de masa. Pero para recordar lo esencial que es tener una noción clara del significado operacional de los conceptos científicos y que, históricamente, se siguieron notables consecuencias de la consideración bajo una nueva luz de ideas preestablecidas desde largo tiempo, transcribimos estas palabras del libro de Albert Einstein y Leopold Infeld, ***The Evolution of Physics:****

---

* A. Einstein y L. Infeld, *The Evolution of Physics,* pág. 36. New York; Simon and Schuster (1938).

«¿Es la identidad de los dos tipos de masa puramente accidental, o tiene un significado más profundo? La contestación, desde el punto de vista de la física clásica, es: la identidad de las dos masas es accidental y no se le puede dar un significado más profundo. La contestación de la física moderna es justamente la opuesta: la identidad de las dos masas es fundamental, y constituye un dato nuevo y esencial que conduce a una comprensión más profunda de la Naturaleza. Éste fue, de hecho, uno de los datos más importantes de los que surgió la llamada teoría de la relatividad generalizada.»

«Una novela de misterio pierde todo su valor si se explican los sucesos extraños que en ella ocurren, como simples accidentes. Es mucho más satisfactorio que el relato siga un esquema racional. De igual modo, una teoría que ofrezca una explicación de la identidad entre la masa inerte y la pesante es superior a la que interpreta su identidad como simple accidente; con tal, por supuesto, que las dos estén igualmente de acuerdo con los hechos que se observan.»

Problema 9.11 Puede concebirse otro universo en que algunas materias tengan solamente masa pesante y otras sólo masa inerte. Describir cómo se comportarían los objetos de la vida diaria si estuviesen hechos sólo de una u otra de estas materias.

Problema 9.12 Suponer una balanza gigantesca de brazos iguales firmemente establecida a la mitad de distancia entre la Tierra y la Luna de modo que un platillo cuelga directamente sobre la superficie de la Tierra y el otro sobre la *superficie de la Luna.* Si un hombre de la Tierra con una masa de 80 kg se sube en el platillo terrestre, ¿qué masa (en kilogramos) debe tener un selenita (hombre de la luna) para que, subido en su platillo, equilibre la balanza?

9.10 Ejemplos y aplicaciones de la segunda ley del movimiento de Newton

La segunda ley de Newton, en la cual se basaban los párrafos anteriores, es tan importante e indispensable en las ciencias físicas que merece la pena analizar algunos ejemplos de su aplicación a problemas mecánicos sencillos.

Ejemplo 1. Un objeto de masa m kg cuelga de un dinamómetro calibrado en un ascensor (fig. 9.6). Todo el conjunto se mueve hacia arriba con una aceleración conocida de a m/s^2. ¿Cuál es la indicación del dinamómetro?

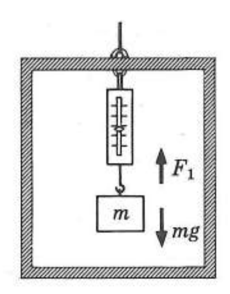


Fig. 9.6 Peso de un objeto suspendido en un ascensor.

Solución: En tanto el ascensor está inmóvil, la tracción hacia arriba del dinamómetro y, por tanto, su indicación F_1 será igual, en magnitud, al peso mg del objeto. Lo mismo ocurre si el ascensor se mueve ***hacia arriba o hacia abajo*** con velocidad constante, condiciones que también son de equilibrio y de anulación de todas las fuerzas que actúan sobre m. Sin embargo, para que se produzca una aceleración de a m/s^2, sobre m debe actuar una fuerza resultante de ma newton en dicha dirección. En forma simbólica, $F_{res} = ma$; pero

$$F_{res} = F_1 - mg,$$

de modo que

$$F_1 = ma + mg = m(a + g).$$

La indicación F_1 será mayor que antes. Inversamente, si el ascensor decelera a m/s^2 mientras asciende o si acelera al descender, el dinamómetro se relajará un poco, de tal modo que sobre la masa m actúa la fuerza resultante $(mg - F_1)$ en dirección hacia abajo y, naturalmente, de magnitud ma. Por tanto, la indicación será $F_1 = mg - ma$. Por último, si el ascensor cayera libremente ($a = g$), la fuerza resultante que actúa sobre cualquier objeto en su interior será, simplemente, su peso. Es decir, la última ecuación se convierte en $F_1 = mg - mg$, o sea, la indicación del dinamómetro sería cero. El objeto está sometido a una sola fuerza, su propio peso, F_{grav}.

Una vez más, estamos obligados a hablar claramente: Un dinamómetro, evidentemente, no registra siempre el peso de un objeto que cuelga de él. Esto es cierto sólo cuando todo el sistema está en equilibrio; en caso distinto, el dinamómetro presenta una indicación mayor o menor dependiendo de las fuerzas aceleradoras que deba aplicar al objeto.

Ejemplo 2. Dos objetos de masas m_1 y m_2 están unidos por una cuerda que pasa por una polea muy ligera y sin rozamiento, como indica la fig. 9.7. Hallar la magnitud de la aceleración de las masas.

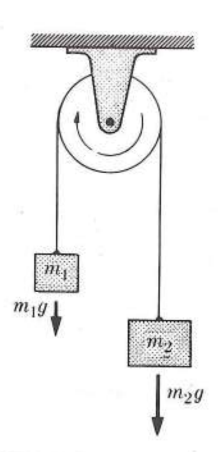


Fig. 9.7 Máquina de Atwood.

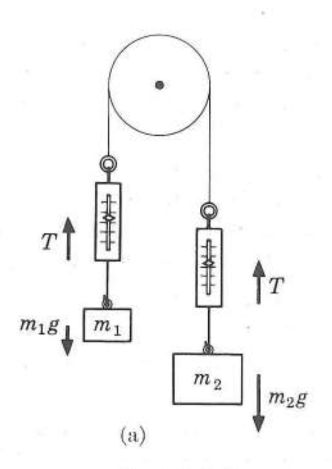
Solución: En este dispositivo, llamado máquina de Atwood por el físico inglés del siglo XVIII, que lo inventó, la fuerza externa resultante sobre el sistema de cuerpos es $m_2g - m_1g$ (supuesto que m_2 es mayor que m_1). La masa total acelerada es $m_1 + m_2$ y, por tanto,

$$a = \frac{(m_2 - m_1)\,g}{(m_1 + m_2)} \tag{9.3}$$

que puede resolverse con los valores conocidos de m_1, m_2 y el valor local de g. Inversamente, si se determina experimentalmente con precisión m_1, m_2 y a, y se hacen las correcciones correspondientes a los efectos de la cuerda, de la polea y de la resistencia del aire, puede obtenerse el valor g con bastante exactitud.

Ejemplo 3. En el problema anterior de la máquina de Atwood (ejemplo 2) queremos averiguar la tensión de la cuerda mientras la masa acelera, problema semejante al del ejemplo 1. En primer lugar, debemos definir claramente el significado de «tensión en una cuerda»: para nuestros propósitos sería, simplemente, la fuerza indicada por un dinamómetro intercalado en la cuerda [figura 9.8 (a)]. Para una cuerda de masa despreciable (la especificación usual de nuestro problema), esta fuerza es la misma en los dos extremos.

Para obtener la tensión T en función de los demás datos o magnitudes observables, consideremos, cuidadosamente, la fig. 9.8 (b). Si fijamos nuestra atención en una u otra de las dos masas, por ejemplo m_2, excluyendo el resto del sistema, es evidente que sobre m_2 actúa una fuerza resultante $(m_2g - T)$; por tanto,



T
m_2
m_2g
(b)

Figura 9.8

$(m_2g - T) = m_2a$, siendo m_2 la única masa sobre la que actúa aquella fuerza resultante. Es decir,

$$T = m_2g - m_2a = m_2(g - a) \tag{9.4}$$

Por otra parte, concentrándonos exclusivamente sobre m_1, resulta $F_{res} = T - m_1g$, o sea,

$$T = m_1a + m_1g = m_1(g + a) \tag{9.5}$$

Cualquiera de las dos expresiones puede utilizarse para calcular la tensión de la cuerda. Igualando ambas, se obtiene $m_2(g - a) = m_1(g + a)$, de donde resulta de nuevo,

$$a = \frac{(m_2 - m_1)}{(m_1 + m_2)} g.$$

Este resultado fue ya deducido sobre la base de argumentos más directos, y ello nos da confianza en el método de «aislamiento» utilizado aquí. Inversamente, la última ecuación podía emplearse para determinar la magnitud de la masa a un lado de la polea (por ejemplo, m_1) exclusivamente por observaciones realizadas en el otro extremo (es decir, la magnitud de m_2 y a). Por ejemplo, $m_1 = m_2(g - a)/(g + a)$.

De una forma casual, este último ejemplo pone de manifiesto un método poderoso de argumentación de las ciencias físicas, ***el aislamiento de una parte pequeña y específica de la situación total.*** Como la fig. 9.8 (b) simboliza, T (y, por

tanto m_1) podría determinarse por observaciones realizadas solamente sobre una pequeña porción del conjunto, estando el resto, quizás, oculto en la inaccesible oscuridad de una «caja negra». Aunque permanezcamos «fuera» de la caja, podemos decir algo respecto a su «interior».

La Naturaleza, frecuentemente, enfrenta a los científicos con «problemas de cajas negras». Se les dan algunas leyes generales de la Naturaleza y unas pocas manifestaciones observables de un esquema complejo o de un mecanismo oculto, y su tarea consiste en saber todo lo posible acerca del esquema o mecanismo a pesar de la información directa tan escasa e incompleta. El problema puede ser tan humilde, como encontrar m_1 por observaciones que hacemos de m_2, o tan general como deducir la temperatura, velocidad, diámetro, masa y composición de una estrella lejana, analizando un rayo de su débil luz.

Problema 9.13 Una lámpara cuelga verticalmente de una cuerda en un ascensor que desciende. El ascensor decelera 300 cm/s^2 antes de detenerse. Si durante este proceso la tensión de la cuerda es de 20 newton, ¿cuál es la masa de la lámpara?

Problema 9.14 Un hombre de 72 kg está sentado en la plataforma de una báscula dinamométrica en un ascensor en movimiento. ¿En qué condiciones la báscula marcará $\frac{1}{4}$ más que cuando está en reposo?

Problema 9.15 Sobre una mesa horizontal sin rozamiento descansa una masa m_2 de 15 kg conectada, como indica la fig. 9.9, a las masas colgantes $m_1 = 10$ kg y $m_3 = 25$kg. Determinar la aceleración del sistema y la tensión de la cuerda por encima de m_1.

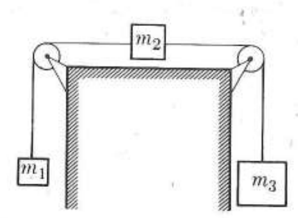


Figura 9.9

Problema 9.16 Un hombre intenta calcular el valor de la aceleración de la gravedad, g, con una máquina de Atwood, mientras él y todo su laboratorio se encuentran, sin saberlo, cayendo libremente en el espacio. ¿Cuál será el resultado experimental de g y por qué?

Problema 9.17 Si mañana el conjunto de la Tierra comenzase a moverse con una gran aceleración en dirección a la estrella Polar, ¿cómo se manifestaría mecánicamente esta aceleración en las distintas partes del mundo?

9.11 Tercera ley del movimiento de Newton

La primera ley de Newton definió, cualitativamente, el concepto de fuerza, y la segunda ley nos proporciona una definición cuantitativa de la fuerza e introduce el concepto de masa. A éstas, Newton añadió la *tercera ley* del movimiento, que completa la caracterización general del concepto de fuerza, explicando, en esencia, que toda fuerza que pueda existir tiene su imagen gemela. En palabras de Newton:

«A cada acción, se le opone siempre una reacción igual: o bien, las acciones mutuas de dos cuerpos, unos sobre otros, son siempre iguales y dirigidas hacia las partes contrarias.»

«Siempre que tiramos o presionamos algo, somos tirados o presionados por aquello. Si presionamos una piedra con nuestro dedo, el dedo también es presionado por la piedra. Si un caballo tira de una piedra atada con una soga, el caballo (si puede hablarse así) será igualmente tirado hacia la piedra; pues la cuerda distendida, por el mismo intento de relajarse, arrastrará tanto al caballo hacia la piedra como a la piedra hacia el caballo, e impedirá tanto el avance de uno como favorecerá el de la otra...»

Esta afirmación es más bien desconcertante: una sola partícula, por sí misma, no puede nunca ejercer ni experimentar ninguna fuerza. Las fuerzas surgen solamente como resultado de la interacción de dos entes y entonces uno empuja al otro o tira de él tanto cuanto se siente empujado o tirado por el otro. La Tierra es atraída hacia arriba por una manzana que cae, exactamente con la misma fuerza que la manzana que cae es atraída hacia abajo por la Tierra. Podemos llamar a una de las fuerzas acción y a la otra reacción, pero el que a cada una de ellas la llamemos de una u otra manera, es totalmente arbitrario. No es que una de las fuerzas aparezca primeramente y cause la otra; ambas son *causa* simultánea una de otra. Dos hombres metidos entre una multitud y presionándose uno contra otro, pueden cada uno pensar que es el otro quien le está empujando; realmente, cada uno de los hombres está empujando y es empujado. Análogamente, podría decirse que pedir dinero prestado es causa de una deuda, pero es igualmente correcto decir que el prestar dinero fue la causa del crédito. La acción y la reacción están así una a la otra en una relación similar como el débito al crédito: uno es imposible sin el otro; son de igual magnitud, pero en sentidos opuestos; la relación causal se introduce sólo artificialmente y, lo que es más importante, acción y reacción están aplicadas a dos objetos diferentes.

Para poner de manifiesto todos estos puntos, podríamos enunciar la tercera ley del movimiento de Newton así: *Siempre que dos cuerpos A y B interaccionan de tal modo que el cuerpo A experimenta una fuerza (por contacto, por interacción gravitatoria, magnética o por cualquier otra), el cuerpo B experimenta, simultáneamente, una fuerza de igual magnitud y dirección pero de sentido contrario.*

9.12 Ejemplos y aplicaciones de la tercera ley de Newton

El modo más fácil de comprender la tercera ley es analizar algunas situaciones típicas y concretas, como son los ejemplos que siguen. Los dos primeros se refieren a cuerpos en equilibrio; los dos últimos a sistemas acelerados.

Ejemplo 1. El caso más simple se refiere a una caja (cuerpo A) que está sobre la Tierra (cuerpo B). Consideremos las fuerzas que actúan sobre cada cual. Probablemente, la fuerza que primero viene a nuestra imaginación es el peso de la caja, F_{grav}; la representaremos aquí por el símbolo F_{1A} y la indicaremos en la figura 9.10 (a) por una flecha dirigida verticalmente hacia abajo, y aplicada a la caja A en su centro de gravedad. Junto con esta atracción de la Tierra sobre la caja, está la atracción reactiva gravitatoria de la caja sobre la Tierra, de igual magnitud (por la tercera ley), e indicada en la figura 9.10 (b) por la flecha F_{1B} dirigida verticalmente hacia arriba y aplicada en el centro de la Tierra. Aquí se satisfacen completamente los requisitos de la tercera ley. Sin embargo, según nos dice la segunda ley, si éste fuese el esquema completo de fuerzas, la caja debería caer mientras la Tierra se aceleraría hacia arriba. Esto es verdaderamente lo que puede suceder y sucede mientras la caja cae a la Tierra, se asienta en la arena o comprime las piedras que se encuentran debajo. En resumen, los cuerpos se mueven uno hacia el otro hasta que se desarrollan fuerzas elásticas mutuas capaces de equilibrar al sistema de fuerzas anterior. Concretamente, la Tierra aplica a la caja una fuerza hacia arriba en la superficie de contacto, tal como la indicada por F_{2A} en la figura 9.10 (c), la cual está representada por una flecha hacia arriba «ligada» a la caja, mientras, según la ley que estamos estudiando, existe también una fuerza de igual magnitud y sentido opuesto aplicada al suelo, que indicamos por F_{2B} en la parte (d) de la figura.

Existen ahora dos fuerzas en cada cuerpo. El equilibrio se alcanza por la igualdad en magnitud de F_{1A} y F_{2A} sobre A y de F_{1B} y F_{2B} sobre B. Pero, ¡cuidado!, F_{1A} y F_{2A} no deben interpretarse como acción y reacción, como tampoco lo son F_{1B} y F_{2B}. La reacción de F_{1A} es F_{1B}; la de F_{2A} es F_{2B}. Además, F_1 y F_2 son, por naturaleza, sistemas de fuerzas completamente distintos: las de uno son gravitatorias, las del otro elásticas. En resumen, F_{1A} y F_{1B} son iguales en magnitud por la tercera ley de Newton y F_{1A} es igual a F_{2A} (y F_{1B} igual a F_{2B}) por la condición de equilibrio deducida de la *segunda* ley.

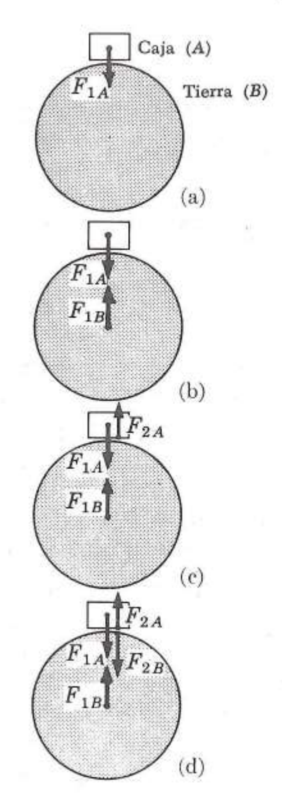


Fig. 9.10 Fuerzas sobre una caja en contacto con la Tierra.

Ejemplo 2. La situación representada en esquema en la figura 9.11 comprende un sistema de cuatro elementos: una superficie extensa horizontal E sobre la cual se encuentra una bestia de carga recalcitrante B. Su dueño M, por medio de una soga R, tira de ella. Hay cuatro pares de fuerzas: $\boldsymbol{F}_{1E}$ es la fuerza comunicada al suelo por los talones del hombre (principalmente por frotamiento estático) y $\boldsymbol{F}_{1M}$ es la fuerza reactiva de igual magnitud, ejercida sobre el hombre por el suelo; $\boldsymbol{F}_{2R}$ es la fuerza con la cual el hombre tira de la soga, y $\boldsymbol{F}_{2M}$ es la fuerza reactiva de igual magnitud ejercida por la soga sobre el hombre; $\boldsymbol{F}_{3B}$ y $\boldsymbol{F}_{3R}$ son las fuerzas de interacción sobre el asno y la soga, respectivamente; y $\boldsymbol{F}_{4E}$ y $\boldsymbol{F}_{4B}$ son las fuerzas de interacción entre el suelo y el asno. En el equilibrio, las fuerzas separadas sobre cada uno de los cuatro objetos dan resultante nula; pero si el equilibrio no existe, es decir, si el hombre consigue incrementar la velocidad del asno hacia la izquierda, entonces, $\boldsymbol{F}_{3B} - \boldsymbol{F}_{4B} = m_{\text{bestia}} \times \boldsymbol{a}$, y lo mismo ocurre con los otros miembros del sistema. Y haya o no equilibrio, cualquier fuerza de «acción» es igual y opuesta a su «reacción».

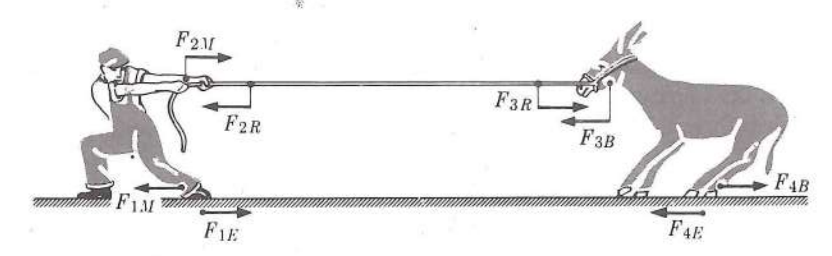


Figura 9.11

La situación puede describirse del siguiente modo: por la tercera ley $\boldsymbol{F}_{1E} = \boldsymbol{F}_{1M}$; igualmente, $\boldsymbol{F}_{2M} = \boldsymbol{F}_{2R}$. Pero esta ley no dice nada acerca de la relación entre $\boldsymbol{F}_{1M}$ y $\boldsymbol{F}_{2M}$, las dos fuerzas que actúan sobre el hombre en virtud de su decisión de tirar de la soga, no por ninguna necesidad o ley de la física. Solamente cuando está en equilibrio, es cuando la fuerza total sobre él es cero, esto es, $\boldsymbol{F}_{1M} = \boldsymbol{F}_{2M}$, en valor numérico, en virtud de la segunda ley (o si se prefiere, por definición de «equilibrio»).

Para el que lleva al asno, lo que importa es la diferencia entre velocidad cero y cualquier otra mayor, aunque sea constante; y así él consideraría, naturalmente, la física newtoniana contraria al sentido común si se le dijera que dos situaciones tan distintas como reposo y movimiento uniforme se las consideraba, igualmente, de equilibrio y se las trataba como dinámicamente equivalentes. Este punto de vista, al considerar el arrastre del asno, sería, ciertamente, comprensible, pero, a menudo, es preciso ir más allá de estos puntos de vista y romper con las concepciones del sentido común, siendo entonces, cuando obtenemos una visión más clara y profunda de los fenómenos naturales.

Ejemplo 3. Consideremos un coche que está acelerándose sobre una carretera recta y horizontal. La fuerza desarrollada por el motor del coche se transmite a las ruedas, y así la fuerza propulsora se debe, en última instancia, al rozamiento estático entre los neumáticos y la carretera en las superficies de contacto momentáneo. Esta fuerza propulsora, por la tercera ley, es igual en magnitud y de sentido contrario a la fuerza que la Tierra experimenta. En consecuencia, un observador fijo en el espacio, estaría, idealmente, en posición de observar la superficie de la Tierra moviéndose en sentido opuesto al del movimiento del coche. Pero es fácil de ver que las dos fuerzas, aunque iguales en magnitud, poducirían aceleraciones distintas. Al ser la inercia de la Tierra infinitamente grande comparada con la del coche, aquélla sólo experimentaría una aceleración infinitamente pequeña. Sin embargo, hay que hacer una importante observación. Estrictamente hablando, en la fórmula $\boldsymbol{F}_{\text{res}} = m\boldsymbol{a}$, la aceleración $\boldsymbol{a}$ producida por las fuerzas que actúan sobre la Tierra, debería medirse no en relación a la misma Tierra, sino en relación a algún punto fijo en el espacio (una estrella fija serviría para este fin). En la práctica, podemos ser-

virnos de la Tierra como sistema de referencia para la medida de las aceleraciones, porque la gran inercia de la Tierra nos asegura que responderá de una forma imperceptible a las fuerzas de reacción que le comunican la mutua gravitación, el rozamiento, la interacción elástica o causas semejantes.

Ejemplo 4. Consideremos dos bloques en reposo sobre una pista horizontal sin rozamiento (o dos carritos con ruedas ligeras «sin rozamiento»). Están conectados entre sí por un resorte fuertemente comprimido (fig. 9.12). Evidentemente, las fuerzas $\boldsymbol{F}_1$ y $\boldsymbol{F}_2$ sobre los dos bloques, debido a su presión mutua son iguales, aunque de sentido opuesto y sólo las fuerzas equilibrantes ejercidas por una cuerda tensa que mantiene unidos los dos carritos evita que salgan disparados en sentidos opuestos. Si la cuerda se corta o se quema, el muelle impulsará a los carritos, uno hacia la derecha y otro hacia la izquierda. En todo momento, las fuerzas opuestas sobre los dos carritos son iguales en magnitud; esto se expresa por la ecuación

$$F_1 = -F_2$$

A medida que el resorte se relaja rápidamente, las fuerzas en sus extremos disminuyen de magnitud hasta que, finalmente, se anulan cuando el muelle está completamente estirado. Tomando un valor medio $\overline{\mathrm{F}}$ para todo el proceso, resulta

$$\overline{F}_1 = -\overline{F}_2.$$

Sin embargo, en ausencia de rozamiento, $\overline{\mathrm{F}} = m\overline{a}$ (donde $\overline{a}$ representa una aceleración media), o sea

$$m_1\overline{a}_1 = -m_2\overline{a}_2. \tag{9.6}$$

La aceleración media viene dada por $\overline{a} = (v - v_0)/t$. Para ambos carritos, $v_0 = 0$ (parten del reposo) y el tiempo de interacción t es, naturalmente, el mismo en ambos. Así, podemos escribir la ecuación (9.6) en la forma

$$m_1v_1 = -m_2v_2. \tag{9.7}$$

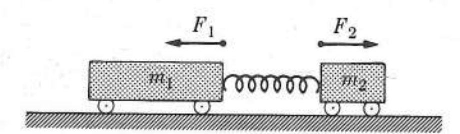


Fig. 9.12 Experimentos de los carritos de reacción.

Considerando simplemente las ***magnitudes numéricas*** de las velocidades, es decir, despreciando el signo menos (que sólo sirve para recordarnos que las velocidades tienen sentidos opuestos), resulta

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{v_2}{v_1}, \quad \text{o} \quad m_1 = m_2\frac{v_2}{v_1}. \tag{9.8}$$

En una palabra, estas ecuaciones establecen que las velocidades alcanzadas por dos cuerpos inicialmente en reposo, a causa de fuerzas de mutua interacción, son inversamente proporcionales a las masas de los cuerpos. Si se elige la masa de uno de los cuerpos que interactúan, digamos m_2, como ***masa patrón***, entonces podremos comparar directamente con ella la inercia m_1 de cualquier otro cuerpo por medio del cociente de las velocidades medidas v_2 y v_1. Concretamente, si en un caso particular $m_2 = 1\text{kg}$ (por definición) y $v_2 = 20$ cm/s y $v_1 = 5$ cm/s por observación, entonces será $m_1 = 4$ kg.

Este ***experimento de los carritos de reacción*** nos ofrece un cuarto y último método [que llamaremos (d) por analogía con los tres métodos tratados en la sec. 9.8] para determinar la masa de un objeto, cual es utilizar una masa patrón m_2 y determinar la masa desconocida por la ecuación (9.8). Lo mismo que en el método (a), aquí deducimos su masa inerte en relación a una patrón, elegida previamente; pero este caso tiene la ventaja de no necesitar el uso ni la calibración de dinamómetros ni la ***medida de fuerzas***. Sabiendo, simplemente, por la tercera ley de Newton, que las fuerzas mutuas entre estos dos carritos son de igual magnitud y sentidos opuestos, no hay necesidad de investigar cuál es su magnitud real.

Problema 9.18 Un camión de $3\frac{1}{3}$ toneladas parte del reposo y alcanza una velocidad de 40 km por hora en medio minuto. ¿Cuál será el cambio de velocidad de la Tierra durante el mismo tiempo? (Masa de la Tierra = $6{,}6 \times 10^{21}$ toneladas, o sea, aproximadamente, 6×10^{24} kg.) ¿Varía el efecto ocasionado sobre la Tierra si el camión tarda un tiempo triple en alcanzar la misma velocidad final?

Problema 9.19 El «experimento mental» de los carritos de reacción para la determinación relativa de masas fue propuesto, por vez primera, por el físico austriaco Ernst Mach, en el siglo XIX, en uno de sus primeros exámenes de los fundamentos de la mecánica. Describir un procedimiento detallado paso a paso para usar este método en la determinación de la masa inerte de un objeto (en gramos). Describir, después, cómo probaríamos experimentalmente que la masa pesante del objeto (en kilogramos) tiene un valor idéntico, y, finalmente, mostrar cómo se determinaría el peso exacto del objeto (en newton) en aquella localidad.

Textos recomendados para lecturas posteriores

E. N. da C. Andrade, ***Sir Isaac Newton, his Life and Work***, Garden City, N.Y.: Doubleday Anchor, 1958; una biografía corta y fácil de leer.

A. R. Hall, ***From Galileo to Newton 1630-1720***, New York: Harper, 1963; capítulos VI, VII y IX.

E. C. Kemble, ***Physical Sience***, capítulo 8.

Isaac Newton, extractos de los ***Principia***, en el libro de Hurd & Kipling. ***The Origins and Growth of Physical Science***, vol. 1, págs. 178-208.

Fuentes, interpretaciones y trabajos de referencia

I. B. Cohen, ***Introduction to Newton's Principia***, Cambridge, Mass.: Harvard University Press, 1971.

R. G. Colodny (editor), ***Beyond the Edge of Certainty***, Englewood Cliffs, N.J.: Prentice-Hall, 1965. Véanse los artículos de B. Ellis y N.R. Hanson.

R. Dugas, ***Mechanics in the 17th Century***, New York: Central Book Co., 1958; capítulos XI y XII.

R. P. Feynman y otros, «Newton's laws of dynamics», in ***The Feynman Lectures on Physics***, Reading, Mass.: Addison-Wesley, 1963, vol. 1, capítulo 9; reimpreso en ***Project Physics Reader***, vol. 1.

R. L. Greaves, «Puritanism and science: the anatomy of a controversy», ***Journal of the History of Ideas***, vol. 30, págs. 345-368 (1969).

A. R. Hall, «Merton revisited, or science and society in the seventeenth century», ***History of Science***, vol. 2, págs. 1-16 (1963).

Marie Boas Hall, ***Nature and Nature's Laws***, págs. 97-130, 216-229, 271-347.

T. L. Hankins, «The reception of Newton's second law of motion in the eighteenth century», ***Archives Internationales d'Histoire des Sciences***, vol. 20, páginas 43-65 (1967).

J. Herivel, ***The Background to Newton's Principia***, New York: Oxford University Press, 1965. Incluye varios manuscritos inéditos.

R. W. Home, «The third law in Newton's mechanics», *British Jorunal for the History of Science*, vol. 4, págs. 39-51 (1968).

M. Jammer, *Concepts of Force*, Cambridge, Mass.: Harvard University Press, 1957; reimpreso por Harper Torchbook.

M. Jammer, *Concepts of Mass*, Cambridge, Mass.: Harvard University Press, 1961; reimpreso por Harper Torchbook; capítulos 1 a 8.

Ernst Mach, *The Science of Mechanics*, págs. 226-342.

F. Manuel, *A Portrait of Isaac Newton*, Cambridge, Mass.: Harvard University Press, 1968.

L. T. More, *Isaac Newton, a Biography*, New York: Scribner, 1934; reimpreso por Dover.

Isaac Newton, *Mathematical Principles of Natural Philosophy*, 3.ª edición, London, 1726. Traducción de A. Motte, revisada por F. Cajori, Berkeley: University of California Press, 1934.

M. R. Perl, «Newton's justification of the laws of motion», *Journal of the History of Ideas*, vol. 27, págs. 585-592 (1966).

C. Truesdell, «Reactions of late Baroque mechanics to success, conjecture, error, and failure in Newton's Principia» págs. 138-183 en sus *Essays in the History of Mechanics*, New York: Springer-Verlar, 1968.

R. S. Westfall, *Force in Newton's Physics*, New York: American Elsevier, 1971.

Capítulo 10

Movimiento de rotación

Al llegar a este punto, tenemos suficientes conocimientos e instrumentos para tratar una gran variedad de problemas referentes a movimientos y fuerzas. Se ha establecido la estructura básica para una comprensión del tipo de conceptos, cuestiones y métodos de respuesta en el repertorio del físico. Pero queda todavía un hueco peligroso que llenar, un pilar de soporte que debe ponerse en su sitio antes que pueda construirse el nivel siguiente.

En los capítulos anteriores, nos familiarizamos primeramente con la descripción de los movimientos rectilíneos uniformemente acelerados y, en particular, con el caso (históricamente importante) de la caída libre. A continuación llegamos al movimiento general de proyectiles como ejemplo de movimiento plano considerado como superposición de dos movimientos simples. Por último, consideramos las *fuerzas* necesarias para acelerar los cuerpos en movimiento rectilíneo. Sin embargo, existe en la Naturaleza otro tipo de conducta que exige una discusión en términos distintos a los usados hasta ahora: se trata del ***movimiento de rotación*** o movimiento de un cuerpo en un plano alrededor de un punto por efecto de una fuerza que constantemente cambia de dirección. Éste es el movimiento de los planetas, volantes, electrones, etc.

Seguiremos el mismo método que antes, o sea, nos concentraremos en un caso simple de este tipo, cual es el movimiento circular. Primero estudiaremos la cinemática de la rotación sin tener en cuenta las fuerzas que lo originan, y, finalmente, estudiaremos la dinámica de la rotación y su aliado próximo, la vibración.

10.1 Cinemática del movimiento circular uniforme

Consideremos una partícula que recorre con velocidad constante una trayectoria circular alrededor de un centro O; esta partícula podría ser una mota de polvo

sobre el plato de un fonógrafo o un lugar de la superficie de la Tierra que gira alrededor de su eje, o, con bastante aproximación, el planeta Venus en su trayectoria alrededor del Sol.

El movimiento es ***periódico***, nombre que se da a todo proceso en el que una determinada situación física se repite con regularidad. Para describir de un modo adecuado, con precisión y economía estos movimientos, necesitamos definir algunos nuevos conceptos:

a) La ***frecuencia*** de rotación es el número de revoluciones por segundo (símbolo n); se expresa en 1/s (o s^{-1}), ya que la frase ***número de revoluciones*** no está incluida entre las magnitudes físicas fundamentales, tales como masa, longitud y tiempo. Un disco que gira a 78 revoluciones por minuto (rpm) posee, por tanto, una frecuencia de rotación de 78/60, o sea, 1,3 s^{-1}.

b) A continuación, definiremos el concepto ***período de rotación*** (símbolo T) como el número de segundos necesario para completar una revolución; es, exactamente, el recíproco de n, y se expresa en segundos:

$$T = \frac{1}{n}. \tag{10.1}$$

El disco mencionado tendrá un periódo de rotación de 0,77 s.

c) Se requiere una medida angular. El ángulo θ barrido por el radio de la circunferencia cuando el punto se desplaza de P_1 a P_2 (fig. 10.1) puede, naturalmente, medirse en grados, pero es más conveniente expresar θ por la ecuación de definición:

$$\theta = \frac{s}{r}. \tag{10.2}$$

Esta razón del arco al radio carece de dimensiones; sin embargo, se dice que el ángulo está medido en ***radianes***, en parte, para distinguirlo de los grados de arco.

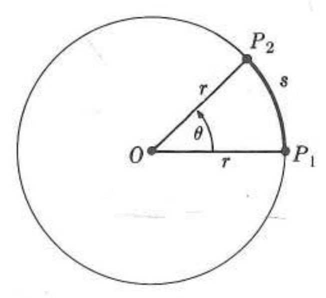


Fig. 10.1 Definición de un ángulo medido en radianes: $\theta = s/r$.

Para fijar la relación entre estos dos tipos de medida angular, consideremos el caso particular en que $\theta = 360°$. Para este ángulo, $s = 2\pi r$, que es la longitud de la circunferencia y, por tanto, $\theta = 2\pi r/r = 2\pi$ radianes. Si $360° = 2\pi$ radianes, $1° = 0{,}0175$ radianes y 1 radián = 57,3°.

d) Veamos ahora la velocidad de una partícula que gira con movimiento circular uniforme. La palabra «uniforme» significa, naturalmente, que la velocidad de giro (la velocidad s/t) no cambia. Sin embargo, para futuras referencias conviene recordar que el vector velocidad asociado al punto giratorio cambia de ***dirección*** de un instante al siguiente, aunque su magnitud representada por la longitud de las flechas en la fig. 10.2 es aquí constante.

Concentrémonos ahora también en la magnitud de la velocidad, expresada por el cociente entre la distancia y el tiempo; si conocemos el período o la frecuencia del movimiento y la distancia r del punto móvil al centro del círculo, v se determina (usualmente en cm/s) directamente estipulando que $s = 2\pi r$ si $t = T$, es decir,

$$v = \frac{2\pi r}{T} = 2\pi n r. \qquad (10.3)$$

e) La magnitud v, definida en esta última ecuación, se refiere a la magnitud de la velocidad tangencial o ***lineal***, es decir, a la velocidad del punto a lo largo de la dirección de su trayectoria. Análogo a esta variación de la distancia con el tiempo, es el concepto de ***velocidad angular*** (simbolizado por la letra griega ω = omega), que es lo que varía el ángulo por unidad de tiempo. Por definición, para el tipo de movimiento considerado,

$$\omega = \frac{\theta}{t}, \qquad (10.4)$$

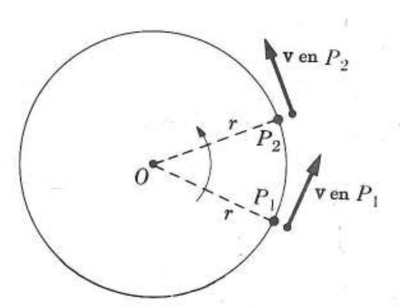


Figura 10.2

magnitud a la que asignamos unidades de s^{-1}, o más coloquialmente, radianes/s. Si conocemos n o T, podemos determinar la magnitud de la velocidad angular del hecho que $\theta = 2\pi$ si $t = T$, o sea,

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi n. \tag{10.5}$$

La relación formal entre ω y v es evidente si comparamos las ecuaciones (10.3) y (10.5):

$$v = \omega r. \tag{10.6}$$

Sin embargo, la inspección directa de la ecuación de definición (10.4) de ω revela una diferencia significativa entre v y ω. Cada punto de un cuerpo rígido en rotación (por ej. un disco), cualquiera que sea su posición en aquel cuerpo, tiene el *mismo* valor de ω en cada instante, mientras que aquellos puntos diferentes tienen valores distintos de v, que dependen de sus respectivas distancias al eje de rotación. El concepto de velocidad angular ω introduce, por tanto, en el problema del movimiento de rotación, la posibilidad de constancias no alcanzables en función de v solo. No hay mejor razón para acuñar un concepto nuevo en cualquier campo de la ciencia.

Problema 10.1 Un disco de gramófono, gira durante 5 minutos con una frecuencia constante de 78 rpm. ¿Qué ángulo (en radianes y grados) describirá una mancha situada en un punto cualquiera de la plataforma? ¿Cuáles serán las velocidades lineales de dos señales que se encuentran a 3 y 12 cm del centro de rotación? ¿Cuáles son las correspondientes velocidades angulares?

Problema 10.2 ¿Qué longitud tiene el surco recorrido por la aguja de un disco de 33 rpm, L.P de 12 pulgadas (30,48 cm)? (Para su resolución es necesario hacer algunas hipótesis razonables.)

Problema 10.3 Hallar la frecuencia de revolución, la velocidad lineal y la velocidad angular de un punto del ecuador (radio de la Tierra = 6 380 km; período de rotación alrededor de su propio eje = 23 h, 56 min por vuelta).

Problema 10.4 Supongamos una alta torre situada en un punto del ecuador terrestre. Utilizando los datos del problema 10.3, calcular la velocidad lineal de un objeto en lo alto de la torre. Un objeto al pie de la torre, ¿lleva, exactamente, la misma velocidad lineal? Si el objeto situado en lo alto de la torre se deja caer, ¿to-

cará, exactamente, la base de la torre (despreciando la resistencia del aire y suponiendo que la torre sea absolutamente vertical)? Si no es así, ¿en qué dirección tendrá lugar la desviación? (No se pide el cálculo del valor exacto de la desviación, sino las razones cualitativas de tal desviación, y evaluar el argumento de Galileo dado en la nota al pie de página al final de la sec. 5.3.)

Problema 10.5 Determinar, aproximadamente, la velocidad lineal de nuestro planeta en su trayectoria alrededor del Sol (suponiendo que describe una órbita circular de radio $1{,}5 \times 10^{11}$ m).

10.2 Aceleración centrípeta

Se ha observado que el movimiento con velocidad constante alrededor de un círculo implica que el vector velocidad varía continuamente de dirección, aunque no de magnitud. De acuerdo con las leyes del movimiento de Newton, cuando un cuerpo varía su vector velocidad de algún modo es porque sobre él actúa una fuerza, pues de otra manera continuaría moviéndose a velocidad constante en línea recta. Y, si hay una fuerza, debe existir una aceleración. Así, en el movimiento circular con velocidad constante, se da la situación —aparentemente paradójica— de un cuerpo acelerado que nunca va más deprisa (ni más despacio).

Para aclarar esta situación, hemos de destacar la distinción que el físico hace entre el vector velocidad y la magnitud de la velocidad. Como vimos en la sección 8.2, la velocidad es una magnitud *vectorial*, caracterizada por su magnitud y dirección: la magnitud de la velocidad es *escalar* y su nombre correcto es *celeridad**. Cualquier cambio de la velocidad es una aceleración, haya o no cambio de celeridad.

En el caso del movimiento circular, el cambio de dirección del vector velocidad se ve en la fig. 10.2; a continuación analizamos este cambio con más detalle (fig. 10.3). El vector rotulado «**v** *en* P_2» es el resultante de otros dos vectores que se suman entre sí: el vector «**v** en P_1» y el vector «Δ**v**», que representa la variación de velocidad que tiene lugar durante el intervalo Δt cuando el cuerpo se mueve según el círculo de P_1 a P_2.

Como puede verse en el diagrama, el vector Δ**v** está dirigido *hacia el centro del círculo*. (Podría darse una demostración matemática de este hecho, pero la consideramos innecesaria.) La aceleración se define por el cambio de velocidad dividido por el intervalo de tiempo llevado al límite cuando Δt se hace muy pequeño:

$$\mathbf{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \left(\frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t} \right).$$

---

* Vease Apéndice IX

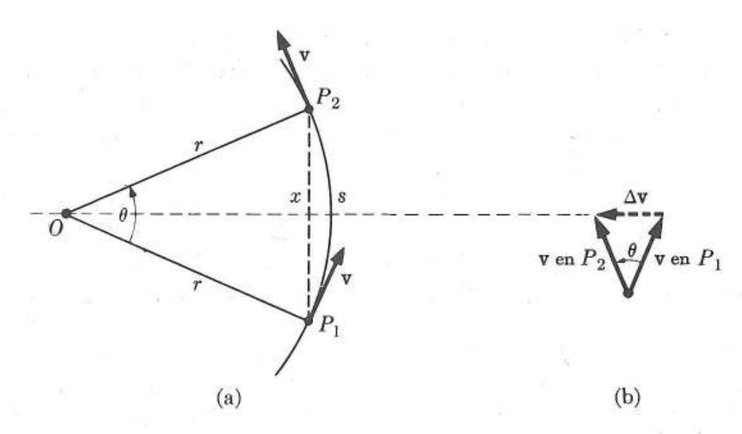


Figura 10.3

La aceleración es también un vector dirigido hacia el centro del círculo; por ello se llama ***aceleración centrípeta*** («centrípeta» significa «buscando el centro»). La fuerza correspondiente que debe actuar sobre el cuerpo para producir la aceleración es un vector de igual dirección, $\mathbf{F} = m\mathbf{a}$, de acuerdo con la segunda ley de Newton; se denomina ***fuerza centrípeta*** (m es la masa del cuerpo móvil).

Desgraciadamente, el lenguaje ordinario que usamos para describir el movimiento causa confusión en este punto. Estamos acostumbrados a oír hablar de la fuerza «centrífuga», fuerza que estaría aplicada a un cuerpo en rotación y dirigida en el sentido de ***alejamiento*** del centro del movimiento. No usaremos este término porque tal fuerza no existe, a pesar de su apariencia. Si atamos un peso a una cuerda y la hacemos girar alrededor de la cabeza (fig. 10.4), parece que «sentimos» tal fuerza, pero, realmente, se trata de una fuerza que actúa sobre la mano, en el cen-

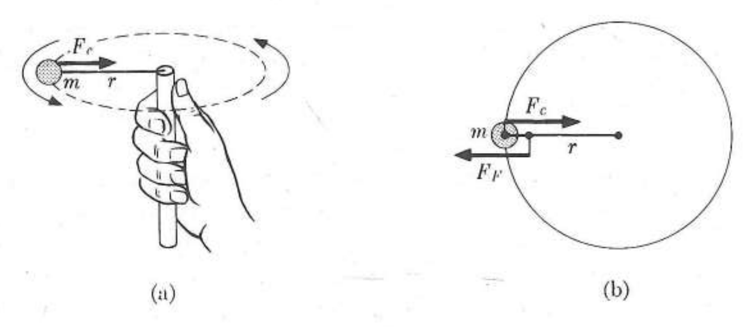


Fig. 10.4 Una fuerza centrípeta actúa sobre la piedra, mientras que la fuerza centrífuga actúa sobre la cuerda y la mano.

tro, no de una fuerza que actúa sobre el cuerpo que gira; se trata, en efecto, de la reacción citada en la tercera ley. Ahora bien, si la cuerda se rompe, el objeto escapa tangencialmente de la trayectoria circular que seguía anteriormente. Pero ninguna fuerza (excepto la gravedad, hacia abajo) actúa sobre el objeto en vuelo y éste no se mueve radialmente.

Isaac Newton fue uno de los primeros en darse cuenta de que todos estos fenómenos se deben a la tendencia natural —*inercia*— de todo cuerpo a mantenerse en la misma dirección si no se le obliga a actuar de otro modo. Si la cuerda se rompe cuando el peso está en el punto P_1 (fig. 10.3), saldrá «según la tangente» (no a lo largo del radio), es decir, continuará moviéndose en la dirección indicada por la flecha del vector velocidad en P_1. (En este caso, al menos, la expresión popular es correcta, ya que el vector velocidad está dirigido, a lo largo de una línea tangente, al círculo en P_1.) Mientras el objeto está todavía atado a la cuerda y moviéndose en un círculo, hay que proporcionarle una fuerza hacia la mano —la fuerza centrípeta— para evitar que escape. Y, como la mano ejerce una fuerza sobre la cuerda, ésta también, por la tercera ley de Newton, ejerce una fuerza igual y opuesta sobre la mano. La fuerza hacia fuera que *se siente* es la reacción a la fuerza que se aplica.

¿Cuál es la magnitud de la aceleración centrípeta? En otras palabras: ¿cómo depende de la velocidad de rotación y del tamaño de la órbita circular? La respuesta a esta cuestión fue crucial para la teoría de Newton del sistema solar; como veremos en el capítulo siguiente, constituyó una etapa necesaria para la ley de gravitación. Newton trabajó sobre la teoría de la aceleración centrípeta durante su impulso de actividad creativa en los años de la peste (1665-66), aunque su publicación, en 1687, tuvo lugar catorce años después de la deducción publicada por su gran contemporáneo, el físico holandés Christian Huygens. El resultado de la magnitud de la aceleración centrípeta es muy simple:

$$a = \frac{v^2}{r}. \qquad (10.7)$$

Así pues, la aceleración centrípeta crece con el cuadrado de la velocidad lineal del cuerpo móvil en su órbita, pero es inversamente proporcional al radio del círculo.

Antes de volver a la deducción de este resultado, resumamos su significado físico citando el estudio —muy claro— de Newton en los *Principia*, en 1687:

«Definición: Fuerza centrípeta es aquella por la cual los cuerpos son arrastrados o impelidos o, de cualquier modo, tienden hacia un punto como centro. De este tipo es la fuerza de la gravedad, por la cual los cuerpos tienden al centro de la Tierra; el magnetismo, por el cual el hierro es atraído por la piedra imán y aquella fuerza, sea cual fuere, por la que los planetas son desviados continuamente del movimiento rectilíneo que, de otra manera, seguirían, y les hace girar en órbitas curvilíneas. Una piedra girando en una honda, tiende a escapar de la mano que la

hace girar; y por esta tendencia se tensa la honda, por la acción de una fuerza tanto mayor cuanto mayor sea la velocidad de giro y, tan pronto como puede, sale disparada; aquella fuerza que se opone a aquella tendencia de la piedra a escapar y por la cual la honda continuamente arrastra a la piedra hacia la mano y la retiene en su órbita, porque está dirigida a la mano como centro de su órbita, la llamo fuerza centrípeta. Y lo mismo hay que decir de los cuerpos que giran en órbitas cualesquiera. Todos ellos tienden a escapar del centro de sus órbitas; y si no lo hacen, es por la oposición de una... fuerza que los retiene en sus órbitas, por lo que la llamo centrípeta, pues de otro modo saldrían disparados en línea recta con movimiento uniforme. Sin una fuerza de este tipo, no podría ser retenida la Luna en su órbita. Si esta fuerza fuese demasiado pequeña, no apartaría suficientemente a la Luna de un curso rectilíneo; si fuese demasiado grande, tiraría demasiado de ella y la sacaría de su órbita atrayéndola hacia la Tierra. Es necesario, pues, que esta fuerza sea de magnitud bien determinada, y compete a los matemáticos encontrar cuál sea, de modo que sirva exactamente para mantener a un cuerpo en una órbita dada y con una determinada velocidad...»

10.3 Deducción de la fórmula de la fuerza centrípeta

En la fig. 10.3 un punto se mueve uniformemente de P_1 a P_2 según el arco s y describiendo el ángulo θ. Las celeridades en P_1 y P_2 son iguales, pero la dirección de los vectores velocidad cambia a través del ángulo θ comprendido entre estos puntos. El cambio de velocidad $\Delta \mathbf{v}$ se obtiene de la forma usual en la fig. 10.3 (b). Obsérvese que el triángulo de esta figura y el P_1OP_2 de la fig. 10.3 (a) son triángulos isósceles semejantes. Por tanto, $\Delta v/v = x/r$ y $\Delta v = vx/r$. Dividiendo ambos miembros por Δt, intervalo de tiempo necesario para este movimiento, se obtiene $\Delta v/\Delta t = vx/r\Delta t$. El primer miembro representa la aceleración media $\bar{a}$ durante Δt, y, si como en el cap. 6, restringimos Δt a valores cada vez más pequeños, en el límite cuando Δt tiende a cero, la aceleración media llega a ser igual a la aceleración instantánea a:

$$a = \lim_{\Delta t \to 0} \left(\frac{\Delta v}{\Delta t} \right) = \lim_{\Delta t \to 0} \left(\frac{vx}{r\,\Delta t} \right).$$

Sin embargo, al mismo tiempo, cuando Δt (y, con él, θ) disminuye, la línea x se hace cada vez más próxima al arco s, de modo que en el límite $x = s$, y escribimos

$$a = \lim_{\Delta t \to 0} \left(\frac{v}{r} \frac{s}{\Delta t} \right).$$

Observemos, finalmente, que cuando $\Delta t \longrightarrow 0$, $s/\Delta t \longrightarrow v$, velocidad instantánea del punto móvil, de modo que

$$a = \frac{v^2}{r}.$$

Anteriormente vimos que $v = \omega r$; así pues, a se expresa también por

$$a = \omega^2 r.$$

Como puede verse en la fig. 10.3, la dirección de $\Delta \mathbf{v}$, y, por tanto, la dirección de $\mathbf{a}$, es perpendicular a la cuerda x. En el límite, cuando P_1 y P_2 coinciden, será perpendicular al vector velocidad instantánea que apunta según la tangente a la curva. Como la aceleración está dirigida hacia el centro, el término «centrípeta» puede usarse convenientemente y, por tanto, en adelante le asociaremos el subíndice c. De igual modo, la fuerza centrípeta se representará por $\mathbf{F}_c$; de acuerdo con la segunda ley que es siempre aplicable, es igual a $m\mathbf{a}_c$.

Las causas físicas y los medios para aplicar a un cuerpo en rotación la fuerza centrípeta necesaria varían, en gran manera, de unos casos a otros. Una rueda giratoria se mantiene unida por la rigidez del mismo material, que puede proporcionar la necesaria tensión, al menos hasta cierto punto. Un coche, al tomar una curva sobre una carretera horizontal, no se sale tangencialmente y en línea recta, debido al rozamiento que proporciona la suficiente fuerza centrípeta aplicada (lateralmente) a los neumáticos. La Luna, como explicó Newton por primera vez, se mantiene en su órbita alrededor de la Tierra por la atracción gravitatoria que ejerce ésta sobre aquélla continuamente. El electrón que gira alrededor del núcleo atómico, lo hace en virtud de la atracción eléctrica hacia el centro. Pero en todos los casos, por lo que al movimiento circular y uniforme se refiere, $\mathbf{F}_c = m\mathbf{a}_c$, o bien, poniéndolo en otras formas equivalentes,

$$F_c = ma_c = \frac{mv^2}{r} = m\omega^2 r = m\,\frac{4\pi^2}{T^2}\,r = m4\pi^2 n^2 r. \tag{10.8}$$

Ejemplo. Hallar la aceleración centrípeta de un objeto en el ecuador.

Solución: Este objeto describe una trayectoria circular cubriendo un ángulo de 2π radianes por día ($= 8{,}6 \times 10^4$ s); $\omega = (2\pi/8{,}6 \times 10^4)$ rad/s $= 7{,}3 \times 10^{-5}$ rad/s. El radio de la Tierra es, aproximadamente, $6{,}4 \times 10^6$ m. Por tanto, $a_c = \omega^2 r = 0{,}034$ m/s^2.

Problema 10.6 Determinar la aceleración centrípeta debida a la rotación de la Tierra en un lugar de latitud 30°. Determinar también la aceleración centrípeta

de la Tierra globalmente por su trayectoria alrededor del Sol. (Distancia aproximada = $1{,}5 \times 10^{11}$ m; la hipótesis de una órbita circular es aquí necesaria, aunque no enteramente correcta.)

Problema 10.7 Deducir paso a paso, a partir de los primeros principios, la relación $F_c = m(4\pi^2/T^2)r$, y explicar, en cada punto, las leyes físicas, conceptos, aproximaciones, etc., que se han introducido.

Problema 10.8 Un volante giratorio de 3 m de radio, y montado sobre un eje horizontal, tiene el borde formado por una banda de metal de 1 000 kg de masa. Los radios son de tal rigidez, que pueden soportar una tensión de hasta 10^6 newton. Calcular a qué velocidad de rotación se romperá el volante. Hacer un dibujo de las trayectorias que seguirían los trozos que salgan disparados.

Problema 10.9 Citar algunos ejemplos de movimiento de rotación aparte de los ya citados en el texto y explicar, en cada caso, cómo se le proporciona la fuerza centrípeta al cuerpo en rotación.

Fuentes, interpretaciones y trabajos de referencia

J. Herivel, «Newton's discovery of the law of centrifugal force», *Isis*, vol. 51, páginas 546-553 (1960). Véase también su libro, ***The Background to Newton's Principia***, New York: Oxford University Press, 1965, para un estudio más profundo y comentarios.

Capítulo 11

Ley de la gravitación universal de Newton

En la segunda mitad del siglo XVII, cuando la ciencia estaba tomando una forma moderna reconocible, continuaba sin resolver un antiguo problema: la estructura y dinámica del sistema solar. La mayor parte de los capítulos anteriores de este libro fueron destinados a reunir las piezas del enigma, no porque el principal objetivo de la física fuese la comprensión del sistema solar, sino porque la solución fructífera de aquel problema proporcionaba, al mismo tiempo, un método poderoso para atacar toda la serie de problemas de la física terrestre e, incluso, inquirir cómo el universo, en conjunto, había sido construido.

En este capítulo veremos cómo Newton en sus *Principia* fue capaz de aplicar su teoría de las fuerzas y del movimiento al sistema astronómico desarrollado por Copérnico, Kepler y Galileo. En esta aplicación juega un papel esencial la fórmula de la aceleración centrípeta deducida en el cap. 10. Después de mostrar cómo la ley de la gravitación universal de Newton proporciona una explicación convincente para algunos de los fenómenos conocidos en el siglo XVII, daremos un breve vistazo a su papel en los últimos desarrollos de la astronomía. Finalmente, intentaremos situar el lugar de Newton en el desarrollo global de la ciencia a la luz de sus propias teorías, así como a su impacto en el punto de vista moderno del universo.

11.1 Deducción de la ley de la gravitación universal

Las tres secciones principales de los *Principia* contienen una riqueza abrumadora de descubrimientos físicos y matemáticos; entre ellas se incluyen las pruebas que condujeron a la ley de la gravitación universal, pruebas tan rígidamente mode-

ladas* que nos parece mejor presentar aquí una deducción de esta histórica ley en otra secuencia plausible. Los argumentos son, a veces, algo sutiles, y así ofrecen una ilustración espléndida de la acción mutua entre leyes establecidas, nuevas hipótesis, observaciones experimentales y deducciones teóricas de la física. El objetivo de las páginas siguientes es lograr entender el proceso más que una invitación a memorizar las etapas individuales.

a) Los planetas y los satélites no están en equilibrio. Una fuerza resultante (no equilibrada) actúa sobre ellos. Si estuvieran en equilibrio, es decir, si no actuara ninguna fuerza resultante sobre ellos, su movimiento sería en línea recta y no en órbitas elípticas, de acuerdo con la primera ley del movimiento de Newton.

b) Cualquiera que sea la naturaleza o la magnitud de la fuerza resultante que actúa sobre un planeta o sobre un satélite, su dirección, en cada instante, es hacia el centro del movimiento. Newton dedujo esta conclusión directamente de la segunda ley de Kepler (***Principia***, libro I, proposiciones I y II), y podemos expresar su propio argumento del modo siguiente:

Un cuerpo se mueve en línea recta a velocidad constante; en intervalos iguales de tiempo Δt recorrerá espacios iguales, es decir, en la figura 11.1 (a), $\overline{PQ} = \overline{QR} = \overline{RS}$, etc. Respecto a cualquier punto fijo *O*, la recta que une *O* con el cuerpo móvil barrerá áreas iguales en tiempos iguales, ya que los triángulos *PQO*, *QRO*, *RSO*, etc., son todos de igual área por tener igual base y la misma altura. Imaginemos ahora que este cuerpo experimenta un impulso súbito y breve en *Q* por la acción de una fuerza dirigida exactamente a lo largo de *QO*. Naturalmente, la dirección del movimiento se modifica. Se ha añadido una componente de la velocidad, durante el tiempo Δt, que por sí misma movería el cuerpo de *Q* a *Q'* [fig. 11.1 (b)], pero que, junto con la velocidad original hacia *R*, da lugar a un desplazamiento total de *Q* a *R'*. Sin embargo, el área barrida durante el tiempo Δt no viene afectada por esta reorientación. El área de *OQR* que habría sido cubierta en el tiempo Δt si no se hubiera aplicado ningún impulso, es igual al área *OQR'*, realmente cubierta. (***Demostración:*** ***RR'*** es paralela a *QQ'*; por tanto, los ΔOQR y $\Delta OQR'$ tienen la misma base e iguales alturas.) Por consiguiente, el área *OQR'* es también igual al área *OPQ*.

Si no actuara otra fuerza, el movimiento durante intervalos iguales de tiempo Δt seguiría de *Q* a *R'*, de *R'* a *S'*, etc. Pero un segundo impulso en *R'* de nuevo en dirección a *O*, modifica el movimiento una vez más [fig. 11.1 (c)]. Por el mismo argumento que antes, sabemos que área *OR'S''* = área *OR'S'*. En general, llegamos a la conclusión de que las fuerzas ***dirigidas hacia un centro*** aplicadas en interva-

* Es interesante notar que los argumentos de Newton presentan la forma deductiva tradicional de Euclides, como pudieran ser en estas materias los de un Tomás de Aquino o Spinoza.

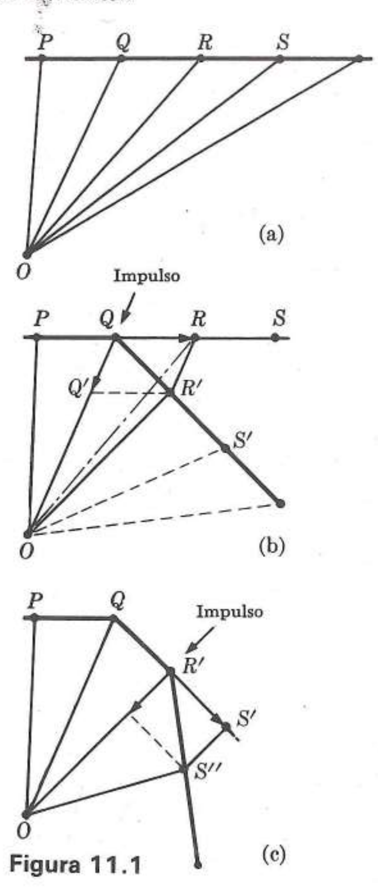


Figura 11.1

los iguales de tiempo no afectan las áreas barridas por unidad de tiempo. Como no hay ninguna razón restrictiva sobre el tamaño de los intervalos de tiempo, podemos elegirlos tan pequeños como queramos, de modo, que en el límite cuando Δt tiende a cero, la fuerza dirigida al centro se convierte en una fuerza continua de acción centrípeta y la línea quebrada se convierte en una curva uniforme. Finalmente, invirtiendo el argumento, y de acuerdo con Newton, diremos que, puesto que los planetas —según la segunda ley empírica de Kepler— barren áreas iguales por unidad de tiempo, la fuerza que actúa sobre ellos debe ser una fuerza continua dirigida hacia un centro. En el caso de la elipse, este centro de fuerzas es uno de los focos; para el círculo es el centro de la figura.

Problema 11.1 Estrictamente hablando, deberíamos demostrar que si todos los impulsos *no* están dirigidos al mismo centro O, sino a otros puntos distintos, no se cumple la ley de las áreas iguales. Intentar tal demostración.

---

c) Ahora que hemos aceptado que la fuerza está dirigida al centro, fuerza ***centrípeta***, surge el siguiente problema crucial: «Si un cuerpo describe una elipse (incluyendo el caso particular de un círculo), es necesario determinar la ley de la fuerza centrípeta dirigida al foco de la elipse». Newton demostró (y fue el primero en hacerlo con rigor matemático) que si la trayectoria de un cuerpo es una cónica —ya sea una elipse, una circunferencia, una parábola, o una hipérbola—, y si la fuerza centrípeta que actúa sobre él en cualquier instante está dirigida hacia uno de los focos, dicha fuerza es ***inversamente proporcional al cuadrado de la distancia del cuerpo al foco de la cónica***. En resumen, cualquier cuerpo que se mueva de acuerdo con la primera ley de Kepler, en trayectorias elípticas, está solicitado por una fuerza que, en cualquier instante, viene dada por la ley $F = C/R^2$, donde C es una constante distinta para cada cuerpo en particular, y R es la distancia medida desde el foco de la elipse al centro del cuerpo.

En este punto no podemos seguir la demostración general, pero demostraremos que, si para un planeta en una trayectoria ***circular*** la fuerza centrípeta se acepta igual a $F = C/R^2$, resulta por deducción, sin más hipótesis, que el cuerpo celeste también obedece la ley

$$T^2 = KR^3.$$

Inversamente, como podemos observar que la última es, realmente, cierta —tercera ley de Kepler—, llegaremos a la conclusión de que la hipótesis $F = C/R^2$ tiene fundamento en el caso de los movimientos planetarios.

La deducción es la siguiente: La fuerza centrípeta F_c (o simplemente F) sobre el planeta que —como se ha supuesto— viene dada por C/R^2, es también, por la segunda ley de Newton, igual a $m_p a_c$, en donde m_p es la masa del planeta, y a_c la aceleración centrípeta. Para trayectorias circulares alrededor del Sol, que es lo que ocurre, aproximadamente, con todos los planetas,

$$a_c = \frac{v^2}{R},$$

siendo v la celeridad del planeta en su órbita. Pero

$$a_c = \frac{v^2}{R} = \frac{4\pi^2 R^2}{T^2 R} = \frac{4\pi^2 R}{T^2},$$

en donde T es el período de revolución orbital del planeta. Así, resulta que [v. Ec. (10.8)]

$$F = m_p a_c = m_p \frac{4\pi^2 R}{T^2} \qquad (11.1)$$

Combinando el último resultado con nuestro valor supuesto para F, tenemos

$$\frac{C}{R^2} = m_p \frac{4\pi^2 R}{T^2},$$

o sea

$$T^2 = \left[m_p \frac{4\pi^2}{C} \right] R^3. \qquad (11.2)$$

Como m_p y C son constantes, al menos para una determinada órbita, el término entre corchetes en la Ec. (11.2) será constante para un determinado planeta, independientemente del tamaño de su órbita. Aquí, T^2 es proporcional a R^3. Ésta es una consecuencia de la forma de la tercera ley de Kepler, pero a menos que podamos probar (cosa no hecha hasta ahora) que el término entre paréntesis de (11.2) sea, realmente, la misma constante para *todos* los planetas, la magnitud T^2/R^3 de la Ec. (11.2) podrá tener valores diferentes para los diferentes planetas.

Mas debemos reconocer, por esta razón también, que esto no era prueba de la ley de proporcionalidad inversa al cuadrado de la distancia para la fuerza centrípeta. La ley de Kepler exige que

$$\left[\frac{m_p 4\pi^2}{C} \right] = K, \qquad (11.3)$$

en donde K es, para nuestro sistema solar, la misma constante para todos los planetas en todas las órbitas alrededor del Sol. Hasta que no descubramos qué contiene C, no podemos saber si el término entre paréntesis da realmente el mismo valor para todos los planetas. Debemos reforzar y completar la prueba anterior lo antes posible, pues hemos decidido no soslayar los puntos difíciles. Observaremos, de paso, el uso que se ha hecho de la segunda ley del movimiento de Newton y de la ecuación de la aceleración centrípeta.

Históricamente, la demostración de Newton de que las trayectorias planetarias elípticas implican para la fuerza una ley de proporcionalidad inversa al cuadrado de la distancia, llegó en un momento en que la idea de tal ley estaba, generalmente, «en el aire». En efecto, Halley había visitado a Newton, en 1684, precisamente para pedirle si él podía suministrar la prueba que otros buscaban en vano.

d) El *origen* de la fuerza centrípeta necesaria para mantener los planetas en sus órbitas no ha sido analizado hasta ahora. Recordemos que ya Kepler especulaba acerca de alguna fuerza magnética que emanaba del Sol para mover los planetas. Estaba equivocado, pero al menos fue el primero en considerar al Sol como un factor importante en la explicación del movimiento planetario. Otra imagen había sido propuesta por el gran filósofo y matemático francés René Descartes (1596-1650), que proponía que todo el espacio estaba lleno de un fluido sutil e invisible que consistía en pequeños corpúsculos materiales y que los planetas eran arrastrados por el movimiento turbulento de este fluido alrededor del Sol. Este mecanismo era atractivo para aquel tiempo y tuvo amplia aceptación, pero Newton demostró que con él no podían explicarse las observaciones cuantitativas del mo-

vimiento planetario resumidas, por ejempo, en las leyes de Kepler. El problema subsistía.

En este punto, Newton propuso una solución drástica: *Todos los cuerpos del Universo se atraen unos a otros con una fuerza gravitatoria, como la que existe entre una piedra que cae y la Tierra; por consiguiente, las fuerzas centrípetas sobre los planetas no son otra cosa que una atracción gravitatoria por parte del Sol*, y, de modo semejante, la fuerza centrípeta de un satélite que gira alrededor de un planeta viene dada por la atracción gravitatoria ejercida sobre él, por el planeta. (Menos de un siglo antes se habría considerado impiedad o «locura» sugerir que leyes y fuerzas terrestres regulasen todo el Universo, pero ahora, después que Kepler y Galileo habían unificado las físicas del Cielo y de la Tierra, resultaba natural sospecharlo). Si la Tierra atrae a la Luna con el mismo tipo de fuerza con que atrae una manzana que cae o un proyectil, y si el Sol atrae a la Tierra, la Luna y los demás cuerpos celestes con el mismo tipo de fuerza, entonces no hay necesidad de una fuerza adicional cósmica o móvil primario, y la gravedad se convierte en un principio unificador, universal, que, aunque en contradicción fundamental con los axiomas de los escolásticos, habría alegrado el corazón de Kepler.

Pero sigamos con la demostración. Siguiendo los pensamientos del joven Newton, veamos si la fuerza centrípeta F necesaria para mantener la Luna en su órbita casi circular alrededor de la Tierra *puede* identificarse con la gravedad terrestre. Por definición, F está *dirigida* hacia el centro de la Tierra, lo mismo que le sucede a la fuerza de la gravedad. Pero, ¿qué le sucede a la *magnitud* de F? Apliquemos a este caso la ecuación de la fuerza centrípeta y resulta:

$$F = m_m \frac{4\pi^2 R}{T^2},$$

en donde m_m es la masa de la Luna, R su distancia contada desde el centro de rotación alrededor de la Tierra, y T su período de revolución.

¿Coincide este valor de F, realmente, con la atracción gravitatoria que la Tierra ejerce sobre nuestro satélite, como proponía Newton? Esto depende de la naturaleza de la fuerza gravitatoria. Si la gravedad se propaga sin disminuir a través de todo el espacio, el peso de la Luna será, simplemente, $m_m \cdot g$, el mismo que tendría una piedra de masa igual a la de la Luna situada sobre una balanza gigante en algún punto de la superficie terrestre. Pero no sólo parece poco probable que la aceleración gravitatoria sea la misma a cualquier distancia de la Tierra; debemos recordar que en la parte c) anterior se evidenció que la fuerza centrípeta (cualquiera que sea su naturaleza final) es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia. Si la gravedad ha de explicarse completamente por la fuerza centrípeta, también ha de ser inversamente proporcional al cuadrado de la distancia. Supongamos, pues, que el peso de un objeto disminuye de acuerdo con tal ley y consideremos ahora si la atracción gravitatoria de la Tierra sobre la Luna es igual a la fuerza centrípeta de la Ec. (11.3).

Éste es nuestro argumento: Un objeto de la misma masa que la Luna, m_m, tiene el peso $m_m g$ cuando se pesa en la superficie de la Tierra, es decir, a una distancia r (el radio de la Tierra) del centro de la misma. Aquel mismo objeto, cuando se lleva a una gran distancia R del centro de la tierra, tendrá un peso menor, W_R, que deberá cumplir la siguiente proporción si es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia:

$$\frac{m_m g}{W_R} = \frac{1/r^2}{1/R^2}$$

o sea,

$$W_R = m_m g \frac{r^2}{R^2}. \qquad (11.4)$$

Si la fuerza centrípeta F que actúa sobre la masa m_m que gira alrededor de la Tierra a la distancia R con un período T es, realmente, equivalente a la fuerza gravitatoria W_R a dicha distancia, los términos del segundo miembro de las Ecs. (11.3) y (11.4) serán equivalentes:

$$\frac{m_m 4\pi^2 R}{T^2} = m_m g \frac{r^2}{R^2}$$

o sea,

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{g r^2} R^3. \qquad (11.5)$$

Inversamente, si sustituimos los valores observados de T, g, r y R en la Ec. (11.5) y encontramos que la ecuación toma valores numéricos iguales en los dos miembros, estará justificado que consideremos válida nuestra hipótesis; entonces la fuerza gravitatoria disminuirá con el cuadrado de la distancia creciente y se explica perfectamente por la fuerza centrípeta necesaria. [Incidentalmente, notamos, con satisfacción, que la tercera ley de Kepler está implícita en nuestro resultado, Ec (11.5).]

Problema 11.2 Sustituyamos los valores necesarios en unidades homogéneas y comprobemos hasta qué punto se cumple la Ec. (11.5). El período T de la Luna es de 27 días, 7 h, 43 min; $g = 9{,}80$ m/s^2; $r = 6380$ km; $R = 380\,000$ km.

Éste fue el cálculo que Newton hizo con los datos de la época y encontró una «respuesta muy próxima» probablemente con un porcentaje reducido de error. La hipótesis de una trayectoria estrictamente circular y valores algo inexactos de r y g aclararon, desde el principio, que no podía esperarse un acuerdo *perfecto*.

Se ha especulado mucho sobre las razones por las cuales Newton no dijo a nadie este notable resultado cuando lo concibió o durante casi veinte años después.

Aparte de su reticencia y su temor a litigar con hombres desconfiados, parece ser que él se sentía incapaz, en aquel tiempo, de explicar claramente una hipótesis implícita en el argumento, a saber: que la fuerza gravitatoria de la Tierra actúa como si se originase en el mismo centro del globo y, en consecuencia, las distancias debían medirse no desde la superficie de la Tierra, sino desde su centro. Él entendió este requisito más tarde, al escribir los *Principia*, donde probó, en general, que dos esferas homogéneas se atraen entre sí como si sus masas se concentraran en el centro. Otra razón del retraso pudo ser que Newton no conocía —o no apreció— debidamente la importancia de la ley de las áreas de Kepler hasta 1684, aproximadamente; antes de aquel tiempo, sus manuscritos muestran que estaba intentando basar su teoría planetaria en el artificio de los ecuantes, aplicado a las órbitas elípticas.

Como resumen de la parte d), podemos usar la propia afirmación de Newton de «que la Luna gravita hacia la Tierra y, por la fuerza de la gravedad, es continuamente extraída del movimiento rectilíneo y retenida en su órbita». Aparte de las hipótesis y aproximaciones aludidas, hemos utilizado sólo los siguientes nuevos argumentos: que la fuerza gravitatoria es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia, y que según las reglas I y II de la sección 9.3 podemos identificar la gravedad terrestre con la fuerza centrípeta sobre la Luna.

11.2 Los planetas que gravitan y la tercera ley de Kepler

Los párrafos anteriores no han considerado las fuerzas existentes entre el Sol y los planetas, pero debemos sospechar, de nuevo, que estas ideas pueden extenderse a todo el sistema solar. Newton decía:

> «La fuerza que retiene los cuerpos celestes en sus órbitas ha sido llamada, hasta ahora, fuerza centrípeta; pero está claro que ésta no puede ser otra más que una fuerza gravitatoria que llamaremos en adelante gravedad. Por esta causa, la fuerza centrípeta que retiene la Luna en su órbita se extenderá también a todos los planetas por las reglas I, II y IV.»

Pero estas reglas son sólo una guía, no unas prescripciones. Sugieren, pero no prueban; este trabajo queda por hacer.

Recordemos que la fuerza centrípeta que actúa sobre los planetas en órbitas circulares alrededor del Sol viene dada por la Ec. (11.1) en la forma

$$F = m_p \frac{4\pi^2 R}{T^2}.$$

¿Corresponde esta ecuación, realmente, en cada caso a la atracción gravitatoria del Sol sobre el planeta en particular? Si conociéramos el valor de g sobre la superficie

del Sol, podríamos modelar los argumentos como en la sección anterior; pero, naturalmente, lo desconocemos en este punto y tenemos que recurrir a otro argumento. Quizás podemos decidir sobre una fórmula teórica para la fuerza gravitatoria de un cuerpo cualquiera sobre otro. Con la confianza ganada por nuestro éxito en la discusión previa de la Tierra y la Luna, podemos sugerir, atrevidamente, que la fuerza gravitatoria F_{grav} entre dos cuerpos simétricamente esféricos *cualesquiera* es proporcional a la inversa del cuadrado de la distancia entre los dos centros, manteniéndose las restantes magnitudes constantes:

$$F_{grav} \propto \frac{1}{R^2}.$$

A continuación, consideremos dos cuerpos sólidos específicos, totalmente aislados del resto del universo; por ejemplo, una piedra (m_1) y la Tierra (m_2) estando separados sus centros una distancia R. La atracción de la gravedad o peso de m_1 a la distancia R es F_{grav}. Pero según la ley de Newton de acción y reacción, la atracción de la Tierra (m_2) ejercida sobre m_1 es igual a la atracción de m_1 sobre m_2; el peso de una piedra F_{grav}, medido por su atracción a la Tierra, *es igual* al «peso de la Tierra» medido por su atracción a la piedra, aunque, en principio, esto parezca extraño y, por ello, ***cualquiera de estas dos atracciones*** puede llamarse F_{grav} (fig. 11.2).

Sin embargo, sabemos por experiencia que en una determinada localidad el peso de la piedra crece proporcionalmente a su masa, o sea, $F_{grav} \propto m_1$. Por otra parte, si la masa del planeta cambiara, el peso de una piedra determinada variaría también (en efecto, una persona pesa mucho menos en la Luna que en la Tierra). En resumen, si los experimentos prueban que $F_{grav} \propto m_1$ a una distancia constante R, también debemos aceptar que $F_{grav} \propto m_2$, pues de otro modo deberíamos aceptar

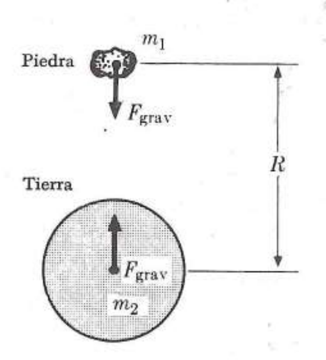


Fig. 11.2 La fuerza de atracción de la Tierra sobre una piedra es igual en magnitud a la atracción de la piedra sobre la Tierra.

la hipótesis de que la atracción gravitatoria mutua F_{grav} depende de algo distinto a la magnitud de las masas y su distancia entre ellas.

Combinando estas tres proporcionalidades,

$$F_{grav} \propto \frac{1}{R^2}, \quad F_{grav} \propto m_1, \quad F_{grav} \propto m_2,$$

tenemos

$$F_{grav} \propto \frac{m_1 m_2}{R^2} \qquad \text{o} \qquad F_{grav} = G\frac{m_1 m_2}{R^2}, \tag{11.6}$$

en donde R es la distancia entre los centros de los dos cuerpos (supongamos que son esferas homogéneas) y G es una constante de proporcionalidad.

Si tenemos confianza de que la Ec. (11.6) expresa, en efecto, la atracción correcta entre las dos masas, y si una es el Sol (m_s) y la otra cualquier planeta (m_p), la atracción solar será

$$F_{grav} = G\frac{m_p m_s}{R_{ps}^2}.$$

Si consideramos la Luna y la Tierra separadamente, su fuerza mutua sería

$$F_{grav} = G\frac{m_m m_e}{R_{me}^2},$$

donde m_e es la masa de la Tierra y R_{me} es la distancia entre los centros de la Tierra y la Luna.

Parece ser que en la Ec. (11.6) tenemos una *ley de gravitación universal.*

Ahora comienzan a asaltarnos las dudas. Si estamos en lo cierto, esta nueva ley debe ser compatible con las tres leyes de Kepler. No hay problema con las dos primeras: órbitas elípticas y relaciones de áreas iguales deben resultar, ciertamente, de este tipo de fuerza gravitatoria, ya que es una fuerza central y proporcional a la inversa de los cuadrados de las distancias, de acuerdo con aquellos requisitos expresados en las partes b) y c). ¿Pero qué ocurre con la tercera ley de Kepler? Recordemos que nuestro argumento previo centrado en la Ec. (11.2) era un poco débil. No habíamos probado con la fuerza, allí supuesta, que T^2/R^3 fuera una constante realmente universal, de igual valor para todos los planetas del Universo. Aho-

ra que conocemos mejor la fuerza que actúa en el sistema solar, podemos intentar un resultado más riguroso; pues, si no lo obtenemos, la gravedad no puede ser la única fuerza entre los cuerpos celestes.

Apliquemos la ley de gravitación universal al movimiento orbital casi circular de nuestro propio planeta. La fuerza centrípeta que debe existir en nuestra masa m_p a la distancia R_{ps} del Sol viene dada por

$$\frac{m_p 4\pi^2 R_{ps}}{T^2}.$$

La fuerza gravitatoria supuesta es

$$\frac{G\ m_p m_s}{R^2_{ps}}.$$

Si las dos coinciden, es decir, si la fuerza gravitatoria «suministra» y así «explica» la fuerza centrípeta, entonces

$$m_p \frac{4\pi^2 R_{ps}}{T^2} = G \frac{m_p m_s}{R^2_{ps}} \qquad \text{o sea} \qquad T^2 = \left[\frac{4\pi^2}{Gm_s}\right] R^3_{ps}. \tag{11.7}$$

Ahora podemos ver, realmente, si T^2/R^3_{ps} es una constante para todos los planetas, como requiere la tercera ley de Kepler. El paréntesis de la Ec. (11.7), identificado como aquella constante, contiene sólo la constante de proporcionalidad G, la masa del Sol y un factor numérico; ninguna de estas magnitudes es variable de un planeta a otro. Por tanto, T^2/R^3_{ps} es, realmente constante, la ley de Kepler se cumple, y queda justificada la hipótesis de la gravitación universal.

11.3 Experimento de Cavendish: Constante de la gravitación

Pero todavía queda otra duda ¿Es correcto haber supuesto, con tan poco rigor, que G tiene, en efecto, el mismo valor para todos los planetas? (Si no es así, el término entre paréntesis no sería constante para todos los cuerpos.) Aquí volvemos a la experiencia. Podemos medir el valor de G para diversos materiales en la Tierra; usando la ecuación

$$F_{\text{grav}} = G \frac{m_1 m_2}{R^2},$$

tenemos

$$G = F_{\text{grav}} \frac{R^2}{m_1 m_2}.$$

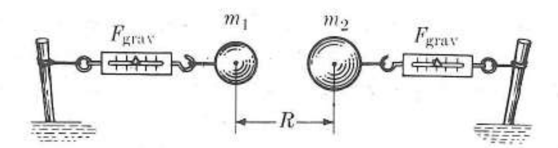


Fig. 11.3 $F_{grau} = G(M_1M_2/R^2)$.

Podríamos proponer la medida de F_{grav} con dinamómetros, despreciando las demás atracciones perturbadoras, excepto las de dos masas conocidas m_1 y m_2 separadas una distancia R (véase fig. 11.3). Sin embargo, debido a las masas relativamente pequeñas que pueden utilizarse en un experimento de laboratorio, la fuerza de atracción F_{grav} es tan sumamente pequeña, que se requerirán, para detectar su presencia, instrumentos muy delicados y técnicas especiales; por ejemplo, dos masas de 1 kg separadas 10 cm se atraen mutuamente con una fuerza inferior a 10^{-8} newton. Los problemas técnicos más serios para las medidas, fueron resueltos por Henry Cavendish (1731-1810) unos cien años después de la publicación de los ***Principia***, y el mejor valor actual de G es, aproximadamente, $6{,}67 \times 10^{-11}$ newton m^2/kg^2 para todas las sustancias. (Las medidas de Cavendish fueron realizadas con una delicada balanza de torsión.)

Problema 11.3 Supongamos que estamos estudiando la posibilidad de determinar G con un dispositivo semejante al de la figura 11.3. El error inherente al dispositivo para medir las fuerzas es de 2×10^{-4} newton. Si utilizamos dos esferas semejantes de oro colocadas casi en contacto una con otra, ¿cuál es el valor más pequeño del radio de cada una de las esferas para poder determinar el valor de G? (La densidad del oro es 19,3 g/cm^3.) Este cálculo pone de manifiesto los cuidados que hay que tomar para diseñar un aparato experimental.

Problema 11.4 Si por casualidad nuestra unidad de masa no fuese 1 kg, sino una unidad, $1{,}225 \times 10^5$ veces mayor (llamada 1 tm) y los otros patrones (fuerza, distancia, etc.) permaneciesen invariables, ¿cuál sería el valor de G en ese otro sistema de unidades? ¿Qué consecuencias sacaremos de aquí?

Los resultados de Cavendish y los que se obtuvieron posteriormente, han demostrado que el valor de G depende solamente de las unidades utilizadas y no de la composición de los cuerpos que se atraen; su valor es el mismo aun para los meteoritos. Disponiéndonos a aplicar las leyes terrestres a los cuerpos celestes, extendemos nuestros resultados y decimos que, en ausencia de una evidencia que diga lo contrario, ***todos los cuerpos del Universo, incluyendo el Sol, los planetas y satélites, están sujetos al mismo principio de gravitación.***

Aunque Newton, en principio, sabía cómo medir G con exactitud, carecía de los instrumentos de precisión necesarios; sin embargo, ideó una ingeniosa prueba de la *constancia* de G, que exponemos a continuación. Consideremos una masa m_1 en la superficie de la Tierra (de masa m_e), es decir, a una distancia r del centro del globo. Su peso, que llamaremos F_{grav}, viene, naturalmente, dado por $m_1 g$; por tanto, de acuerdo con la nueva ley,

$$m_1 g = G\frac{m_1 m_e}{r^2} \qquad \text{o sea} \qquad G = \frac{r^2}{m_e}g. \tag{11.8}$$

En una localidad determinada, r^2/m_e es, naturalmente, constante, independientemente de su valor numérico. Si en esa localidad todas las sustancias muestran, precisamente, el mismo valor para g (la aceleración de la gravedad), entonces hemos establecido que también G es constante, independientemente de la composición química, textura, forma, etc. Esto es justamente lo que Newton demostró experimentalmente. Sus medidas de g no se hicieron dejando caer cuerpos pequeños y grandes (en la forma en que Galileo llegó a la conclusión de que g no variaba de un modo significativo), sino con el método, mucho más exacto, de medir períodos de péndulos de igual longitud, pero de materiales diferentes. Se sabía, por entonces, que para una determinada longitud, el período T de un péndulo simple era proporcional a $1/\sqrt{g}$. Después de unos experimentos exhaustivos, todos ellos apuntando a la constancia de G, él escribía: «Ésta es la cualidad de todos los cuerpos dentro del alcance de nuestros experimentos; y, por tanto (según la regla III), puede asociarse a todos los cuerpos, cualesquiera que sean».

Así G alcanza el «status» de constante de la gravitación *universal* (una de las pocas constantes, realmente, universales de la Naturaleza), y la ley de la gravitación universal propuesta en la Ec. (11.6) puede aplicarse a escala cósmica. Incidentalmente, la Ec. (11.8) aclara una cuestión que planteó serias dudas a los aristotélicos y a muchos alumnos actuales; a saber la razón por la cual, en una determinada localidad, la aceleración de la gravedad es constante para todos los cuerpos. La respuesta es que g depende sólo de G, m_e y r^2, y todos estos parámetros son constantes en una localidad.

11.4 Las masas de la Tierra, el Sol y los planetas

Una vez conocido G, podemos determinar la masa de la Tierra [de la ecuación (11.8)] y del Sol [de la ecuación (11.7)]. Además, la Ec. (11.7) se aplicaría de igual forma para un satélite que girase alrededor de un planeta de masa m_p con un período T_{sat} y un radio (o semieje mayor de la órbita elíptica) $R_{p\text{-}sat}$:

$$T^2_{\text{sat}} = \frac{4\pi^2}{Gm_p}R^3_{p-\text{sat}} \tag{11.9}$$

Esta ecuación nos da la masa de cualquier planeta cuyos satélites podamos observar.

Problema 11.5 Determinar la masa de la Tierra y del Sol del modo indicado. (Respuesta: $m_{\text{Tierra}} = 5{,}98 \times 10^{24}$ kg, $m_{\text{Sol}} = 333\,000 \times m_{\text{Tierra}}$.)

Problema 11.6 El más interno de los nueve satélites de Saturno (Mimas) tiene una órbita prácticamente circular de 187 000 km de radio y un período de revolución de unas 23 h. Determinar la masa de Saturno.

El cálculo de la masa de los satélites (incluida nuestra Luna) y de los planetas que no tienen satélites (Mercurio, Venus), no es sencillo. En tal caso podemos utilizar las relativamente secundarias y complicadas interacciones entre los cuerpos celestes, que hasta ahora habíamos despreciado por conveniencia. Algunas de ellas se denominan ***perturbaciones***, es decir, ligeras divergencias respecto de la trayectoria regular de un cuerpo debidas a las atracciones de otros objetos celestes. Otro detalle que puede utilizarse para deducir la masa relativa de un satélite es el hecho de que las leyes de Kepler se cumplen, estrictamente hablando, sólo si el centro de masa del sistema se encuentra en el foco de la elipse. Además, no es la Tierra la que se mueve de acuerdo con la primera ley en una órbita elíptica alrededor del Sol, sino el centro de masa de la Tierra y la Luna conjuntamente (un punto a 1 600 km, aproximadamente, por debajo de la superficie de la Tierra, sobre la línea que une los centros de estas dos esferas).

Excepto en el caso de tales determinaciones de masas (o del cálculo de tablas astronómicas y náuticas precisas) prescindiremos de las complicaciones. Ahora bien, uno de los resultados obtenidos es que la masa de la Luna es unas 81 veces menor que la de la Tierra y que la masa del Sol, determinada de esta manera indirecta, tiene el mismo valor que se deduce de la ec. (11.7).

Resulta también que, debido a las perturbaciones, las leyes de Kepler no se cumplen *exactamente*. (En efecto, los astrónomos anteriores a Newton habían comenzado a preocuparse de estas discrepancias, particularmente con referencia a Saturno y la Luna.) Una vez más, encontramos un conjunto de leyes que dejan de cumplirse cuando la precisión de las observaciones se incrementa más allá de su alcance original. Pero este fallo no es serio; no invalida las líneas generales de la teoría del movimiento planetario, especialmente ahora que es posible, en principio, explicar con detalle cada discrepancia por medio de la ley de la gravitación.*

---

* Recordemos los 8 min de arco que Copérnico no conocía y maravillémonos, nuevamente, de la importancia de que estos efectos secundarios fueran demasiado pequeños para que apareciesen antes y confundieran a los primeros investigadores. Pero, en este caso, parece haber un giro extra; si las perturbaciones hubieran sido mayores, no hubiéramos tenido un sistema solar que contemplar, ya que difícilmente hubiera tenido la estabilidad suficiente para que en el transcurso de miles de millones de años no hubieran ocurrido colisiones catastróficas.

Como resumen de los párrafos anteriores, podemos establecer que la ley de la gravitación que formulamos, originalmente, mediante argumentos para los cuerpos terrestres resultó ser válida también para los planetas, pues Newton, con su hipótesis, podría predecir relaciones (tales como la tercera ley de Kepler) bien establecidas por las observaciones. Además, la ley abrió caminos para calcular la masa del Sol, los planetas y los satélites. La tabla 11.1 da algunas masas relativas aproximadas.

Tabla 11.1 *Masas relativas a la Tierra* (1,00 = 5,98 × 10^{24} kg)

Sol	333 000	Júpiter	318
Luna	1/81,3	Saturno	95,3
Mercurio	0,045	Urano	14,6
Venus	0,82	Neptuno	17,3
Tierra	1,00	Plutón	0,1 (?)
Marte	0,108		

Problema 11.7 Con los datos de la tabla 11.1, comparar las atracciones gravitatorias del Sol y de la Tierra sobre la Luna. ¿Por qué la Tierra no cede la Luna al Sol? ¿Puede, la trayectoria de la Luna, verse alguna vez convexa desde el Sol? (Para sugerencias de este problema véase F. L. Whipple, ***Earth, Moon and Planets***, Cambridge, Mass.: Harvard University Press, 1963.)

Problema 11.8 La ecuación (11.7) puede escribirse en la forma

$$K = \frac{4\pi^2}{Gm_s},$$

en donde K es la constante de la tercera ley de Kepler, obtenida por observación de T y R. Se ha tomado esta ecuación para determinar m_s utilizando también el valor medido de la constante universal G. El valor de m_s así obtenido concuerda, realmente, con los cálculos independientes de m_s utilizando los efectos de perturbación. Exactamente, ¿en qué forma todo nuestro argumento viene fortalecido por esta satisfactoria confirmación?

Problema 11.9 a) Utilizando los valores calculados para la masa de la Tierra, la Luna y el Sol (tabla 11.1), la distancia de la Tierra a la Luna y al Sol (problemas 10.6 y 11.2), y el hecho de que el ángulo subtendido a simple vista por el diámetro

de la Luna y el Sol es de unos 0,5°, calcular la densidad media de la Tierra, la Luna y el Sol. (La densidad de la mayoría de las rocas es de unos 3×10^3 kg/m^3.) b) ¿Qué sugieren estos resultados acerca de la estructura interna del Sol, la Tierra y la Luna? c) Determinar, a partir de la Ec. 11.8, la aceleración local de la gravedad experimentada por alguien: 1) en la Luna; 2) en el Sol.

Problema 11.10 Se quiere lanzar un satélite artificial o plataforma de observación flotante para que gire alrededor de la Tierra como una pequeña Luna. ¿Cuál debe ser su período y velocidad de revolución alrededor de la Tierra para que permanezca a una altura de 1 600 km de la superficie? Describir, cualitativamente, los requisitos de velocidad inicial que debía tener este satélite para lanzarlo mediante un gran cañón desde la Tierra; ¿son estos requisitos razonables?

Hemos extendido nuestra ley de la gravitación universal en *un* sentido —a todos los planetas y satélites; parece lógico extenderla en el otro sentido— a todas las partes de cada cuerpo. Newton escribe en el libro III de los *Principia:*

«Proposición VII. Teorema VII: Hay un poder de gravedad que se dirige a todos los cuerpos proporcionalmente a las diversas cantidades de materia (es decir, al producto de las masas) que contienen. Como hemos probado antes, todos los planetas gravitan mutuamente el uno hacia el otro; ...(ahora introducimos la idea de que) la fuerza de la gravedad hacia cualquier planeta surge y está compuesta de las fuerzas de gravedad hacia todas sus partes... Si se objeta que, de acuerdo con esta ley, *todos* los objetos deben gravitar mutuamente uno hacia el otro, mientras tal gravitación no aparece por ninguna parte, yo respondo que la gravitación hacia ellos debe ser demasiado pequeña para poder ser apreciada por nuestros sentidos.»

Con la ayuda de su propio cálculo, Newton procede a mostrar que suponiendo la misma ley de la gravitación universal para toda partícula de un cuerpo (por ejemplo, de una esfera), se obtiene, por suma, una fuerza de gravedad resultante para todo el cuerpo que es de iguales características a las realmente observables.

Allí ofrece él mismo una visión global del enorme alcance de la simple fórmula de la atracción gravitatoria de dos cuerpos. *Postulando* justamente la ley para cada una de las partes de un cuerpo, obtenemos la atracción del conjunto para cada objeto exterior. En el caso particular de los cuerpos esféricos celestes, proporciona una fuerza necesaria y suficiente para la descripción de todos los movimientos observados, la deducción de las tres leyes de Kepler y las pequeñas desviaciones largo tiempo observadas. Ésta era la reivindicación de Copérnico, Kepler y Galileo: en el contexto de la teoría de mayor alcance de la gravitación universal. La estructura global se denomina, a menudo, *Síntesis newtoniana*.

Problema 11.11 Relacionar las hipótesis fundamentales de la teoría de la gravitación universal y las consecuencias experimentales. ¿Qué hipótesis no es *directamente* confirmable por la experiencia (aunque sus consecuencias sí lo son)?

11.5 Algunas influencias del trabajo de Newton

¿Cuáles fueron las principales herramientas intelectuales, conceptos y actitudes que utilizó Newton en sus trabajos? Para tener una visión más profunda de sus descubrimientos tendríamos, al menos, que resumir estas influencias, algunas de las cuales ya hemos mencionado.

a) Newton fue un hombre de su tiempo y no un científico «cabezota» del tipo del siglo XX. Participó de muchas características del final del Renacimiento. No estuvo totalmente libre de influencias que podrían considerarse hoy día pseudociencia. Además de su interés por la astrología, parece que pasó mucho tiempo en su «elaboratorio» cocinando pócimas que nos olerían más a alquimia que a química, aunque su intento, aquí como en todas sus actividades, parecía ser la investigación de principios generales subyacentes más que rápidas ganancias prácticas.* Su creencia en «absolutos» y su concepción antropomórfica del Creador, parece, según lo vemos ahora, haber tenido una influencia profunda en sus escritos científicos. Pero aquí nos encontramos con los motivos más íntimos de su obra científica; aunque no podemos tocar ahora este tema, tal estudio es, realmente, fascinante.**

En la categoría de influencias más estrictamente científicas, debemos considerar, ante todo, la clara influencia de Galileo en la formulación de Newton de los conceptos de masa y fuerza. La actitud decisiva en todo su trabajo es que los fenómenos celestes son explicables por leyes terrestres cuantitativas, que estas leyes tienen un significado general legítimo y no son solamente conveniencias matemáticas que cubren leyes «reales» inalcanzables. En segundo lugar, estudios históricos recientes han demostrado la deuda intelectual de Newton a Descartes, deuda que el primero no reconoció públicamente porque, después de grandes esfuerzos, encontró una solución radicalmente distinta de la propuesta por el sabio francés al mismo problema: la dinámica del sistema solar.

* En su ensayo «Newton, el hombre» en *Essays in Biography* (London: Rupert Hart-Davis, edición 1951), el gran economista J. M. Keynes, basándose en los escritos de Newton, presentó una imagen seductora de Newton como un Fausto, investigador de la clave de todo conocimiento de la ciencia, la teología y la magia.

** Véase Frank E. Manuel, *A Portrait of Isaac Newton* (Cambridge, Mass.: Harvard University Press, 1968).

b) Fundamentalmente, Newton tuvo una gran fe en la proximidad y accesibilidad de las leyes naturales. Debemos añadir a esto una palabra acerca de su metodología. Su contribución entre pioneros de la nueva ciencia experimental, está clara; por ejemplo, él fue quien construyó equipos ingeniosos y llevó a cabo experimentos cuando la teoría necesitaba una comprobación. Y también combinó, con éxito, este método principalmente inductivo con el método deductivo empleado, de un modo preeminente, por Descartes. Con sus conocimientos matemáticos enriqueciendo la actitud experimental, Newton estableció un claro y recto camino para los métodos de la ciencia física.

c) No sólo fue la actitud de Newton frente a los conceptos físicos, sino que la mayoría de los mismos, tales como los de aceleración y fuerza, la suma de magnitudes vectoriales y la primera ley del movimiento le vinieron de Galileo y sus seguidores. Newton también aprendió, naturalmente, de Kepler y, a través de sus libros e informes a la Royal Society, se mantuvo en contacto con contemporáneos tales como Huygens y Hooke.

d) Aparte de sus propias experiencias, Newton tomó los datos experimentales que necesitaba de una gran cantidad de fuentes. Por ejemplo, Tycho Brahe fue uno de los distintos astrónomos, antiguos y nuevos, que consultó para sus estudios sobre el movimiento de la Luna. Cuando no podía llevar a cabo por sí mismo las medidas, sabía de quien conseguirlas y tenía amplia correspondencia con hombres como Flamsteed y Halley, ambos astrónomos reales. Hay pruebas de que investigó la literatura científica muy cuidadosamente cuando tenía necesidad de datos exactos, por ejemplo,del radio de la Tierra y de la distancia a la Luna.

e) Por último, no debemos dejar de notar el modo exhaustivo con que utilizó sus propias contribuciones en toda su obra. Las leyes del movimiento y sus descubrimientos matemáticos aparecen en todos sus trabajos. Pero era muy modesto acerca de sus propios descubrimientos y mantenía (parafraseando un dicho bien conocido incluso en el siglo XVII) que si él había visto más lejos que otros ***«era porque se había subido sobre los hombros de gigantes»***.*

11.6 Algunas consecuencias de la ley de la gravitación universal

Lo que sorprendió a los contemporáneos de Newton e incrementa nuestra propia admiración hacia él, no fue sólo el alcance y el genio de sus trabajos sobre la

* Newton usó, realmente, esta frase en conexión con su teoría de la luz, en una carta a Robert Hooke en 1676. Su primera historia fue trazada por Robert Merton en su libro *On the Shoulders of Giants* (New York: Free Press, 1965).

mecánica, sino también la originalidad y elegancia de sus demostraciones, así como el detalle con el que desarrollaba cada idea al máximo. Casi se tardó un siglo en comprender totalmente, comprobar y redondear su trabajo y, al final de otro siglo más, un importante científico y filósofo tenía que confesar: «Desde sus tiempos no se ha establecido ningún principio esencialmente nuevo (en mecánica). Todo lo realizado en mecánica desde sus días ha sido un desarrollo deductivo, formal y matemático de esta ciencia basado en las leyes de Newton».(Esta afirmación es, naturalmente, una exageración, que ignora el importante y original trabajo de Leonhard Euler y otros matemáticos del siglo XVIII en materias como la mecánica de fluidos y la teoría de la elasticidad.)

a) Un ejemplo de la perfecta maestría de Newton era su tratamiento de las perturbaciones lunares. Consideró la influencia en su trayectoria de las fuerzas gravitatorias de casi todos los restantes cuerpos celestes, y el uso repetido de la ley de gravitación proporcionó una aproximación sorprendente a cualquier pequeña complejidad del movimiento. (Una lista completa de factores influyentes en forma tabular llenaría cientos de páginas.) Para una variación pequeña de la trayectoria, sin embargo, el resultado teórico publicado por Newton era sólo la mitad del valor observado. Él no ocultó este defecto, pero claramente afirmó que sus cálculos le dieron el valor equivocado. En consecuencia, surgió una batalla larga y ruidosa entre algunos científicos que llegaron a pedir el abandono total de la teoría de la gravitación a la vista de esta discrepancia. Eventualmente, el matemático Clairaut observó un pequeño error en los largos cálculos, aclarando la dificultad. Más tarde, se encontraron más notas —no publicadas— de Newton que mostraban que también él, ¡cincuenta años antes de Clairaut había descubierto y corregido su propio error!

b) Los cometas, cuyas apariciones se habían interpretado como signo de seguros desastres en los tiempos antiguos y en la Edad Media, se sabe ahora que no son sino nubes pasajeras de materia que están sujetas a las fuerzas gravitatorias. Se hacen visibles por la luz que reflejan cuando se encuentran cerca del Sol. Uno de los más famosos cometas es el Halley, cuyo nombre le viene de Edmond Halley, que lo estudió cuidadosamente cuando apareció en 1682 y predijo para él un período de recurrencia *aproximadamente* de setenta y cinco años, como si el cometa, aunque un miembro excéntrico de la familia solar, obedeciera las leyes usuales de la mecánica, incluidas las de Kepler. Su vuelta en 1756 y dos veces más desde entonces, tras recorrer una amplia elipse que se extiende más allá del último planeta, fue interpretada como un símbolo importante del triunfo de la ciencia newtoniana. (Véase fig. 11.4.)

c) Newton decía que la forma de los planetas y satélites podía explicarse por las mutuas atracciones gravitatorias de sus distintas partes, que reunirían en una

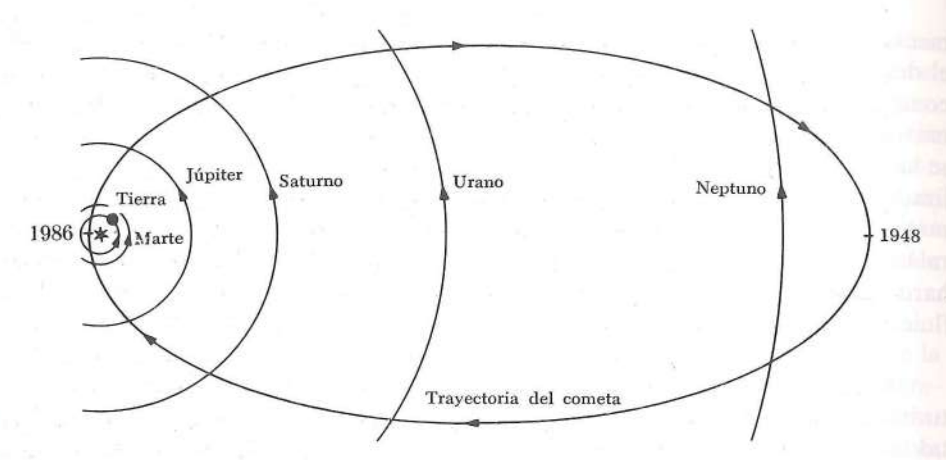


Fig. 11.4 Trayectoria del cometa Halley.

esfera compacta una gran cantidad de materia inicialmente líquida (o una nube de polvo). Además, aunque un cuerpo inmóvil podría tomar la forma de una esfera perfecta, un planeta en rotación alrededor de un eje debería tomar la forma de un esferoide achatado, es decir, debería ensancharse por el ecuador y achatarse por los polos. De hecho, a partir de la magnitud relativa del ensanchamiento ecuatorial, por ejemplo el de Júpiter visto con un buen telescopio (v. fig. 11.5), se puede calcular el periodo de rotación alrededor del eje (la duración de un día en Júpiter).

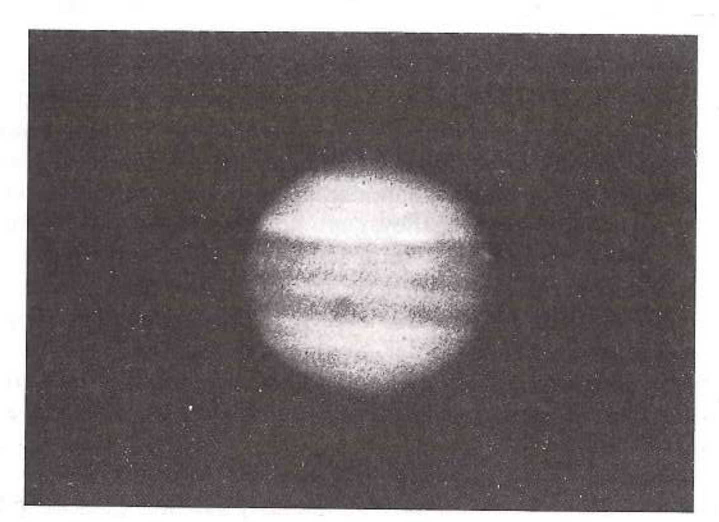


Fig. 11.5 El planeta Júpiter.

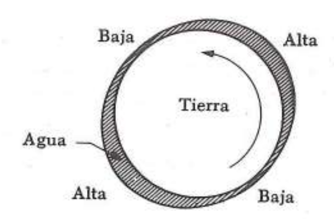
Para la Tierra, Newton había predicho el mismo efecto de achatamiento de los polos, y, posteriormente, medidas precisas mostraron que el diámetro de la Tierra de polo a polo era 43 km menor que el correspondiente al plano ecuatorial. Como consecuencia de esto, un cuerpo pesará algo menos en el ecuador que en los polos, debido a la mayor distancia que allí se encuentra del centro de gravedad de la Tierra. Esta diferencia es pequeña, pero existe otro efecto que aún disminuye más la aceleración de la caída libre en el ecuador, y es la gran velocidad que allí tienen los cuerpos debido al giro de la Tierra sobre su eje (unos 1600 km/h). Como la aceleración centrípeta a_c viene dada por v^2/r, el valor de a_c para cualquier objeto en el ecuador es de unos 0,03 m/s^2 como se calculó al final del cap. 10. Esta aceleración es la requerida precisamente para evitar que el cuerpo salga lanzado tangencialmente; en consecuencia, la aceleración de la caída libre (y, por tanto, el peso aparente del cuerpo) es proporcionalmente menor al valor que tendría si nuestro globo no girase. Los valores medidos de la aceleración de la caída libre al nivel del mar varían desde unos 9,83 m/s^2 cerca de los polos a 9,78 m/s^2 cerca del ecuador (véase cap. 9) siendo 9,80398 m/s^2 el valor patrón para Cambridge, Massachusetts. Estos valores observados son, naturalmente, la aceleración real debida a la gravedad, *menos* la aceleración centrípeta en aquella latitud. No obstante, tomamos el convenio de utilizar el valor g para los valores *observados* y llamarle, sin embargo, «aceleración de la gravedad».

Problema 11.12 Debido al ensanchamiento de la Tierra en las proximidades del ecuador, el nacimiento del río Mississippi a cierta altura sobre el nivel del mar está más próximo al centro de la Tierra que su desembocadura. ¿Cómo puede fluir el río «cuesta arriba»? (¡Cuidado!: las palabras «cuesta arriba» deben meditarse.)

Problema 11.13 De acuerdo con teorías especulativas, nuestra Luna podía ser materia arrancada de la Tierra por el paso de un cuerpo celeste, o que había sido expulsada por la Tierra en su rotación. ¿A qué velocidad debería haber girado la Tierra para hacer plausible esta última idea?

Problema 11.14 ¿Qué error aproximado, en tanto por ciento, tiene el valor citado para g en Cambridge? ¿Cómo podría realizarse un experimento tan exacto?

Actualmente, los métodos de medida se han perfeccionado de tal modo que las pequeñas fluctuaciones locales de g pueden ser detectadas y utilizadas para dar indicios de posibles yacimientos subterráneos de minerales. Pero una vez en el interior de la mina, debajo de la superficie terrestre g va disminuyendo haciéndose cero en el centro de la Tierra. La ley de la gravitación en su forma simple es válida sólo si los dos cuerpos cuya atracción mutua ha de medirse están separados y no



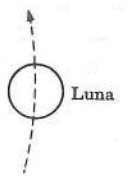


Fig. 11.6 Mareas causadas por la Luna. Se ha imaginado la Tierra que gira envuelta por el agua (muy exagerado en el dibujo). La marea alta se mantiene relativamente fija respecto a la Luna.

entrelazados. Newton predijo esto de un modo excelente, y basta una pequeña reflexión para persuadirnos de que en el centro de la Tierra los cuerpos no pesan, ya que las fuerzas de la atracción terrestre procedentes de todos los lados se anulan entre sí.

d) El fenómeno de las mareas, tan importante para los navegantes, mercaderes y exploradores de todas las épocas, fue un misterio a pesar del esfuerzo de hombres como Galileo, en descubrir su causa. Newton aplicando la ley de la gravitación, fue capaz de explicar —al menos en sus principales rasgos— la pleamar diurna y la marea primaveral semimensual (pleamar máxima). Se dio cuenta de que la Luna, y en menor proporción también los otros cuerpos celestes, atraían la parte más próxima del océano y tendían a «elevar» las aguas. No es necesario descender a los detalles y sí nos limitaremos a las conclusiones. La elevación de las aguas que tiene lugar al mismo tiempo en *ambos* lados del globo no se produce justamente en la dirección de la Luna; en lugar de esto, debido a la rotación de la Tierra, la elevación está siempre un poco desplazada de esta dirección. Así pues, en un punto del Oceano se producirá una pleamar poco después del paso de la Luna por el meridiano local y de nuevo doce horas después (fig. 11.6). El Sol es responsable de un efecto similar,* aunque más pequeño, y como el Sol, la Luna y la Tierra están alineados dos veces al mes (luna nueva y luna llena), las dos fuerzas de las mareas coinciden para producir situaciones extremas semimensuales del nivel de las mareas. Entre las mareas primaverales, los efectos del Sol y la Luna pueden anularse mutuamente (mareas *muertas*).

Las características y detalles de este fenómeno complejo dependen, en gran manera, de la topografía de la costa y del fondo del océano. Una larga serie de obser-

* La atracción directa del Sol sobre la Tierra es, aproximadamente, 175 veces mayor que la de la Luna, pero las mareas están engendradas por la *diferencia* de atracciones de las aguas a los dos lados del globo terrestre; y ésta es mayor en el caso de la Luna. (¿Por qué?)

vaciones ha establecido las reglas para predecir los tiempos exactos y los niveles de las mareas en cada localidad.* De paso, debemos notar que también la tierra «sólida» presenta mareas semejantes que deben tenerse en cuenta en experimentos exactos tales como observaciones astronómicas precisas. Es precisamente este efecto de mareas el que ofrece uno de los métodos para el cálculo aproximado de la masa de la Luna.

11.7 El descubrimiento de los nuevos planetas a partir de la teoría de la gravitación de Newton

e) Aún no hemos hablado de uno de los más notables aspectos del trabajo de Newton: la forma en que más de cien años después de su muerte la ley de la gravitación universal de Newton ayudó a la humanidad a descubrir nuevos planetas. Lodge decía a este respecto:

«La explicación dada por Newton de los hechos observados de los movimientos de la Luna, la manera cómo explicó la precesión y nutación y las mareas, el modo en que Laplace (cuya obra matemática desarrolló los cálculos de Newton), explicó todos los detalles de los movimientos planetarios, estas conquistas parecen al astrónomo profesional igualmente sorprendentes y maravillosas; ...pero para predecir en la soledad del estudio, sin más armas que papel, pluma y tinta, un mundo enormemente distante y desconocido, para calcular sus órbitas que nunca había visto, y para poder decir a un astrónomo: «Apunta tu telescopio en tal dirección, en tal momento, y verás un nuevo planeta desconocido hasta ahora para el hombre», esto, cautivará siempre la imaginación con intensidad dramática...»**

Una noche de 1781, William Herschel (1738-1822), de Bath (Inglaterra), una mezcla, extraordinariamente explosiva, de músico profesional y astrónomo «amateur», estaba estudiando el cielo con su telescopio casero de 10 pies. Hacía años que lo había recorrido pacientemente y examinado todos sus rincones y era bien conocido entre los astrónomos por sus descubrimientos de nuevas estrellas, nebulosas y cometas. En aquella noche en particular, observó un objeto, hasta entonces no catalogado, de «una apariencia tan poco común», que sospechó sería un nuevo cometa. La noticia se difundió a través de la Royal Society. Continuando en sus

---

* Para una historia de la teoría de las mareas con referencia a trabajos modernos, véase H. L. Burstyn, «Galileo's attempt to prove that the earth moves», *Isis*, vol. 53, págs. 161-185 (1962). Una contribución más reciente al estudio histórico es W. R. J. Shea, «Galileo's claim to fame: The proof that the earth moves from the evidence of the tides», *British Journal for the History of Science* , vol. 5, págs. 111-127 (1970).

** O. Lodge, *Pionneers of Science*, pág. 317.

observaciones noche tras noche, llegó a la convicción de que no era un cometa, sino un nuevo planeta hasta entonces desconocido, cien veces mayor que la Tierra y que distaba del Sol, aproximadamente, el doble que Saturno, considerado también, hasta entonces, como el más lejano de los planetas del sistema solar. Así fue descubierto *Urano*. Su descubrimiento proporcionó un ensanchamiento insospechado y sensacional de los antiguos horizontes, pues se trataba de un planeta apenas visible al ojo desnudo y que, previamente, se había tomado por una estrella.

En aquel tiempo se sabía el modo de calcular la órbita elíptica de un planeta a partir de observaciones de sus distintas posiciones. También, basándose en la ley de la gravitación de Newton se predecían con precisión las pequeñas desviaciones respecto a la elipse teórica que eran de esperar a causa de la fuerza perturbadora de los otros planetas. Se construyó así la órbita de Urano cuyo período es de 84 años, y todo siguió bien durante muchos años. Pero hacia 1830, se estaban acumulando datos que evidenciaban un comportamiento irregular de Urano y había que revisar las hipótesis que habían servido de base para su estudio.

Algunos astrónomos sugirieron que la ley de la gravitación universal de Newton quizá no se cumpliese estrictamente para distancias tan grandes, pero no tenían ninguna mejor que ofrecer (y, como ya se ha dicho, una teoría útil no se desecha cuando falla en hechos aislados, a no ser que exista otra más satisfactoria para reemplazarla). Otros pensaron que un cometa, hasta entonces desconocido, o un planeta más distante, podía producir perturbaciones adicionales en la órbita de Urano; pero todo esto eran meras suposiciones y no ofrecían ninguna predicción cuantitativa concreta.

La idea de un planeta no descubierto, más lejano que Urano, intrigó a John C. Adams, joven estudiante de la universidad de Cambridge. Adams comenzó la tarea, de una dificultad matemática inmensa, de calcular las posiciones de este cuerpo sospechoso de perturbar a Urano, partiendo solamente de los movimientos observados de éste y utilizando siempre la ley de la gravitación en su forma sin modificar. Los cálculos se completaron dos años después de su graduación, y, para su confirmación, Adams escribió al Royal Observatory de Greenwich preguntando si su poderoso telescopio podría utilizarse para la búsqueda de un nuevo planeta hipotético más lejano que Urano. Como Adams era un matemático desconocido, su requerimiento no fue tomado seriamente al principio; hubiese significado la interrupción del trabajo normal del observatorio para comenzar una búsqueda que podría ser larga y sin fruto.

Unos meses más tarde, otro joven, U. J. J. Leverrier, en Francia, publicó el resultado de cálculos semejantes e independientes y que colocaban al planeta hipotético casi en la misma posición que la deducida por Adams. Mientras, finalmente, se realizaban en Inglaterra algunas lentas observaciones para comprobar las conclusiones teóricas de Adams, Leverrier envió sus resultados a la dirección del observatorio de Berlín, que habiendo recibido un mapa estelar justamente la misma tarde de la llegada de la carta de Leverrier, comenzaron la búsqueda del planeta y

lo encontraron casi en la misma posición predicha. Así se unió *Neptuno* al sistema solar en 1846. ¡Éste fue un triunfo de la ley de la gravitación universal!

Neptuno fue, a su vez, cuidadosamente observado. Su radio orbital es unas treinta veces mayor que el de la Tierra, y por esto su período, según la ley de Kepler, es de 164,8 años. A su vez se observaron perturbaciones tanto para Neptuno como para Urano que no podían interpretarse con los datos conocidos; esto condujo, naturalmente, a la hipótesis que había aún otro planeta sin descubir. Veinticinco años de ardua búsqueda e investigación, condujeron al descubrimiento de *Plutón*, en 1930, anunciado en el doble aniversario del descubrimiento de Urano por Herschel y del nacimiento de Percival Lowell, cuyos cálculos habían conducido al descubrimiento de Plutón y que había fundado el observatorio de Arizona, en el cual se hizo el descubrimiento por C. W. Tombaugh.

Otro astrónomo, W. H. Pickering, había hecho cálculos independientes y predicciones de la posición de Plutón ya en 1909, y había iniciado una búsqueda telescópica del planeta en el observatorio del Monte Wilson, en California. Entonces no se encontró nada; pero después del descubrimiento en el observatorio de Lowell, en 1930, fueron reexaminadas las antiguas placas del Monte Wilson y se vio que Plutón habría sido descubierto en 1919 si su imagen no hubiese caído precisamente en una pequeña imperfección de la emulsión de la placa fotográfica.

Esta historia pone de manifiesto la posibilidad, a menudo olvidada, de que, además de los descubrimientos «accidentales» realizados sin un propósito deliberado, hay también importantes descubrimientos que, igualmente por accidente, ***no llegan a realizarse*** a pesar de una cuidadosa investigación.

11.8 La «ley de Bode»: Una aparente regularidad en las posiciones de los planetas

f) Este capítulo quedaría incompleto sin un breve estudio de la influencia de una regla simple y extraña referente al descubrimiento de Neptuno. Esta regla se conoce con el nombre de *ley de Bode*, pues fue Johann Elbert Bode, director del observatorio astronómico de Berlín, quien la publicó en 1772. (La regla se llama también, a veces, *regla de Titius-Bode*, ya que había sido desarrollada anteriormente por Johann Daniel Titius, profesor en Wittenberg, Alemania.)

Al principio de su larga búsqueda de las regularidades del sistema solar, el joven Kepler había descubierto una tosca relación entre los tamaños de las diversas órbitas planetarias, pero se trataba de una mezcla bastante inútil de condiciones numéricas. Lo mejor que puede decirse de ellas es que lo ingenioso de su matemática atrajo la atención de Brahe y Galileo. Más tarde, las tres leyes de Kepler, unificadas por el trabajo de Newton, mostraron la existencia de una relación simple entre la velocidad y el radio de cada planeta, pero no contesta a la pregunta de por qué un planeta dado no se mueve en alguna de las otras órbitas posibles con la veloci-

dad que le correspondería. ¿Por qué, por ejemplo, no está la Tierra en una órbita más grande, más próxima a Marte, con un periodo de revolución correspondientemente menor que el que tiene? Nada en los trabajos de Kepler o de Newton se predice relativo a que una órbita de las observadas sea la única y necesaria.

Como el esfuerzo de la ciencia tiende siempre a la búsqueda de simples regularidades, no es extraño que los hombres continuaran buscando nuevas pistas. La ley de Bode, obtenida, sin duda, como las leyes de Kepler, a través de un incesante juego matemático con los datos que deseaba explicar, establecía la clave justa, la cual, al no haber razones físicas, debe considerarse como una extraña coincidencia.

Según esta ley, se asocia a cada planeta un número n que representa su posición ordinal respecto del Sol: $n = 1$ para Mercurio, $n = 2$ para Venus, $n = 3$ para la Tierra, etc. Entonces, según la ley de Bode, el radio de la órbita de cualquier planeta viene dado (en unidades astronómicas) por la fórmula *empírica*

$$R = 0{,}3 \times 2^{(n-2)} + 0{,}4 \text{ (en U.A.)}.$$

Sin embargo, esta fórmula es válida sólo con dos excepciones: La primera es que el término $0{,}3 \times 2^{(n-2)}$ debe anularse en el cálculo del radio orbital de Mercurio. La segunda es que, si bien a Marte se le asigna el índice $n = 4$, a Júpiter, que es el planeta siguiente, debe asignársele $n = 6$, y a Saturno, el siguiente y más externo planeta entonces conocido, $n = 7$. El hecho de que el número $n = 5$ no pueda utilizarse para ningún planeta conocido, hizo pensar a Bode que el espacio, desproporcionadamente grande, que existía entre Marte y Júpiter podría albergar a un planeta desconocido para el cual fuese $n = 5$ y que, de acuerdo a esta regla, tendría un radio orbital de 2,8 U.A. (Deducir el radio previsto de acuerdo con la última fórmula.)

¡Se presentaba aquí una oportunidad para saber si esta regla era algo más que una mera coincidencia o fantasía! Bode estaba convencido de que la investigación revelaría al planeta sospechado, y escribió de un modo que nos recuerda los motivos de Copérnico y Kepler: «A partir de Marte existe un espacio... en el cual, hasta ahora, no se ha visto ningún planeta. ¿Podemos creer que el Creador del mundo haya dejado este espacio vacío? ¡Ciertamente que no!»

Al principio nada se descubrió en este aparente hueco «abandonado por Dios», y el interés en la ley comenzó a decaer; se diría que no tenía el estímulo de proporcionar otros descubrimientos. Nueve años después del anuncio de Bode, vino el descubrimiento de Herschel del lejano Urano. Asignándole el número $n = 8$, según le correspondía lógicamente, la ley predecía un radio medio para su órbita de 19,6 U.A. sólo un 2 % mayor que el valor encontrado en posteriores observaciones.

Este acuerdo hizo que se dirigiera, de nuevo, la atención a otras predicciones que podían esperarse de la ley de Bode y comenzó, con renovado vigor, la búsqueda del planeta «que faltaba», correspondiente a $n = 5$. Con el tiempo, el resultado llegó; pero, como ocurre a menudo en ciencia, como fruto de otras investigaciones.

En 1801, el astrónomo siciliano G. Piazzi, compilando datos para un nuevo catálogo de estrellas, le llamó la atención un nuevo objeto celeste que se movía tan rápidamente como un cometa o un planeta. En los emocionantes meses que siguieron, astrónomos y matemáticos aunaron sus esfuerzos para calcular la órbita del nuevo cuerpo celeste que ahora se conoce con el nombre de *Ceres*. Aparecía como un cuerpo pequeño, casi imperceptible (su diámetro no llega a 800 km), pero el radio orbital calculado era de 2,77 U.A., que cae dentro de un error del 1 % del valor que predecía para él la ley de Bode, en la región comprendida entre Marte y Júpiter.

Aún se estaba celebrando con júbilo el planeta tan largo tiempo buscado, cuando se descubrió otro más pequeño aproximadamente con la misma órbita y, luego, otros más, todos más pequeños que Ceres. Hoy se conocen unos dos mil, algunos de ellos con órbitas muy excéntricas, pero todos ellos, evidentemente, pertenecientes a la misma familia con una historia común. Tal vez sean fragmentos de algún planeta en formación cuya evolución se interrumpió bruscamente por algún motivo, o fragmentos de algún planeta mayor destrozado que se movía en la órbita predicha. Podríamos pensar que, cuando dos o más planetas tienen sus órbitas muy próximas, llega un momento en que chocan, «porque», según la ley de Bode, en una región determinada sólo puede existir una órbita. Esta forma de razonar nos haría mirar esta ley empírica bajo una nueva luz; podríamos estar tentados de buscar otros indicios de que la ley expresa simplemente la serie de órbitas estables y, dinámicamente posibles, de los distintos planetas.

El descubrimiento de estos ***asteroides*** o ***planetoides*** dio tal beligerancia a las ideas de Bode, que cuando se sospechaba la existencia de algún planeta, más allá de Urano, lo más natural era aplicar su ley. El próximo valor de n era 9 y el radio orbital correspondiente sería

$$(0{,}3 \times 2^{(9-2)} + 0{,}4)\ \text{U.A.}$$

es decir, 38,8 U.A. Con estos datos, Adams y Leverrier procedieron a calcular la localización probable, masa y órbita, de su hipotético planeta. Cuando se descubrió Neptuno y se calculó su órbita, el radio resultó ser un 20 % menor que el calculado con la ley de Bode, lo cual indicaba una deficiencia en la ley, pero no lo suficientemente seria para invalidar los cálculos que llevaron al descubrimiento de Neptuno. Posteriormente, al descubrirse Plutón, su radio orbital de 39,5 U.A. daba una discrepancia mucho más seria respecto al valor de 77,2 U.A., obtenido cuando se sustituye el valor $n = 10$ en la ley de Bode, aunque es muy próximo al lugar previsto para Neptuno, con $n = 9$.

Las irregularidades de Neptuno y Plutón respecto a la ley de Bode constituyen un ejemplo muy simple de un problema general que se encuentra, frecuentemente, al aplicar las teorías científicas. Si una teoría consigue explicar todas las observaciones conocidas y predecir algunos resultados que no eran conocidos en el mo-

Tabla 11.2. *Ley de Bode**

n	*R (teórica)*	*Planeta*	*R (observado)*
1	0,4	Mercurio	0,39
2	0,7	Venus	0,73
3	1,0	Tierra	1,00
4	1,6	Marte	1,53
5	2,8	(Asteroides)	(2,3 a 3,3)
6	5,2	Júpiter	5,22
7	10,0	Saturno	9,6
8	19,6	Urano	19,3
		Neptuno	30,2
9	38,8	Plutón	39,5

mento en que dicha teoría fue propuesta por vez primera, ¿debemos rechazarla cuando no se cumple para explicar una observación posterior? O bien, ¿es legítimo introducir, al menos provisionalmente, una hipótesis ***ad hoc*** para explicar la excepción? Por ejemplo, podemos conjeturar que el sistema solar original contenía nueve planetas con las órbitas correspondientes a los enteros $n = 1$ hasta $n = 9$ en la fórmula, incluyendo Plutón con el número 9 en lugar de Neptuno. Entonces, del mismo modo que hemos sugerido que el planeta núm. 5 se rompió dejando en su lugar el cinturón de asteroides ocupando la órbita «vacía», podemos proponer que Neptuno fue capturado por el sistema solar después de su formación original o, quizás, estuvo originalmente en la órbita número 10 y sufrió una colisión próxima con un cometa que lo empujó hacia su órbita presente entre los números 8 y 9.

Algunos escritores, sobre el método científico, objetarían que una teoría pierde su valor científico si puede modificarse fácilmente para explicar todas las excepciones aparentes: Si tal procedimiento fuera permitido, ¿cómo podríamos rechazar las teorías falsas? Por otra parte, si fuéramos tan estrictos para requerir que una teoría fuese abandonada tan pronto como entre en contradicción con nuevos datos, perderíamos toda esperanza de encontrar explicaciones racionales de fenómenos complejos, en especial aquellos que dependen, primordialmente, de uno o dos factores físicos y débil u ocasionalmente de otros. Si una hipótesis o, incluso, una regla numérica es útil en la búsqueda de nuevos conocimientos, ¿por qué rechazarla, simplemente, por el hecho de que no sea todavía una teoría exacta y completa? Los astrónomos se sentirían extraordinariamente sorprendidos si una teoría moderna

* Los valores teóricos están calculados a partir de la fórmula $R = (0{,}3 \times 2^{n-2}) + 0{,}4$ (U.A.), excepto que para $n = 1$, $R = 0$.

del origen del sistema solar condujera, exactamente, a una fórmula simple tal como la ley de Bode; sin embargo, ésta u otra fórmula algebraica semejante podría ser una primera aproximación adecuada, de la misma forma que el círculo es una aproximación bastante buena de la órbita de la mayor parte de los planetas. Hasta que tengamos una teoría más fundamental que explique por qué la ley de Bode es, aproximadamente, correcta para los planetas hasta Urano inclusive, no sabremos tampoco por qué deja de cumplirse más allá de Urano. El caso excepcional de Neptuno, que podía llevarnos a examinar cuidadosamente si este planeta es distinto de algún modo de los restantes, puede probar, sin embargo, uno de los más interesantes episodios de toda la historia de la ley de Bode, pues sin tal ley, no sólo habría sido mucho más difícil descubrir Neptuno, sino que habría pocas razones para sospechar algo excepcional en él.

Éste puede ser un buen momento para revisar, brevemente, los tipos diferentes de leyes que hemos encontrado hasta aquí. En el primer nivel de sofisticación existe el tipo de ley que usualmente se llama ***empírica***. Parece resumir, simplemente, alguna regularidad directamente observada sin intentar una explicación teórica del fenómeno. Las leyes empíricas discutidas hasta ahora pertenecen todas a las órbitas planetarias (leyes de Kepler y ley de Bode); posteriormente, encontraremos la ley de Boyle de la presión de los gases, la ley de Gay-Lussac de los volúmenes de combinación de las reacciones químicas, la ley periódica de los elementos de Mendeleev y la fórmula de Balmer de la espectroscopia. Como en la mayor parte de los casos tenemos ahora una comprensión teórica satisfactoria de las regularidades expresadas por estas leyes, ya no les llamamos, simplemente, leyes empíricas. Pero como ya hemos visto en nuestro estudio de los trabajos de Kepler, incluso una regularidad que nos parezca obvia, puede tener una reorientación difícil dentro de la ciencia que estimule, a su vez, otros importantes desarrollos. De todos modos, estas reglas empíricas deben ocupar un lugar vital en la ciencia.

Siguiendo un orden, podemos situar a continuación aquellas leyes que representan una inducción de un principio regulador de una variedad de fenómenos, aparentemente, muy distintos. Por ejemplo, la ley de Galileo del movimiento de proyectiles y la ecuación fundamental $\boldsymbol{F} = \boldsymbol{ma}$ de la física newtoniana, fueron percepciones no obvias de observaciones directas. En efecto, en estos casos la formulación de la ley fue precedida por la formulación de nuevos conceptos; en el caso de Galileo, la aceleración y la independencia de las componentes horizontal y vertical; en el caso de Newton, la masa y, hasta cierto punto, la fuerza. Como estas leyes, usualmente, llevan consigo la definición de importantes conceptos fundamentales, les llamaremos leyes de ***definición***. También podemos incluir, como ejemplos de este tipo, las leyes de conservación de la energía y de la cantidad de movimiento, que discutiremos dentro de poco.

En tercer lugar, el grupo restante está formado por aquellas leyes que representan una conclusión general ***deducida de algún postulado o teoría***, nueva o antigua. Por ejemplo, las leyes de las lentes que permiten el diseño de los instru-

mentos ópticos pueden deducirse de una teoría de la propagación de la luz. La ley del movimiento pendular puede deducirse del esquema conceptual de la mecánica construido con las tres leyes del movimiento de Newton. Y la ley de la gravitación universal no era, ciertamente, una regla empírica, ni sirvió para exhibir un nuevo concepto fundamental (todos los factores de la fórmula $F = Gm_1m_2/R^2$ eran conceptos previamente definidos y G esencialmente una constante de proporcionalidad). En su lugar, como hemos visto, se trataba de una generalización deducida del esquema conceptual de las leyes de Kepler, las propias leyes del movimiento de Newton, y la hipótesis de la atracción de largo alcance entre los planetas y el Sol. Esta clase de ley, a la que tal vez pudiéramos llamar ***deducida***, parece a menudo ser la más satisfactoria de las tres, ya que ha sido deducida de alguna teoría fundamental y también se basa en hechos empíricos, por lo que nos da la sensación de que está «explicada» de manera algo más completa. De hecho, los científicos siempre intentan reducir las leyes empíricas a leyes deducidas, dándoles así un mayor «significado»,* a la vez que extienden y fortifican la misma teoría. Así, las tres leyes de Kepler pueden deducirse de los postulados de Newton de la mecánica.

Existe una cierta relación simbiótica entre ley y teoría. Una teoría es tanto más poderosa y consistente cuanto mayor es el número de fenómenos que explica, y las leyes que rigen estos fenómenos adquieren mayor significado y utilidad si forman parte de una teoría general. Así, la teoría de la gravitación universal, adquiere mayor importancia al ser capaz de explicar las leyes que gobiernan el movimiento de la Luna, que eran conocidas, de un modo empírico, desde los tiempos de los astrónomos babilónicos. Estas reglas, a su vez, después que se han hecho más «comprensibles» por la teoría, pueden formularse, de nuevo, con mayor precisión; de hecho, la teoría las ha enriquecido poniendo de manifiesto, por ejemplo, peculiaridades que hasta entonces habían pasado inadvertidas en el movimiento de la Luna. Otro ejemplo importante lo veremos en la sección dedicada a las teorías atómicas, de tanta importancia en la ciencia moderna, y que ha barrido de los libros de texto el conjunto de leyes empíricas aisladas en todos los campos de la física y química, transformándolas en leyes deducidas que surgen del concepto unificador de átomo.

De todo este estudio podremos sacar, quizás, conclusiones de carácter general, válidas también fuera de la física. ***Las leyes empíricas pueden ser válidas en un campo limitado, pero no contienen suficiente información para prevenir al que las utiliza sin precaución, cuando algún caso nuevo se halla, realmente, fuera de su campo de aplicación.*** Hasta que el daño no se ha hecho, no aparece claro que la regla no podía aplicarse.

* Este sentimiento resulta algunas veces engañoso si se somete a un riguroso análisis. Después de todo, una teoría es aceptable si las leyes que de ella se deducen pueden comprobarse por la experiencia, y pueden en verdad ser incorrectas *aun cuando* las leyes derivadas resultan ser correctas. Veremos un ejemplo de este tipo cuando estudiemos la teoría de la luz. Sin embargo, las grandes teorías suelen ser estables durante largo tiempo, y las leyes que de ellas se deducen tan seguras como podría esperarse.

Muchas de nuestras propias acciones de la vida diaria están regidas por este tipo de reglas incomprendidas y generalizaciones razonables. Y esto es, a todas luces, desafortunado, pues estas reglas, a diferencia de las de la ciencia, ni siquiera se basan en observaciones precisas y claras. Aunque nuestra vida se simplifique con ello, se vuelve también más brutal y sin sentido, abriéndose a una invasión de pseudociencia, superstición y prejuicios, aun en materias susceptibles de comprobación y medida.

Volviendo a la regla empírica de Bode, los trabajos recientes permiten esperar que sus características serán explicadas (deducidas) por la ley de Newton de la mecánica celeste. Como apuntamos antes, las perturbaciones mutuas de los planetas durante miles de millones de años dejarían sólo unas pocas órbitas como posibilidades estables; y algunos cosmólogos y astrofísicos hoy en día parecen estar próximos a obtener la prueba inevitable de que las leyes celestes predicen tal estabilidad para las órbitas que se observan en realidad. Sin embargo, éste es uno de los problemas matemáticos más delicados que, de vez en cuando, han desafiado algunos de los más grandes científicos durante los últimos 100 años.

Problema 11.15 La verosimilitud de la ley de Bode, ¿aumentaría o disminuiría si se descubriera una serie de pequeños planetas, entre Venus y Mercurio con órbitas cuyos radios fueran 0,55 U.A., 0,475 U.A., 0,4375 U.A...?

Problema 11.16 ¿Podemos llegar a la conclusión de que una ley empírica representa la verdad absoluta si está de acuerdo con todos los hechos conocidos (dentro de los límites de los errores de observación) en un momento determinado? ¿Cómo se modificaría la respuesta si el número de hechos independientes conocidos fuese 3, 10 ó 1 000?

Problema 11.17 Si una ley empírica funciona satisfactoriamente en cinco casos, pero falla definitivamente en el sexto, ¿está justificado el proponer una hipótesis *ad hoc* para explicar esta única discrepancia? ¿Cómo cambiaría la respuesta si el número de casos explicados fuera 50 en lugar de 5?

Problema 11.18 Supongamos que existiese algún otro sistema planetario aparte del nuestro, en el cual las distancias de la estrella central a los cuatro planetas más próximos fueran las siguientes:

Número ordinal del planeta (n):	1	2	3	4
Radio de la órbita en $1{,}6 \times 10^6$ km (R):	3	5	9	17

Formular una «ley» que relacione R con n para cada planeta de este sistema. ¿A qué distancia R se esperaría encontrar un nuevo planeta, el quinto?

11.9 La gravedad y las galaxias

En los trabajos de Newton encontramos todavía más consecuencias de la ley de la gravitación universal. Por ejemplo, él dio una explicación exacta del antiguo misterio de la precesión de los equinoccios, es decir, una rotación muy lenta del eje de la Tierra, muy semejante al movimiento de balanceo de una peonza que girase rápidamente. Pero, volviendo ahora a un problema más ambicioso, preguntamos: las leyes de Newton que tan útiles y fructíferas son dentro del sistema solar, ¿son aplicables más allá del mismo, entre las estrellas fijas?

Esta pregunta no habría tenido sentido para Copérnico o Galileo, pues hasta los tiempos de Newton no fueron descubiertos (por Halley) los movimientos relativos en la esfera celeste. En realidad, nuestro sistema solar se encuentra moviéndose respecto a las estrellas distantes. En 1803, William Herschel descubrió que algunas parejas de estrellas próximas giran una alrededor de otra («estrellas dobles»), y su hijo demostró que sus movimientos son compatibles con la hipótesis de fuerzas centrales entre ellas, es decir, las mismas que las que existen entre los miembros del sistema solar.

Esta nueva imagen de un Universo en movimiento que Giordano Bruno profetizó hacia mucho tiempo, sitúa el sistema solar entre una multitud dispersa de miles de millones de otras estrellas (soles) y sus posibles cortejos (de las cuales no llegan a 6 000 las que se ven sin telescopio). Una nube completa de estrellas forma nuestra *galaxia*, una región de forma, aproximadamente, lenticular de unos 10^5 años luz* de extensión y unos 1 500 años luz de espesor. Nuestro propio sistema planetario colocado a una distancia de unos 30 000 años luz del centro de la galaxia, casi se pierde en la estructura completa.

Esta imagen podría hacer pensar que la mutua atracción gravitatoria entre las estrellas sería la causa de una lenta concentración de nuestra galaxia hasta convertirla en una masa sólida en su centro. Pero esto no sucede; las estrellas no se mueven hacia un centro común, y para que esto no suceda, se han dado dos explicaciones: o bien la ley de la gravitación no se extiende a todo el Universo, o, al igual que el mismo sistema solar, el conjunto de la galaxia está girando alrededor de su propio eje «perturbando» las atracciones gravitatorias por la aparición de fuerzas centrípetas.

---

* Un año luz es la *distancia* recorrida por la luz en el vacío en un año, o sea, $9{,}46 \times 10^{12}$ km.

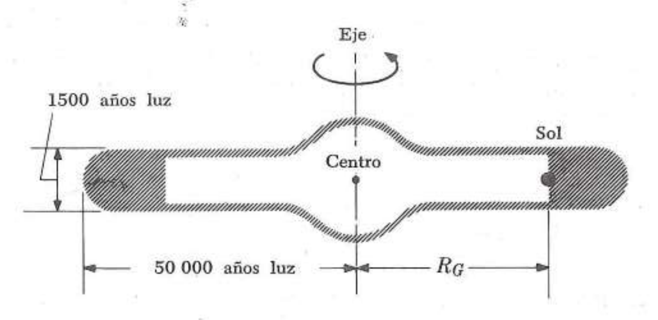


Fig. 11.7 Posición de nuestro Sol en la galaxia.

Esta segunda explicación parece ser la más correcta.* Nuestro propio sistema solar está girando alrededor del centro de la galaxia con una velocidad de unos 250 km/s. De acuerdo con esta representación, el borde de la galaxia cuyo marco constituye la Vía Láctea, completa una revolución alrededor del centro en 250 millones de años, aproximadamente.**

A continuación haremos un cálculo un poco atrevido. Si se cumplen las leyes de Newton, será posible calcular la masa aproximada de toda la galaxia a partir de la velocidad de revolución (circular) de nuestro Sol alrededor del centro de la galaxia.

Despreciando la zona de la galaxia que está en la parte sombreada de la figura 11.7, puede decirse que la fuerza centrípeta que actúa sobre nuestro Sol es la atracción gravitatoria ejercida sobre él por la masa de la galaxia (actuando, aproximadamente, como si toda estuviera concentrada en el centro). Así, debemos esperar que se cumpla la siguiente ecuación:

$$m_s \frac{4\pi^2 R_G}{T^2} = G \frac{m_s m_G}{R_G^2},$$

en donde T es el período de revolución del Sol (aproximadamente 2×10^8 años), m_G la masa de la galaxia y m_s la masa del Sol. La única incógnita en esta ecuación es m_G y, sustituyendo los datos conocidos, resulta $m_G = 2 \times 10^{11}$ veces la masa del Sol (compruébese).

* Para un punto de vista moderno de la estructura de nuestra galaxia y el Universo más lejano véase G. Abell, *Exploration of the Universe*, New York: Holt, Rinehart y Winston, segunda edición, 1969; N. Calder, *Violent Universe*, New York: Viking, 1970; *Frontiers in Astronomy*, selecciones de *cientific American* con introducciones de O. Gingerich, San Francisco: Freeman, 1970.

** Galaxia viene de la palabra griega *gala* = leche.

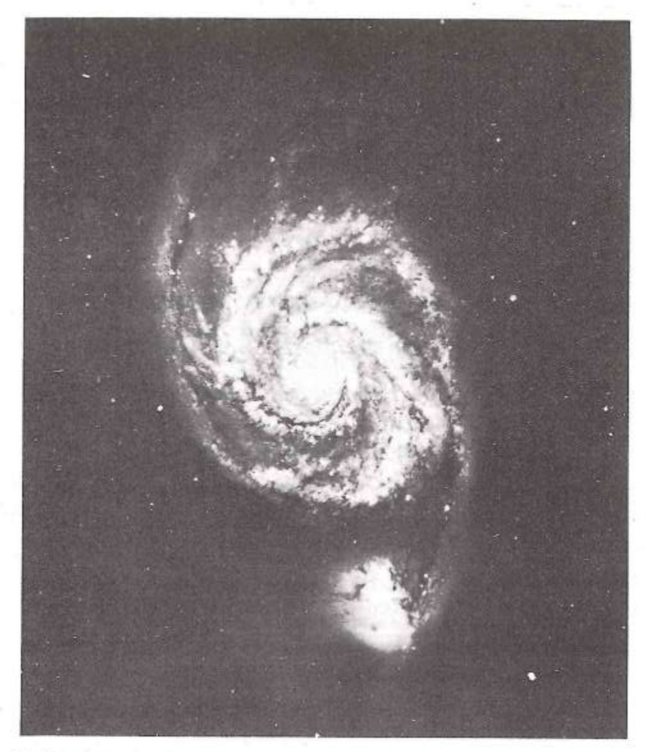


Fig. 11.8 Nebulosa espiral; galaxia situada, aproximadamente, a un millón de años luz de nosotros. (Fotografiada con el telescopio de 200 pulgadas de Monte Palomar.)

Sin embargo, cuando sumamos las masas de todas las estrellas que es probable que contenga nuestra galaxia, incluso haciendo una estimación muy generosa, resulta un valor mucho menor que la mitad del calculado. Por tanto, o bien nuestras hipótesis no son correctas o existe una gran cantidad de materia en la galaxia aparte de la de las estrellas. Nuestras hipótesis son un tanto burdas, pero si no abandonamos la ley de la gravitación, ninguna modificación de los detalles cualitativos admitidos puede explicar el exceso de la masa calculada. Pasamos así a la alternativa —y ciertamente *podemos* encontrar evidencias de que nuestra galaxia contiene materia no congregada en soles y sistemas solares, cual es la de nebulosas, polvo interestelar y gases muy enrarecidos.

Existen muchos indicios de la presencia de esta materia tenue que salvaría las leyes de Newton, principalmente su efecto sobre la luz de las estrellas. La densidad de la materia interestelar es, inconcebiblemente, pequeña, unos pocos átomos por cm^3, mucho más pequeña que el mejor vacío que pueda obtenerse en el laboratorio.

Pero una galaxia representa un volumen enorme y, al calcular la materia total distribuida en toda su extensión, se obtiene casi la totalidad de la que falta para completar la de las estrellas. Así, nuestra confianza en la ley de la gravitación universal alcanza proporciones galácticas.

Más allá de nuestra galaxia, a distancias superiores a treinta veces su diámetro, dentro del alcance de nuestros telescopios más potentes, encontramos otras galaxias dispersas por el espacio. Estos universos-islas, parecen ser de dimensiones comparables al nuestro, y, a menudo, tienen la apariencia de una espiral o molinete (fig. 11.8), que es probablemente la forma de nuestra propia galaxia*.

Estas galaxias distantes parece que están alejándose de la nuestra y unas de otras, con una velocidad de 100 a 1 000 km/s. Al mismo tiempo están girando con velocidades análogas a la de la nuestra y, por tanto, puede considerarse que tienen masas semejantes y que pueden describirse por las mismas leyes de la mecánica. Con esta extensión de la ley de la gravitación al Universo en expansión «a toda la distancia de la infinitud de la Naturaleza», nos encontramos próximos al límite de nuestra imaginación y nuestra admiración llega al colmo ante un principio tan universal. Existen pocos productos del genio humano tan ambiciosos y de consecuencias tan maravillosas.

11.10 «Yo no hago hipótesis»

La *teoría* de las fuerzas gravitatorias, cuya principal hipótesis es la atracción de todas las partículas de materia entre sí, conduce a la *ley* deducida de la gravitación universal, la cual, a su vez, explica —como ya hemos visto— las leyes empíricas de Kepler y muchos otros fenómenos. Como un propósito de toda teoría es este tipo de explicación y compendio, la teoría de Newton nos parece hoy plenamente satisfactoria. Sin embargo, existe un aspecto de su trabajo que preocupó seriamente a sus contemporáneos, también al propio Newton y, ciertamente, a los estudiantes de hoy. ¿Cómo se explica la propia gravedad? ¿Qué es lo que causa la atracción de un cuerpo sobre otro? ¿No existe algún medio que intervenga (tal como el *éter*; tantas veces postulado) y transmita, de algún modo, la tracción de una forma mecánica?

* Es evidente que si la tercera ley de Kepler se cumple en toda la galaxia, el material exterior girará con mayor lentitud que las masas más próximas al centro, justificando así la forma espiral. Por otra parte, si todo el sistema girase como un disco sólido, cada parte tendría el mismo período de revolución y velocidad angular; entonces la fuerza centrípeta que mantiene el sistema en bloque no podría obedecer la ley inversamente proporcional al cuadrado de la distancia, sino que tendría que ser linealmente proporcional a la distancia medida desde su centro.

El mismo planteamiento del problema refleja lo firmemente acostumbrados que estaban a las explicaciones mecánicas y a los modelos físicos y la insatisfacción que producían los argumentos matemáticos abstractos. Antes que admitir una «acción a distancia» (esto es, que un cuerpo ejerza una acción sobre otro sin un medio agente entre ellos), muchos científicos del tiempo de Newton y, posteriores a él, imaginaban que todo el espacio estaba lleno de un fluido, y éste, además de ser tan tenue que no puede detectarse por ningún experimento, debía ser lo suficientemente consistente y versátil para comunicar las fuerzas gravitatorias (y también para que en él se propagase la luz y los efectos eléctricos y magnéticos).

La búsqueda de este medio fue larga y, los argumentos que se dieron, rebuscados. Al final de su libro tercero de los *Principia*, Newton hacía la siguiente observación, a menudo mal interpretada:

«Hasta ahora no he sido capaz de descubrir, por el estudio de los fenómenos (observación y experimentación), la causa de las propiedades de la gravedad, y no formo ninguna hipótesis acerca de ella... para nosotros es suficiente el hecho de que la gravedad existe y actúa de acuerdo a las leyes que hemos explicado y que sirven sobradamente para explicar todos los movimientos de los cuerpos celestes y de nuestro mar.»

Esta es una afirmación famosa, que es un eco claro de la que daba Galileo en circunstancias muy semejantes (sección 7.4). Al decir «yo no propongo ninguna hipótesis», en esencia Newton se quita cualquier responsabilidad de explicar las consecuencias observadas de la teoría de la gravitación con nuevas hipótesis (por ejemplo, de un éter mecánico) distintas a las necesarias para deducir las leyes y observaciones.* La ley matemática de la gravedad explica gran cantidad de observaciones, y esto es una justificación suficiente para aceptarla. Es fácilmente concebible que pudiera llegarse a explicar la propia ley en función de algo aún más fundamental, pero que, según dice Newton, no estaba entonces preparado para hacerlo. No creyó que esta incapacidad perjudicara a su teoría, ya que el propósito de una teoría científica no es encontrar causas finales y explicaciones últimas, sino explicar observables por medio de observables y razonamientos matemáticos; *eso* lo había hecho.

En cambio, su rechazo a proponer, en ausencia de indicios experimentales, un mecanismo por medio del cual pasara de un cuerpo a otro el efecto de la gravedad no significa que permita el error opuesto, cual es despachar la cuestión inventando un cierto principio de gravedad innato en la materia, que habría satisfecho a un

* Newton, en su texto original, dice «I feign no hypothesis»; para una discusión del significado de la palabra «feign» (a veces se ha traducido por la palabra latina *fingo*), véase A. Koyré, *Newtonian Studies*, Cambridge, Mass.: Harvard University Press, 1965, pág. 35.

erudito medieval. Esto se pone de manifiesto en una carta que escribió al teólogo Richard Bentley cuando éste estaba preparando una conferencia popular sobre las teorías de Newton y pedía que le aclarase algunas implicaciones. Newton le escribió:

«Es inconcebible que la materia bruta inanimada, sin la mediación de algo más, que no sea material, influya y afecte a otra materia sin contacto mutuo; como debe ser si la gravitación en el sentido de Epicuro (antiguo filósofo atomista griego) es esencial e inherente a la materia. Y ésta es una razón por la cual yo deseaba que usted no me atribuyera la gravedad innata. Una gravedad innata, inherente y esencial a la materia, de modo que cualquier cuerpo pueda actuar sobre otro a distancia, a través del *vacío*, sin la mediación de algo más, a través de lo cual pueda conducirse la acción y la fuerza, es para mí un absurdo tan grande que no creo exista un hombre que con facultad de pensamiento sobre materias filosóficas pueda creer en ello. La gravedad debe estar causada por un agente que actúa constantemente según ciertas leyes, pero el hecho de que este agente sea material o inmaterial, lo dejo a la consideración de mis lectores.»*

Sin embargo, la cuestión de cómo pueden interactuar los cuerpos a través del espacio vacío, es un problema que aparece obstinadamente a nuestra mente acostumbrada a representaciones intuitivas. Parte del gran éxito de la teoría de los torbellinos de Descartes, esquema generalmente aceptado durante casi toda la vida de Newton, era porque proporcionaba una imagen plausible de un Universo totalmente lleno de torbellinos de corpúsculos materiales que interactúan entre ellos y con los planetas por simple contacto físico.** He aquí un ejemplo de esquema conceptual razonable y fácil de imaginar. Sin embargo, Newton apreció (cosa que no hicieron sus contemporáneos) que esta teoría fallaba en la explicación cuantitativa de los fenómenos; concretamente, no permitía deducir las leyes de Kepler.

La imagen que daba Descartes fue fácilmente aceptada ya que las fuerzas presentaban características semejantes a las de los esfuerzos musculares que todos conocían. En cambio, las teorías de Newton carecían de una «razón» intuitiva que hiciera más evidente su descripción del movimiento planetario. Newton empleó gran parte de su vida posterior en defender contra los cartesianos su menos intuitivo sistema y al mismo tiempo en refutar los insistentes intentos que dentro de su propio campo se hacían para introducir implicaciones metafísicas en la ley de la gravitación universal. Declaró una y otra vez que no podía, ni quería, «juzgar causas naturales» de la gravitación. Su largo caminar hacia la moderna concepción de lo que se exige a toda teoría física es algo verdaderamente admirable en Newton, pues úl-

* Carta de 25 febrero de 1693; reimpresa en *Newton's Philosophy of Nature* (editada por H. S. Thayer), New York: Hafner, 1953, pág. 54.

** Véase el libro de H. Butterfield, *Origins of Modern Science*, para una historia breve y estimulante de la larga lucha entre las teorías de Newton y Descartes.

timamente se consideraba tan teólogo como científico y, hubiera podido introducir, del modo más natural, cualquier hipótesis teísta. Como apuntamos antes, la existencia de un Creador es una hipótesis implícita y persistente en sus trabajos y, a veces, surge de un modo abierto raramente en los ***Principia*** pero a menudo en sus otros escritos. Así, decía en su libro ***Opticks*** explicando el término «espacio absoluto», que «Dios mueve los cuerpos de acuerdo con su sentido uniforme sin límites».

Privadamente, Newton, como sus contemporáneos, creyó que llegaría a encontrarse algún agente material que explicase la aparente acción a distancia implícita en su ley de la gravitación. Existen diversos indicios en sus escritos de que defendió la idea de un éter penetrante por todas partes; por ejemplo, en ***Opticks***, Cuestión 18, pregunta si el calor «no se conduce a través del ***vacío*** por la vibración de un medio mucho más sutil que el aire, el cual, una vez el aire se ha extraído (por la acción de una bomba), permanece en el vacío»; este medio lo imaginaba «expandiéndose a través de los cielos». En aquel tiempo, ésta fue una de las especulaciones más razonables, basadas en simples observaciones de la transmisión del calor (radiante) a un termómetro suspendido en un recipiente en el que se ha hecho el vacío y anticipando la ***teoría ondulatoria del calor***, popular a principios del siglo XIX (véase sec. 17.7). Es interesante observar que esta tentadora —pero vaga imagen— no fue permitida en los ***Principia.***

11.11 El lugar de Newton en la ciencia moderna

Tan impresionantes fueron las conquistas de la mecánica de Newton que, en la primera parte del siglo XVIII, extrapolando los resultados de la ciencia a la filosofía, se generalizó una visión mecanicista del mundo, en la cual se aseguraba que la inteligencia del hombre podría reducir ***todos*** los fenómenos y problemas al nivel de una interpretación mecánica. El desarrollo de este nuevo punto de vista fue realizado, principalmente, por los filósofos, y tuvo notables efectos en la economía, la «ciencia del hombre», religión y teoría política. El éxito general de Newton y de los newtonianos influyó, grandemente, en las ideas y métodos de la naciente «Edad de la Razón».*

Una de las consecuencias de esta actitud mecanicista que ha llegado hasta nuestros días, fue la creencia general de que las leyes de Newton (y las de la electrodinámica desarrolladas posteriormente) podrían predecir el futuro del Universo en conjunto y de cada una de sus partes, conociendo solamente las posiciones, velocidades y aceleraciones de todas las partículas en un instante dado. Era una manera velada de decir que todo lo que merecía saberse podía explicarse por la física y que

* Un estudio más estimulante de este importante aspecto de la ciencia se encuentra en J. H. Randall, *The Making of the Modern Mind,* caps. X-XV o, con más detalle, en su último libro, *The Career of Philosophy*, vol. I, libro 4.

se conocía, esencialmente, todo lo relativo a ella. Hoy día valoramos la mecánica de Newton por otros motivos, no tan ambiciosos, pero más razonables. Históricamente, los ***Principia*** constituyeron la base de la mayor parte de nuestra física y una parte, no pequeña, de nuestra técnica, siendo los métodos de Newton la guía más fructífera en todo trabajo en física durante los dos siglos siguientes.

Hoy sabemos que la mecánica de Newton, a pesar del amplio margen de aplicabilidad, es válida en la forma establecida solamente dentro de una región bien definida de la Ciencia. Por ejemplo, aun cuando las fuerzas ***dentro*** de cada galaxia puedan ser newtonianas, se puede especular que entre cada galaxia y sus vecinas se ejerzan fuerzas repulsivas (esto explicaría las mayores velocidades con que se alejan de nosotros las más lejanas). Y en el otro extremo de la escala, entre átomos y partículas subatómicas, hay que presentar un conjunto de conceptos totalmente no newtonianos para explicar el comportamiento de esos mundos a pequeña escala, según veremos en la parte H.

Aún dentro del sistema solar, existen pequeñas discrepancias entre las predicciones y los hechos. La más importante es la relativa a la posición de Mercurio en el perihelio, esto es, en su posición más próxima al Sol; las posiciones observadas se desplazan progresivamente de las posiciones predichas en unos 43 segundos de arco cada siglo. Otros pequeños fallos de la mecánica de Newton se manifiestan en las trayectorias de cometas que pasan próximos al Sol, y en grado progresivamente menor, para el resto de los miembros del sistema solar.

Pero estas dificultades no pueden interpretarse como pequeñas inexactitudes de la ley de la gravitación (por ejemplo, una ligera incertidumbre del exponente de la expresión Gm_1m_2/R^2). Por el contrario, como en el caso del fallo del sistema de Copérnico para explicar con detalle «la estructura fina» del movimiento planetario, nos encontramos aquí con la necesidad de revisar las hipótesis fundamentales. Tales estudios no han conducido, hasta ahora, a un resultado único mediante el cual puedan explicarse todas las desviaciones respecto a las predicciones clásicas. En cada extremo de la escala, la ciencia newtoniana limita con otro esquema conceptual, específicamente construido para estas regiones. El límite de uno de estos extremos es la mecánica relativista, que entre otros muchos éxitos explica el comportamiento de cuerpos que se mueven con velocidades extremadamente grandes o pasan próximos a otros muy masivos. Por el otro extremo, la ciencia newtoniana limita con la mecánica cuántica, que establece la física de los átomos y moléculas. En el dominio intermedio, la mecánica newtoniana describe el mundo de los fenómenos ordinarios y de la «física clásica» con tanta precisión y de modo tan satisfactorio como siempre lo hizo.

Problemas adicionales

Problema 11.19 ¿Podrían mantenerse las leyes del movimiento de Newton, en su forma actual, en un sistema geocéntrico como el de Ptolomeo? (*Nota:* el término

«movimiento según una línea recta», de la primera ley de Newton, se refiere a una recta en el espacio tal como podría dibujarse del Sol a una estrella relativamente «fija».) Si la contestación es negativa, explicar por qué, y si sería posible formular postulados equivalentes para describir los movimientos en un sistema geocéntrico.

Problema 11.20 Volver a la sec. 3.2 y utilizar aquellos párrafos para describir la teoría newtoniana de la gravitación universal punto a punto. (No suponer que tal clasificación se realiza seriamente en el trabajo científico.)

Problema 11.21 Newton probó en los *Principia* que la fuerza gravitatoria sobre un objeto situado en un punto interior a una esfera uniforme a una distancia R del centro, sería la misma que la ejercida por la parte de esfera situada más próxima al centro (es decir, por una esfera de radio R, despreciando la capa esférica más externa). Utilizando este hecho, demostrar que la fuerza gravitatoria dentro de una esfera es directamente proporcional a R.

Textos recomendados para lecturas posteriores

E. A. Burtt, *The Metaphysical Foundation of Modern Physical Science,* capítulos V, VI y VII.

H. Butterfield, *The Origins of Modern Science,* capítulos 5-10.

R. Feynman, *The Character of Physical Law,* London: British Broadcasting Corporation, 1965; reimpresión por MIT Press, capítulos 1 y 2.

A. R. Hall, *From Galileo to Newton 1630-1720,* New York: Harper, 1963; capítulos X y XI.

E. C. Kemble, *Physical Science,* capítulos 5, 9 y 11.

A. Koyré, «The significance of the Newtonian synthesis» y otros ensayos en sus *Newtonian Studies,* Cambridge, Mass.: Harvard University Press, 1965; Phoenix Books.

T. S. Kuhn, *The Copernican Revolution,* capítulo 7.

Isaac Newton, *Mathematical Principles of Natural Philosophy,* comienzo del Libro 3 y escolio general al final del Libro 3, extracto de H. S. Thayer, Newton's Philosophy of Nature, págs. 3-5 y 41-46.

H. H. Randall, *The Making of the Modern Mind*, Boston: Houghton Mifflin, 1940; capítulos X-XV.

D. Stimson, *Scientists and Amateurs*, New York: Henry Schuman, 1948. Una historia comprometida de la Royal Society y sus ilustres miembros.

Fuentes, interpretaciones y trabajos de referencia

A. Berry, *A Short History of Astronomy*, capítulos VIII-XIII.

Marie Boas, «The establishement of the mechanical philosophy», *Osiris*, vol. 10, páginas 412-541 (1952). Trata fundamentalmente de los escritos e influencia de Descartes y Robert Boyle. Véase también Marie Boas Hall, *Robert Boyle on Natural Philosophy: An Essay with Selections from his Writings*, Bloomington: Indiana University Press, 1965.

G. Buchdahl, *The Image of Newton and Locke in the Age of Reason*, New York y London: Sheed and Ward, 1961.

I. B. Cohen, *An Introduction to Newton's Principia*, Cambridge, Mass.: Harvard University Press, 1971.

Mary Hesse, *Forces and Fileds*, London: Nelson, 1961; New York: Philosophical Library, 1962.

D. L. Hurd y J. J. Kipling, *The Origins and Growth of Physical Science*, vol. 1, páginas 209-226; selecciones de los escritos de Halley y Laplace.

M. Jammer, *Concepts of Space*, Cambridge, Mass.: Harvard University Press, 1954; reimpreso por Harper Torchbook; capítulos 1-5.

T. B. Jones, *The Figure of the Earth*, Lawrence, Kansas: Coronado Press, 1967. La historia de los intentos al principio del siglo XVIII para ensayar una de las predicciones de la teoría de la gravedad de Newton.

R. McCormmach, «John Michell and Henry Cavendish: weighing the stars», *British Journal for History of Science*, vol. 4, págs. 126-155 (1968).

J. E. McGuire y P. M. Rattansi, «Newton and the "pipes of Pan"», *Notes and Records of the Royal Society of London*, vol. 21, págs. 108-143 (1966).

Isaac Newton, *Mathematical Principles of Natural Philosophy* (especialmente la última sección «The System of the World»), págs. 549-626 en la edición de Cajori que ofrece una visión menos técnica de las aplicaciones a la astronomía.

Newton's Philosophy of Nature, Selections from his Writings, editado por H. S. Thayer, New York: Hafner, 1953.

Newton's Unpublished Scientific Papers, editado por A. R. y M. B. Hall, London: Cambridge University Press, 1962.

Newton's Papers and Letters on Natural Philosophy and Related Documents, editado por I. B. Cohen y otros, Cambridge, Mass.: Harvard University Press, 1958.

Isaac Newton: *Opticks*, London, 4.ª edición 1730, reimpreso por Dover, New York, 1952. Las famosas *Queries* (preguntas) al final del Libro III incluyen muchas de las especulaciones de Newton sobre la naturaleza de la materia, fuerza y luz.

H. Odom, «The estrangement of celestial mechanics and religion», *Journal of the History of Ideas*, vol. 27, págs. 533-548 (1966).

J. H. Randall, Jr., *The Career of Philosophy*, New York: Columbia University Press, 1962; vol. 1, Libro 4; discute la influencia de Newton en el pensamiento del siglo XVIII.

F. G. Watson, *Between the Planets*, Cambridge, Mass.: Harvard University Press, edición revisada en 1956.

F. L. Whipple, *Earth, Moon and Planets*, Cambridge, Mass.: Harvard University Press, edición revisada en 1963.

D. T. Whiteside, «Before the Principia: the maturing of Newton's thoughts on dynamical astronomy, 1664-1684», *Journal or the Mistory of Astronomy*, vol. 1, páginas 5-19 (1970).

C. A. Wilson, «From Kepler's laws, so-called, to universal gravitation. Empirical factors», *Archive for History of Exact Sciences*, vol. 6, págs. 89-170 (1970).